

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Предмет «ФИЗИКА»

МАТЕРИАЛЫ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ

2013-2014 УЧЕБНЫЙ ГОД

Олимпиаду школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «физика» проводит Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана при участии Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Основными целями Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по физике являются:

- выявление и развитие у участников творческих способностей и интереса к научно-исследовательской деятельности в области физики и физических процессов;
- пропаганда и популяризация научных знаний в области физических явлений;
- создание необходимых условий для интеллектуального развития и поддержки творчески одаренной молодежи;
- привлечение талантливых молодых людей к изучению физики, расширение багажа знаний, необходимых для получения и повышения навыков в процессе обучения;
- научное просвещение и целенаправленная профессиональная ориентация учащейся молодежи;
- формирование состава студентов высших учебных заведений из граждан, наиболее подготовленных к освоению программ высшего профессионального образования.

Первый (отборочный) этап академического соревнования олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «физика» прошел в очной форме 19 января 2014 года. Первый (заочный) этап академического соревнования олимпиады школьников «Шаг в будущее» для 8-10 классов проходил в период с 1 декабря 2013г. по 31 января 2014г.

Второй (заключительный) этап академического соревнования организуется только в очной форме в виде выполнения заданий по общеобразовательному предмету «физика», и прошел 22 марта 2014 года в городе Москва, а также в городе Калуга в Калужском филиале МГТУ им. Н.Э. Баумана. Второй (заключительный) этап академического соревнования олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «физика» для 8-10 классов прошел 02 марта 2014 г. в очной форме.

На сайте Центра довузовской подготовки в разделе «Демонстрационные материалы» опубликованы:

Отборочный этап:

- Вариант 9

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2013_autumn_fizika.pdf

- Вариант задания для 8 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/8_classes_physics_1_tour.pdf

- Вариант задания для 9 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/9_classes_physics_1_tour.pdf

- Вариант задания для 10 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/10_classes_physics_1_tour.pdf

Заключительный этап:

- Типовой вариант задания с решениями

<http://cendop.bmstu.ru/userfiles/docs/fizika2014.pdf>

- Вариант 19 с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2014_spring_fizika_var19_solution.pdf

- Вариант 22 с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2014_spring_fizika_var22_solution.pdf

- Вариант задания для 8 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/8_classes_physics_2_tour_solutions.pdf

- Вариант задания для 9 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/9_classes_physics_2_tour.pdf

- Вариант задания для 10 класса с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/10_classes_physics_2_tour.pdf.pdf

Успешность освоения образовательных программ университета зависит не только от интеллектуального потенциала абитуриента, но и от степени его интереса к овладению избранной профессии. Олимпиада, как интеллектуальное соревнование школьников, мотивированных на деятельность в определенной предметной области, проводимая в ограниченных временных рамках, является как раз тем мероприятием, когда есть возможность оценить общий уровень подготовленности абитуриента к обучению в университете. Средством же или инструментом, который позволяет распределить абитуриентов по степени подготовленности их к обучению в университете является олимпиадное задание. Содержание задания, его объем и состав задач структурированы таким образом, что по результатам выполнения можно с приемлемой достоверностью судить о степени сформированности предметно-значимых качеств абитуриента и его умении творчески их применять в жестких соревновательных и временных условиях.

Опыт проведения олимпиад в МГТУ им. Н.Э. Баумана показал, что десять разных и по трудности, и по тематике, и по назначению задач – объем задания, достаточный, чтобы уверенно судить о «профессиональном» портрете конкурсанта и установить его рейтинг.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»



УТВЕРЖДАЮ

Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана
А. А. Александров
2014 г.

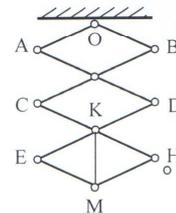
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
«ШАГ В БУДУЩЕЕ 2014» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

В системе отсчета, относительно которой прямоугольный треугольник покоится, длина его гипотенузы равна $L_0 = 1$ м, а угол между катетом b и гипотенузой $\alpha = 30^\circ$. Определите длину гипотенузы этого треугольника в системе отсчета, относительно которой треугольник движется вдоль катета b с релятивистской скоростью $v = 1,5 \cdot 10^8$ м/с.

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

В вертикальной плоскости подвешена система, состоящая из стержней, соединенных шарнирно. Сплошные стержни AD и BC , DE и CH шарнирно соединены посередине, как показано на рисунке. $EM = MN = AO = OB = KE$. Определите силу T натяжения нити KM , если масса всей системы равна m . Трением в шарнирах пренебречь.

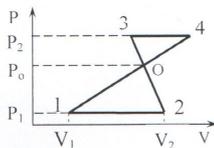


ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Шарик падает на пол с высоты H и многократно отскакивает от него. Полагая, что при каждом отскоке скорость шарика уменьшается в три раза, определите путь, пройденный шариком от начала падения до остановки. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Цилиндрический сосуд высотой H и площадью основания S_0 полностью заполнен жидкостью. В дне сосуда открыли малое отверстие площадью $S \ll S_0$. Пренебрегая вязкостью жидкости, определите, через сколько времени в сосуде останется $3/4$ начального объёма жидкости.

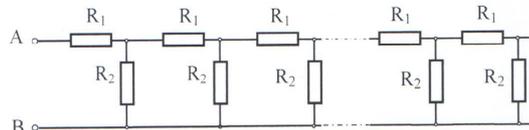


ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Определите работу, которую совершает идеальный газ в замкнутом цикле $1-4-3-2-1$, изображённом на рисунке, если $P_1 = 10^5$ Па, $P_0 = 3 \cdot 10^5$ Па, $P_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 10$ л, а участки цикла $4-3$ и $2-1$ параллельны оси V .

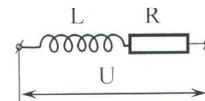
ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций с сопротивлениями $R_1 = 2$ Ом; $R_2 = 4$ Ом. Найдите полное сопротивление между точками A и B .



ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Катушку индуктивности $L = 1,0$ мГн, соединённую последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением $U_0 = 10$ В и круговой частотой $\omega = 400 \frac{1}{с}$. Найдите значение сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность. Чему равна эта максимальная мощность?



ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

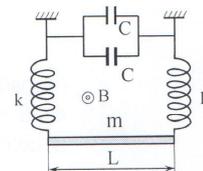
Нерелятивистская частица массы m_1 сталкивается с покоящейся частицей. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Найдите массу покоившейся частицы, если длина волны де Бройля налетавшей частицы после удара изменилась в $n = 2$ раза.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -13,53$ эВ. Найдите длину волны излучения, поглощённого электроном при переходе его со второго энергетического уровня на четвёртый.

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Проводящий стержень массы m и длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости C каждый. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, определите период колебаний стержня.



**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
«ШАГ В БУДУЩЕЕ 2014» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»**

РЕШЕНИЕ

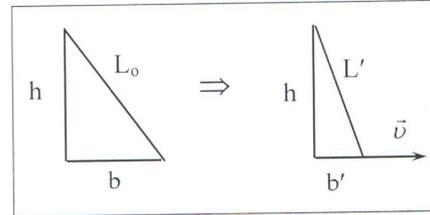
ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $L' = 0,9L_0$.

$$h = L_0 \sin \alpha; \quad b = L_0 \cos \alpha, \quad b' = b \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$L' = \sqrt{h^2 + (b')^2} = \sqrt{L_0^2 \sin^2 \alpha + L_0^2 \cos^2 \alpha \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]}$$

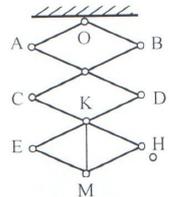
$$L' = L_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]}; \quad L' = 0,9L_0 = 0,9L_0.$$



ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $T = 1,5 mg$.

При уменьшении длины нити на $\Delta \ell$ длина всей подвески уменьшается на $3\Delta \ell$ и, следовательно, центр масс поднимается на $1,5 \Delta \ell$. Работа силы натяжения нити $T \Delta \ell$ должна, очевидно, быть равна изменению потенциальной энергии системы: $T \Delta \ell = mg \cdot 1,5 \Delta \ell$. Откуда $T = 1,5 mg$



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = 1,25H$.

$$v_0 = \sqrt{2gH}; \quad v_1 = \frac{v_0}{n}; \quad v_2 = \frac{v_1}{n} = \frac{v_0}{n^2}, \quad \text{где } n=3.$$

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{H}{n^2}; \quad h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{H}{n^4};$$

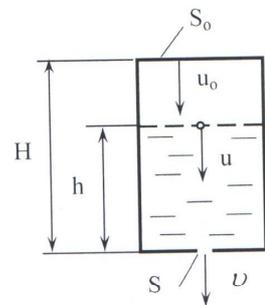
$$S = H + 2(h_1 + h_2 + \dots) = H + \frac{2H}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots\right)$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2 - 1}; \quad S = H + \frac{2H}{n^2 - 1}; \quad S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}; \quad S = \frac{5}{4}H = 1,25H.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $\tau \approx 0,13 \left(\frac{S_0}{S}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Если вытекание происходит через малое отверстие, то согласно формуле Торричелли $v = \sqrt{2gh}$ (1), где h – высота уровня жидкости в сосуде. Связь между скоростью истечения жидкости из отверстия и скоростью опускания уровня жидкости в сосуде получим, используя условие неразрывности $uS_0 = vS$, где u – скорость опускания



жидкости в сосуде. Отсюда $u = v \frac{S}{S_0}$ (2). Подставляя (1) в (2), получим $u = \sqrt{2gh} \cdot \frac{S}{S_0}$;

$u^2 = 2gh \cdot \left(\frac{S}{S_0}\right)^2$. Следовательно, уровень жидкости движется равнозамедленно с ускорением

$$a = g \cdot \left(\frac{S}{S_0}\right)^2.$$

Если τ - время вытекания жидкости из сосуда, то $u = u_0 - a\tau$. Используя уравнения кинематики, получим: для $h = \frac{3}{4}H$,

$$\tau = \left(\frac{S_0}{S}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 0,13 \left(\frac{S_0}{S}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}\right) \approx 750 \text{ Дж}$

Выполнение цикла 1-4-3-2-1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1-0-2-1 и 0-4-3-0. Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на PV -диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом). Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1-0-2-1:

$$A_1 = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}.$$

Треугольник на PV -диаграмме, соответствующий второму циклу 0-4-3-0, подобен треугольнику, соответствующему циклу 1-0-2-1.

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае - высот, найдём работу A_2 в цикле 1-0-2-1:

$$A_2 = -A_1 \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}$$

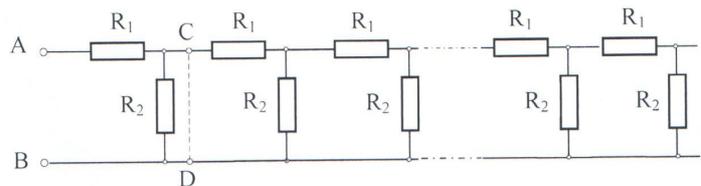
Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$\begin{aligned} A = A_1 + A_2 &= A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}\right) = \frac{(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}\right) = \\ &= \frac{(3 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(4 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5)^2}{(3 \cdot 10^5 - 10^5)^2}\right) \approx 750 \text{ Дж} \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

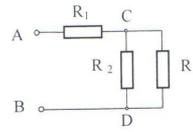
Ответ:

$$R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}}\right) = 4 \text{ Ом}.$$



Отрежем от рассматриваемой схемы первую секцию по пунктирной линии CD. По-прежнему справа останется бесконечное число секций, так что сопротивление между точками C и D должно равняться искомому сопротивлению. Тогда схема будет иметь вид:

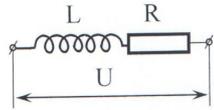
Этот участок цепи эквивалентен исходной схеме и его сопротивление должно равняться искомому сопротивлению R . $R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$. Получили квадратное уравнение относительно R : $R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$. Решая его, находим $R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right)$.



Подставив числовые значения, получим $R = \frac{2}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{4}{2}} \right) = 4 \text{ Ом}$.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = 62,5 \text{ Вт}$ при $R = \omega L = 0,4 \text{ Ом}$.



1). Мощность переменного тока $P = I_D^2 R$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

2) Амплитуда тока $I_o = \frac{U_o}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$. Тогда мощность тока $P = \frac{U_o^2 R}{2(R^2 + \omega^2 L^2)}$ (*)

3) Исследуем выражение (*) на экстремум и найдём R . $\frac{dP}{dR} = \frac{U_o^2 (\omega^2 L^2 - R^2)}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2}$; $\frac{dP}{dR} = 0$.

$$\omega^2 L^2 - R^2 = 0; \quad R = \omega L.$$

4) $P_{\max} = \frac{U_o^2 \omega L}{2(\omega^2 L^2 + \omega^2 L^2)} = \frac{U_o^2}{4\omega L}$ достигается при $R = \omega L$.

Подставив числовые значения, получим $R = \omega L = 4 \cdot 10^2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 0,4 \text{ Ом}$

$$P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = \frac{10^2}{4 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{16} = 62,5 \text{ Вт}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $m_2 = m_1 \frac{n-1}{n+1} = \frac{m_1}{3}$.

Используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекциях на направление движения частицы, и предполагая, что после удара частица движется в прежнем направлении, запишем:

$$\frac{m_1 v_o^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (1), \quad m_1 v_o = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (2),$$

где v_o - скорость, с которой первая частица налетает на покоящуюся частицу, v_1 - скорость первой частицы после столкновения, v_2 - скорость второй частицы после столкновения. Из этих равенств

найдем скорость первой частицы после столкновения $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_o$ (3). Длины волн де Бройля

первой частицы до и после столкновения равны $\lambda_1 = \frac{h}{m v_o}$; $\lambda_2 = \frac{h}{m v_1}$. По условию задачи

$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = n$. То есть отношение скоростей $\frac{v_o}{v_1} = n$. Используя соотношение (3), получим $\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = n$,

откуда $m_2 = m_1 \frac{n-1}{n+1} = m_1 \frac{2-1}{2+1} = \frac{m_1}{3}$.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $\lambda = -\frac{16}{3} \cdot \frac{hc}{E_1} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Из постулатов Бора следует, что энергия атома на n -ом энергетическом уровне $E_n = \frac{E_1}{n^2}$. Тогда

энергия атома на втором энергетическом уровне $E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{E_1}{4}$, а на четвертом $E_4 = \frac{E_1}{4^2} = \frac{E_1}{16}$.

$h\nu = E_4 - E_2$, откуда $\nu = \frac{E_4 - E_2}{h}$. Тогда $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E_4 - E_2}$.

$$\lambda = \frac{ch}{\frac{E_1}{16} - \frac{E_1}{4}} = -\frac{16ch}{3E_1} = -\frac{16 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}}{3(-13,53) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + B^2 L^2 2C}{2k}}$.

При движении стержня в нём возникает ЭДС $E = \nu BL$, которая вызывает ток, заряжающий конденсатор. Заряд конденсатора $q = CE = C_{\text{БАТ}} \nu BL$, где $C_{\text{БАТ}} = 2C$. Ток, идущий в цепи,

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \frac{\Delta \nu}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \cdot a$, где a – ускорение стержня.

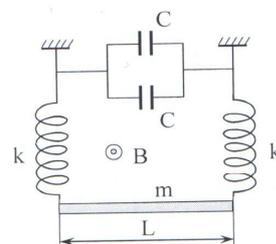
При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BLI = C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 a$, направленная, как и сила упругости к положению равновесия стержня.

Запишем уравнение движения стержня в магнитном поле:

$$ma = -2kx - a \cdot C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 \text{ или в таком виде: } (m + C_{\text{БАТ}} B^2 L^2) a = -2kx.$$

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m + B^2 L^2 C_{\text{БАТ}}}}, \text{ а период колебаний будет равен } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + B^2 L^2 2C}{2k}}.$$



«Утверждаю»
Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана
А.А. АЛЕКСАНДРОВ
2014г.

ПРАВИЛА

**оценивания заданий заключительного этапа олимпиады
школьников «Шаг в будущее», 2014 г.**

Общеобразовательный предмет «Математика»

Максимальная сумма баллов за 10 задач варианта – 100.

Распределение баллов по задачам следующее:

Номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	8	8	10	10	12	12	12	12

Задачи 1,2,3,4

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			8	6	4	2	0

Задачи 5,6

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			10	8	5	2	0

Задачи 7, 8, 9, 10

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			12	9	6	3	0

**Общеобразовательный предмет «Физика», комплекс предметов «Техника и технология»
(общеобразовательный предмет «Физика»), академическое соревнование «Профессор
Жуковский»**

Максимальная сумма баллов за 10 задач варианта – 100.

Распределение баллов по задачам следующее:

Номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	8	8	10	10	10	10	10	10	12	12

Задачи 1, 2

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			8	6	4	2	0

Задачи 3, 4, 5, 6, 7, 8

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			10	8	5	2	0

Задачи 9, 10

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			12	9	6	3	0

Общеобразовательный предмет «Физика», комплекс предметов «Техника и технология»

Максимальная сумма баллов за 10 задач варианта – 50.

Распределение баллов по задачам следующее:

Номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6

Задачи 1, 2

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			4	3	2	1	0

Задачи 3, 4, 5, 6, 7, 8

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			5	4	3	1	0

Задачи 9, 10

Степень решенности задачи			1	0,75	0,5	0,25	0
Баллы			6	4	3	2	0

Председатель методической комиссии

Б.В. Падалкин

Подготовили:

заместитель председателя методической комиссии

Ирьянов Н.Я.

члены методической комиссии

Паршев Л.П.

Струков Ю.А.

ПРОТОКОЛ

утверждения вариантов заданий для проведения
заключительного этапа олимпиады школьников «Шаг в будущее»
по физике и математике
в МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2014 году

Перечень вопросов и структуру вариантов заданий для проведения олимпиады школьников «Шаг в будущее» по физике и математике утвердить.

Председатель Оргкомитета
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
Ректор МГТУ им. Н. Э. Баумана

А.А. Александров

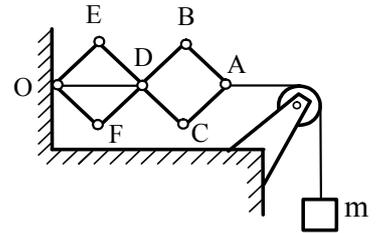
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ**

**«ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ
«ФИЗИКА». 2014 ГОД.**

ВАРИАНТ № 19

ЗАДАЧА 1.

В системе отсчета, относительно которой прямоугольный треугольник покоится, длина его гипотенузы равна $L_0 = 1$ м, а угол между катетом b и гипотенузой $\alpha = 30^\circ$. Определите длину гипотенузы этого треугольника в системе отсчета, относительно которой треугольник движется вдоль катета b с релятивистской скоростью $v = 1,5 \cdot 10^8$ м/с.



ЗАДАЧА 2.

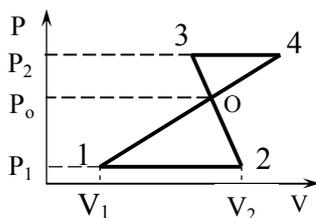
Конструкция, состоящая из стержней, соединенных шарнирами, прикреплена к стене в точке O и растягивается с помощью груза массы m и нити, соединенной с шарниром A. Сплошные стержни BF и CE шарнирно соединены в точке D, так что $AB = AC = CD = DE = BD = DF = OF = OE$. Определите силу T натяжения нити, соединяющей шарниры O и D. Массой стержней и нити, а также трением в блоке пренебречь.

ЗАДАЧА 3.

Шарик падает на пол с высоты H и многократно отскакивает от него. Полагая, что при каждом отскоке скорость шарика уменьшается в три раза, определите путь, пройденный шариком от начала падения до остановки. Сопротивлением воздуха пренебречь.

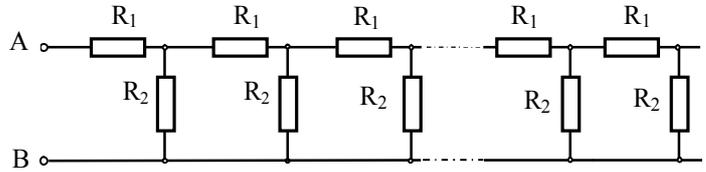
ЗАДАЧА 4.

Цилиндрический сосуд высотой H и площадью основания S_0 полностью заполнен жидкостью. В дне сосуда открыли малое отверстие площадью $S \ll S_0$. Пренебрегая вязкостью жидкости, определите, через сколько времени в сосуде останется $3/4$ начального объема жидкости.



ЗАДАЧА 5.

Определите работу, которую совершает идеальный газ в замкнутом цикле 1–4–3–2–1, изображённом на рисунке, если $P_1 = 10^5$ Па, $P_0 = 3 \cdot 10^5$ Па, $P_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 10$ л, а участки цикла 4–3 и 2–1 параллельны оси V.



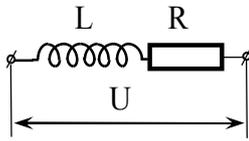
ЗАДАЧА 6.

Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций с сопротивлениями

$R_1 = 2$ Ом ; $R_2 = 4$ Ом. Найдите полное сопротивление между точками А и В.

ЗАДАЧА 7.

Катушку индуктивности $L = 1,0$ мГн, соединенную последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением $U_0 = 10$ В и круговой частотой $\omega = 400 \frac{1}{c}$. Найдите значение



сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность. Чему равна эта максимальная мощность?

ЗАДАЧА 8.

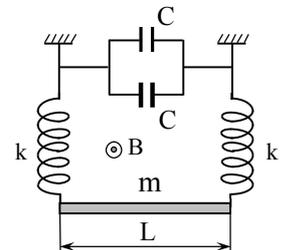
Нерелятивистская частица массы m_1 сталкивается с покоящейся частицей. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Найдите массу покоившейся частицы, если длина волны де Бройля налетающей частицы после удара изменилась в $n = 2$ раза.

ЗАДАЧА 9.

Энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -13,53$ эВ. Найдите длину волны излучения, поглощённого электроном при переходе его со второго энергетического уровня на четвёртый.

ЗАДАЧА 10.

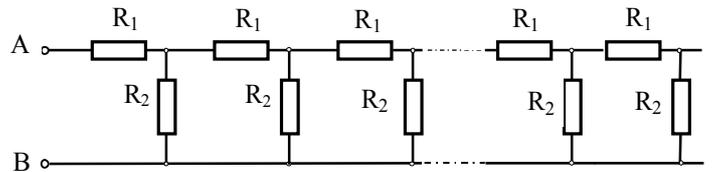
Проводящий стержень массы m и длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости C каждый. Система находится в однородном магнитное поле с индукцией B , направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, определите период колебаний стержня.



$P_0 = 2 \cdot 10^5$ Па, $P_2 = 6 \cdot 10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 6$ л, а участки цикла 4 – 3 и 2 – 1 параллельны оси V .

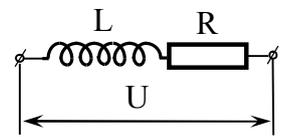
ЗАДАЧА 6.

Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций с сопротивлениями $R_1 = 16$ Ом; $R_2 = 32$ Ом. Найдите полное сопротивление между точками А и В.



ЗАДАЧА 7.

Катушку индуктивности $L = 10,0$ мГн, соединенную последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением $U_0 = 100$ В и круговой частотой $\omega = 10^3 \frac{1}{с}$. Найдите значение



сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность. Чему равна эта максимальная мощность?

ЗАДАЧА 8.

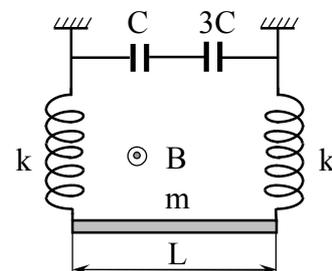
Нерелятивистская частица массы m_1 сталкивается с неподвижной частицей. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Найдите массу покоившейся частицы, если длина волны де Бройля налетающей частицы после удара изменилась в $n = 3$ раза.

ЗАДАЧА 9.

Энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -13,53$ эВ. Найдите частоту излучения электрона при переходе с третьего энергетического уровня на второй.

ЗАДАЧА 10.

Проводящий стержень массы m и длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости C и $3C$. Система находится в однородном магнитное поле с индукцией B , направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, определите циклическую частоту колебаний стержня.



**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ**

**«ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ
«ФИЗИКА». 2014 ГОД.**

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 19

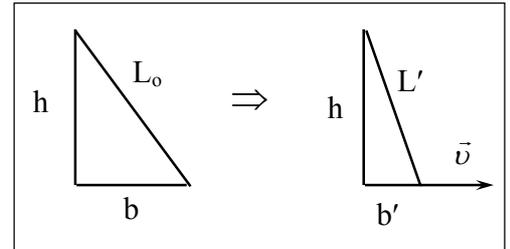
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $L' = 0,9m$.

$$h = L_o \sin \alpha ; b = L_o \cos \alpha , b' = b \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

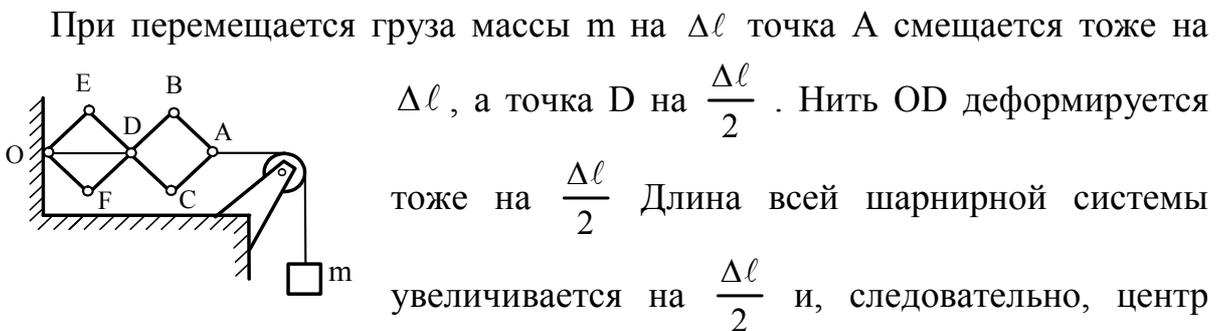
$$L' = \sqrt{h^2 + (b')^2} = \sqrt{L_o^2 \sin^2 \alpha + L_o^2 \cos^2 \alpha \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]} ;$$

$$L' = L_o \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]} ; L' = 0,9L_o = 0,9m .$$



З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

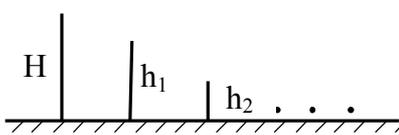
Ответ: $T = 2mg$.



При перемещении груза массы m на $\Delta \ell$ точка A смещается тоже на $\Delta \ell$, а точка D на $\frac{\Delta \ell}{2}$. Нить OD деформируется тоже на $\frac{\Delta \ell}{2}$. Длина всей шарнирной системы увеличивается на $\frac{\Delta \ell}{2}$ и, следовательно, центр масс смещается на $\frac{\Delta \ell}{2}$. Работа силы T натяжения нити равна $T \frac{\Delta \ell}{2}$. Очевидно, изменение потенциальной энергии груза должно быть равно работе силы натяжения нити. $mg\Delta \ell = T \frac{\Delta \ell}{2}$. Откуда $T = 2mg$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = 1,25H$.



$v_o = \sqrt{2gH}$; $v_1 = \frac{v_o}{n}$; $v_2 = \frac{v_1}{n} = \frac{v_o}{n^2}$, где $n = 3$.

$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{H^2}{n^2}$; $h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{H}{n^4}$;

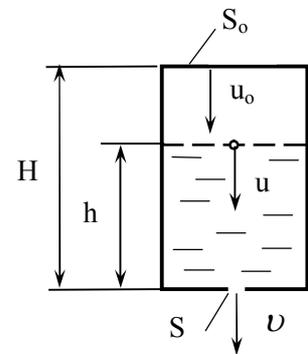
$$S = H + 2(h_1 + h_2 + \dots) = H + \frac{2H}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots \right)$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2 - 1}; \quad S = H + \frac{2H}{n^2 - 1}; \quad S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1};$$

$$S = \frac{5}{4}H = 1,25H.$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\tau \approx 0,13 \left(\frac{S_o}{S} \right) \sqrt{\frac{2H}{g}}$.



Если вытекание происходит через малое отверстие, то согласно формуле Торричелли $v = \sqrt{2gh}$ (1), где h – высота уровня жидкости в сосуде. Связь между скоростью истечения жидкости из отверстия и скоростью опускания уровня жидкости в сосуде получим, используя условие неразрывности $uS_o = vS$, где u – скорость опускания

жидкости в сосуде. Отсюда $u = v \frac{S}{S_o}$ (2). Подставляя (1) в (2), получим

$$u = \sqrt{2gh} \cdot \frac{S}{S_o}; \quad u^2 = 2gh \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2. \quad \text{Следовательно, уровень жидкости}$$

$$\text{движется равнозамедленно с ускорением } a = g \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2.$$

Если τ - время вытекания жидкости из сосуда, то $u = u_o - a\tau$, откуда

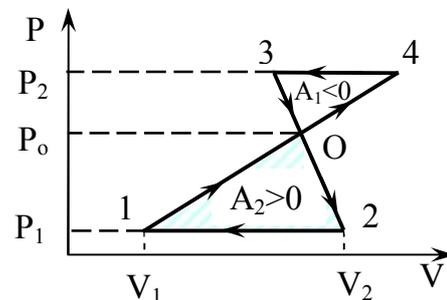
$$\tau = \frac{u_o - u}{a} = \frac{1}{g \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2} [\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh}] \cdot \frac{S}{S_o} = \left(\frac{S_o}{S} \right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{H} - \sqrt{h}). \quad \text{Для } h = \frac{3}{4}H$$

$$\tau = \left(\frac{S_o}{S}\right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{H} - \sqrt{\frac{3}{4}H}\right) = \left(\frac{S_o}{S}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 0,13 \left(\frac{S_o}{S}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ:
$$A = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) \approx 750 \text{ Дж}$$

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна я, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом). Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :



$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 0.$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0 , подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

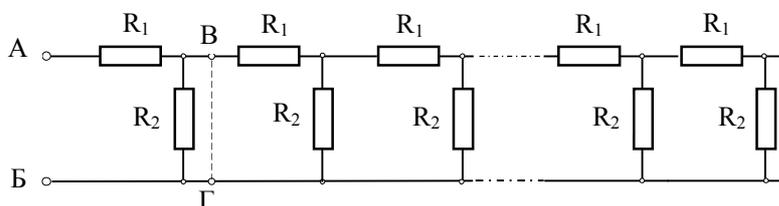
Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}$$

Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

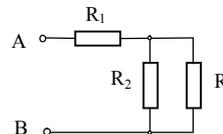
$$\begin{aligned} A = A_1 + A_2 &= A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = \\ &= \frac{(3 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(4 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5)^2}{(3 \cdot 10^5 - 10^5)^2}\right) \approx 750 \text{ Дж} \end{aligned}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



Ответ: $R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right) = 4 \text{ Ом}.$

Отрежем от рассматриваемой схемы первую секцию по пунктирной линии CD. По-прежнему справа останется бесконечное число секций, так что сопротивление между точками C и D должно равняться искомому сопротивлению. Тогда схема будет иметь вид:



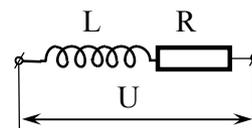
Этот участок цепи эквивалентен исходной схеме и его сопротивление должно равняться искомому сопротивлению R.

$R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$. Получили квадратное уравнение относительно R:

$$R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0. \text{ Решая его, находим } R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right).$$

Подставив числовые значения, получим

$$R = \frac{2}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{4}{2}} \right) = 4 \text{ Ом}.$$



З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = 62,5 \text{ Вт}$ при $R = \omega L = 0,4 \text{ Ом}.$

1). Мощность переменного тока $P = I_D^2 R$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

2) Амплитуда тока $I_o = \frac{U_o}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$

Тогда мощность тока $P = \frac{U_o^2 R}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} (*)$

3) Исследуем выражение (*) на экстремум и найдём R. .

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_o^2}{2} \frac{(R^2 + \omega^2 L^2) \cdot 1 - R \cdot 2R}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U_o^2}{2} \frac{(R^2 + \omega^2 L^2 - 2R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U_o^2}{2} \frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2}; \frac{dP}{dR} = 0$$

$$\frac{U_o^2}{2} \frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \frac{U_o^2}{2} \frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \omega^2 L^2 - R^2 = 0; R = \omega L$$

$$4) P_{\max} = \frac{U_o^2 \omega L}{2(\omega^2 L^2 + \omega^2 L^2)} = \frac{U_o^2}{4\omega L} \text{ достигается при } R = \omega L .$$

Подставив числовые значения , получим $R = \omega L = 4 \cdot 10^2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 0,4 \text{ Ом}$

$$P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = \frac{10^2}{4 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{16} = 62,5 \text{ Вт} .$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ:
$$m_2 = m_1 \frac{n-1}{n+1} = \frac{m_1}{3} .$$

Используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекциях на направление движения частицы, запишем:

$$\frac{m_1 v_o^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (1), \quad m_1 v_o = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (2),$$

где v_o - скорость, с которой первая частица налетает на покоящуюся частицу, v_1 - скорость первой частицы после столкновения, v_2 - скорость второй частицы после столкновения . Из этих равенств найдём скорость первой частицы после столкновения $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_o$ (3). Длины волн де Бройля первой

частицы до и после столкновения равны $\lambda_1 = \frac{h}{m v_o}$; $\lambda_2 = \frac{h}{m v_1}$. По условию

задачи

$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = n$. То есть отношение скоростей $\frac{v_o}{v_1} = n$. Используя соотношение (3),

получим $\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = n$, откуда $m_2 = m_1 \frac{n-1}{n+1} = m_1 \frac{2-1}{2+1} = \frac{m_1}{3}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ:
$$\lambda = -\frac{16}{3} \cdot \frac{hc}{E_1} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ м} .$$

Энергия атома на n -ом энергетическом уровне $E_n = \frac{E_1}{n^2}$. Тогда энергия атома

на втором энергетическом уровне $E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{E_1}{4}$, а на четвёртом $E_4 = \frac{E_1}{4^2} = \frac{E_1}{16}$.

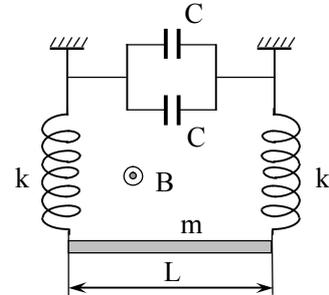
$h\nu = E_4 - E_2$, откуда $\nu = \frac{E_4 - E_2}{h}$. Тогда $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E_4 - E_2}$.

$$\lambda = \frac{ch}{\frac{E_1}{16} - \frac{E_1}{4}} = -\frac{16ch}{3E_1} = -\frac{16 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}}{3(-13,53) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + B^2 L^2 2C}{k}}$.

При движении стержня в нём возникает ЭДС $E = vBL$, которая вызывает ток, заряжающий конденсатор. Заряд конденсатора $q = CE = C_{\text{БАТ}} vBL$, где $C_{\text{БАТ}} = 2C$. Ток, идущий в цепи, $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \frac{\Delta v}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \cdot a$, где a - ускорение стержня.



При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BLI = C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 a$, направленная, как и сила упругости к положению равновесия стержня.

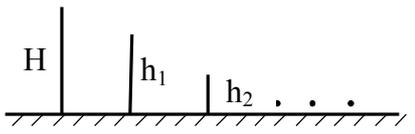
Запишем уравнение движения стержня в магнитном поле:

$$ma = -kx - a \cdot C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 \text{ или в таком виде:}$$

$$(m + C_{\text{БАТ}} B^2 L^2) a = -kx.$$

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + B^2 L^2 C_{\text{БАТ}}}}, \text{ а период колебаний будет равен } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + B^2 L^2 2C}{k}}.$$



$$v_o = \sqrt{2gH}; v_1 = \frac{v_o}{n}; v_2 = \frac{v_1}{n} = \frac{v_o}{n^2}, \text{ где } n = 1,5.$$

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{H^2}{n^2}; h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{H}{n^4};$$

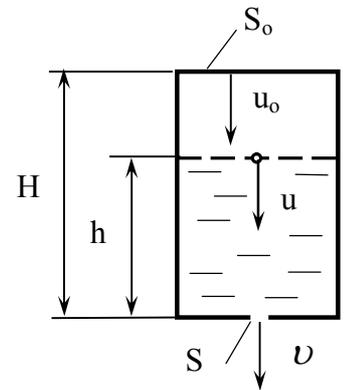
$$S = H + 2(h_1 + h_2 + \dots) = H + \frac{2H}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots \right)$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2 - 1}; S = H + \frac{2H}{n^2 - 1}; S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}; S = 2,6H.$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\tau = \frac{S_o}{S} \sqrt{\frac{2H}{g}}.$

Если вытекание происходит через малое отверстие, то согласно формуле Торричелли $v = \sqrt{2gh}$ (1), где h – высота уровня жидкости в сосуде. Связь между скоростью истечения жидкости из отверстия и скоростью опускания уровня жидкости в сосуде получим, используя условие неразрывности $uS_o = vS$,



где u – скорость опускания жидкости в сосуде. Отсюда $u = v \frac{S}{S_o}$ (2).

Подставляя (1) в (2), получим $u = \sqrt{2gh} \cdot \frac{S}{S_o}; u^2 = 2gh \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2.$

Следовательно, уровень жидкости движется равнозамедленно с ускорением

$$a = g \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2.$$

Если τ - время вытекания жидкости из сосуда, то $u = u_o - a\tau$, откуда

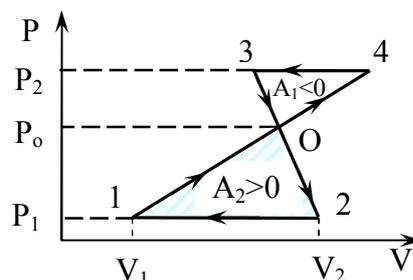
$$\tau = \frac{u_o - u}{a} = \frac{1}{g \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2} [\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh}] \cdot \frac{S}{S_o} = \left(\frac{S_o}{S} \right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{H} - \sqrt{h}). \text{ Для } h = 0$$

$$\tau = \left(\frac{S_o}{S}\right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{H} - 0) = \frac{S_o}{S} \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \tau = \frac{S_o}{S} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ:
$$A = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = -45 \cdot 10^2 \text{ Дж} = -4,5 \text{ кДж}$$

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительная, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом). Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :



$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 0.$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0 , подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

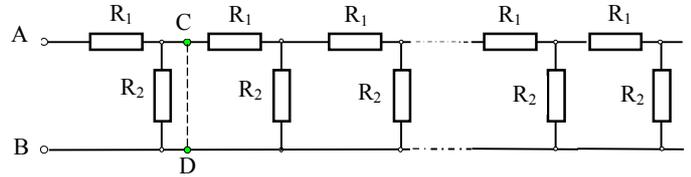
$$A_2 = -A_1 \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}$$

Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

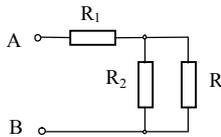
$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 = A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = \\ &= \frac{(2 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(6 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5)^2}{(2 \cdot 10^5 - 10^5)^2}\right) = 3 \cdot 10^2 (1 - 16) = -45 \cdot 10^2 \text{ Дж} = -4,5 \text{ кДж} \end{aligned}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ:
$$R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right) = 32 \text{ Ом}.$$



Отрежем от рассматриваемой схемы первую секцию по пунктирной линии CD. По-прежнему справа останется бесконечное число секций, так что сопротивление между точками C и D должно равняться искомому сопротивлению. Тогда схема будет иметь вид



Этот участок цепи эквивалентен исходной схеме и его сопротивление должно равняться искомому сопротивлению R.
$$R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}.$$
 Получили

квадратное уравнение относительно R: $R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$. Решая это уравнение, находим
$$R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right).$$

Подставив числовые значения, получим
$$R = \frac{16}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{32}{16}} \right) = 32 \text{ Ом}.$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ:
$$P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = 250 \text{ Вт}$$
 при $R = \omega L = 10 \text{ Ом}.$

1). Мощность переменного тока $P = I_D^2 R$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

2) Амплитуда тока
$$I_o = \frac{U_o}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

Тогда мощность тока
$$P = \frac{U_o^2 R}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} \quad (*)$$

3) Исследуем выражение (*) на экстремум и найдём R .

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_o^2 \cdot (R^2 + \omega^2 L^2) \cdot 1 - R \cdot 2R}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U_o^2 \cdot (R^2 + \omega^2 L^2 - 2R^2)}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U_o^2 \cdot (\omega^2 L^2 - R^2)}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2}; \quad \frac{dP}{dR} = 0$$

$$\frac{U_o^2 \cdot (\omega^2 L^2 - R^2)}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \quad \frac{U_o^2 \cdot (\omega^2 L^2 - R^2)}{2(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \quad \omega^2 L^2 - R^2 = 0; \quad R = \omega L$$

$$4) P_{\max} = \frac{U_o^2 \omega L}{2(\omega^2 L^2 + \omega^2 L^2)} = \frac{U_o^2}{4\omega L} \text{ достигается при } R = \omega L.$$

Подставив числовые значения, получим $R = \omega L = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом}$

$$P_{\max} = \frac{U_o^2}{4\omega L} = \frac{10^4}{4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{4} = 250 \text{ Вт}.$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $m_1 = m_2 \frac{n+1}{n-1} = 2m_2$.

Используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекциях на направление движения частицы, запишем:

$$\frac{m_1 v_o^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (1), \quad m_1 v_o = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (2),$$

где v_o - скорость, с которой первая частица налетает на покоящуюся частицу, v_1 - скорость первой частицы после столкновения, v_2 - скорость второй частицы после столкновения. Из этих равенств найдём скорость первой частицы после столкновения $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_o$ (3) Длины волн де Бройля

первой частицы до и после столкновения равны $\lambda_1 = \frac{h}{m v_o}$; $\lambda_2 = \frac{h}{m v_1}$. По

условию задачи $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = n$. То есть отношение скоростей $\frac{v_o}{v_1} = n$. Используя

соотношение (3), получим $\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = n$, откуда $m_1 = m_2 \frac{n+1}{n-1} = m_2 \frac{3+1}{3-1} = 2m_2$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $v = -\frac{5}{36} \cdot \frac{E_1}{h} = 4,56 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$.

В модели атома водорода Бора энергия атома на n -ом энергетическом уровне $E_n = \frac{E_1}{n^2}$. Тогда энергия атома на втором энергетическом уровне

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{E_1}{4}, \text{ а на третьем } E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{E_1}{9}. \quad h\nu = E_3 - E_2, \text{ откуда } \nu = \frac{E_3 - E_2}{h}.$$

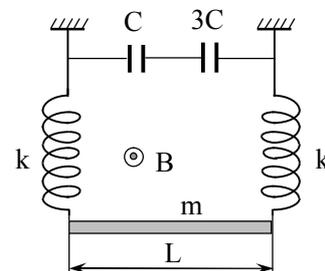
$$\nu = \frac{\frac{E_1}{9} - \frac{E_1}{4}}{h} = \frac{E_1 \left(-\frac{5}{36} \right)}{h} = -\frac{5}{36} \cdot \frac{E_1}{h} = -\frac{5}{36} \cdot \frac{-13,53 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 4,56 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\omega = 2 \sqrt{\frac{k}{4m + B^2 L^2 3C}}$.

При движении стержня в нём возникает ЭДС $E = \nu BL$, которая вызывает ток, заряжающий конденсатор. Заряд конденсатора $q = CE = C_{\text{БАТ}} \nu BL$, где $C_{\text{БАТ}} = \frac{3}{4}C$. Ток, идущий

в цепи, $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \frac{\Delta \nu}{\Delta t} = C_{\text{БАТ}} BL \cdot a$, где a - ускорение стержня.



При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BLI = C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 a$, направленная, как и сила упругости к положению равновесия стержня.

Запишем уравнение движения стержня в магнитном поле:

$$ma = -kx - a \cdot C_{\text{БАТ}} B^2 L^2 \text{ или в таком виде:}$$

$$(m + C_{\text{БАТ}} B^2 L^2) a = -kx.$$

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать колебания

с циклической частотой $\omega = 2 \sqrt{\frac{k}{4m + B^2 L^2 3C}}$.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО (ОЧНОГО) ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ДЛЯ 8-10 КЛАССОВ

XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов

ФИЗИКА 10 класс 2 тур (очный)

2013-2014 учебный год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – МАХ = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это МАХ = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1-1. Два десятиклассника Ваня Иванов и Петя Петров играют мячом в спортивном зале. Сначала Ваня кидает мяч, а Петя ловит его через $t = 1$ с. Затем мальчики разбегаются, и, когда расстояние между ними увеличивается в 2 раза, они останавливаются, и Петя бросает мяч Ване, но со скоростью вдвое большей, чем сообщил мячу Ваня в первом случае. Ваня ловит мяч также через одну секунду. Зная, что оба мальчика бросают и ловят мяч на одной и той же высоте $h = 1,5$ м, определите высоту потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка. Удар мяча о потолок спортзала считать упругим. Соппротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

1. При втором броске дальность броска увеличивается в 2 раза, а время движения мяча остается неизменным, поэтому проекция начальной скорости мяча на горизонтальную ось x v_{0x} увеличивается в 2 раза. Этот результат не зависит от того, ударился мяч о потолок или нет.

2. Во втором броске модуль начальной скорости мяча увеличивается вдвое, значит, проекция скорости мяча на вертикальную ось y v_{0y} тоже увеличивается в 2 раза.

3. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, угол броска также одинаков, а начальная скорость отличается в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

4. Первый бросок (Вани) в проекции на вертикальную ось y

$$v_{0y} - g \frac{t}{2} = 0, \Rightarrow v_{0y} = g \frac{t}{2}. \quad (4)$$

5. Второй бросок (Петя). Мяч ударяется о потолок.

$$H - h = 2v_{0y} \cdot \frac{t}{2} - \frac{g}{2} \left(\frac{t}{2} \right)^2 = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{8} = \frac{3gt^2}{8}. \quad (5)$$

$$6. H = h + \frac{3gt^2}{8} = 5,25 \text{ м.}$$

Ответ. $H = h + \frac{3gt^2}{8} = 5,25 \text{ м.}$

1-2. Два десятиклассника Ваня Иванов и Петя Петров играют мячом в спортивном зале. Сначала Ваня кидает мяч, а Петя ловит его через некоторое время t . Затем мальчики разбегаются, и, когда расстояние между ними увеличивается в 2 раза, они останавливаются, и Петя бросает мяч Ване, но со скоростью вдвое большей, чем сообщил мячу Ваня в первом случае. Ваня ловит мяч также через время t . Чему равно это время t , если известно, что оба мальчика бросают и ловят мяч на одной и той же высоте $h = 1,4$ м от пола, а высота потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка, равно $H = 5,0$ м. Удар мяча о потолок спортзала считать упругим. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Решение аналогично решению задачи 2-1 варианта 1 (см. пп. 1-5)

$$6. t = \sqrt{\frac{8(H-h)}{3g}} = 0,98 \text{ с. (5)}$$

Ответ. $t = \sqrt{\frac{8(H-h)}{3g}} = 0,98 \text{ с.}$

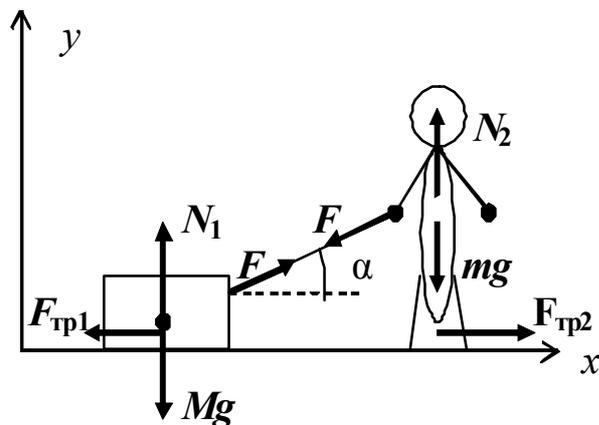
Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано, что проекция начальной скорости мяча на горизонтальную ось увеличивается в 2 раза при втором броске.	2 балла
2	Указано, что проекция скорости мяча на вертикальную ось тоже увеличивается в 2 раза при втором броске.	2 балла
3	Указано, что в обоих случаях бросок происходит под одинаковым углом к горизонту	2 балла
4	Указано, что в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок	от 1 до 2 баллов
5	Получена формула (4) для v_{0y} в первом случае	от 1 до 4 баллов
6	Получена формула (5), связывающая высоту потолка и время движения для второго случая	от 1 до 6 баллов
7	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

2-1. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней в 2 раза больше массы человека. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0.20$, человека $\mu_2 = 0.30$. Под каким углом к горизонту нужно тянуть за веревку?

2-2. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней в 3 раза больше массы человека. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0.15$, человека $\mu_2 = 0.30$. Под каким углом к горизонту нужно тянуть за веревку?

Решение



1. Уравнения динамики для человека массой m (см. рисунок)

$$F \cos \alpha - F_{\text{дд}2} = 0, \quad (1-1)$$

$$N_2 - mg - F \sin \alpha = 0. \quad (1-2)$$

2. Человек не сдвигается с места, когда тянет санки, поэтому на него действует сила трения покоя

$$F_{\text{дд}2} \leq \mu_2 N_2. \quad (2)$$

3. Уравнения динамики для санок массой M (см. рисунок)

$$F \cos \alpha - F_{\text{дд}1} = 0, \quad (3-1)$$

$$N_1 - Mg + F \sin \alpha = 0. \quad (3-2)$$

4. Чтобы санки сдвинулись

$$F_{\text{дд}1} = \mu_1 N_1, \quad (4)$$

5. Решаем полученную систему.

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{\mu_1 M - \mu_2 m}{\mu_1 \mu_2 (M + m)}$$

Ответ.

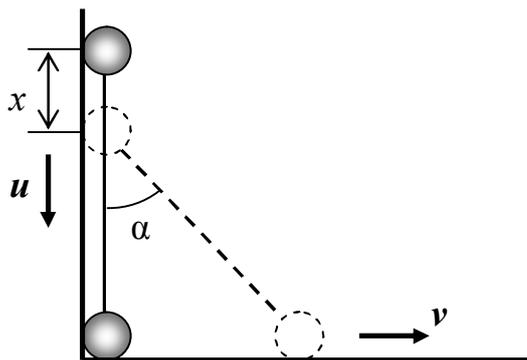
В случае варианта 1 $M = 2m$: $\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{2\mu_1 - \mu_2}{3\mu_1 \mu_2} = \frac{5}{9} = 0,555$, $\alpha \geq 29^\circ$.

В случае варианта 2 $M = 3m$: $\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{3\mu_1 - \mu_2}{4\mu_1 \mu_2} = \frac{5}{6} = 0,833$, $\alpha \geq 39,8^\circ$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на человека и на санки	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Записаны уравнения динамики для человека (1-1) и (1-2)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
3	Записано неравенство для силы трения покоя (2) (или равенство для максимальной силы трения)	1 балл
4	Записаны уравнения динамики для санок (3-1) и (3-2)	по 2 баллу за каждую формулу (всего 4 балла)
5	Записано уравнение для силы трения скольжения (4)	1 балл
8	Приведено решение полученной системы и получена правильная формула для $\operatorname{tg} \alpha$.	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
9	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ для $\operatorname{tg} \alpha$ или угла α в виде неравенства	от 1 до 2 баллов

3.1 Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной $l = 60$ см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости (см. рисунок). При небольшом смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние эта система приходит в движение в плоскости рисунка. Определите скорость нижнего шарика в момент, когда верхний шарик сместится по вертикальной плоскости вниз на расстояние $x = 10$ см. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь.



Решение

1. Обозначим массу шарика m , скорости верхнего и нижнего шариков u и v соответственно (см. рис.). Запишем закон сохранения энергии.

$$mg(l-x) + \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgl, \quad (1), \quad \Rightarrow u^2 + v^2 = 2gx.$$

2. Запишем условие жесткости стержня:

$$u \cos \alpha = v \sin \alpha \quad (2), \quad \Rightarrow u = v \operatorname{tg} \alpha.$$

3. Подставляя уравнение (2) в (1), получим $v = \cos \alpha \sqrt{2gx}$.

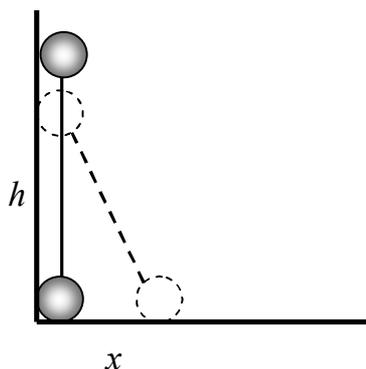
$$4. \quad \cos \alpha = \frac{l-x}{l} \quad (4)$$

5. Запишем окончательную формулу и проведем численный расчет.

$$v = \frac{l-x}{l} \sqrt{2gx} = 1,2 \text{ м/с.}$$

Ответ. $v = \frac{l-x}{l} \sqrt{2gx} = 1,2 \text{ м/с.}$

3.2 Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной $l = 13$ см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости (см. рисунок). При небольшом смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние эта система приходит в движение в плоскости рисунка. Определите скорость верхнего шарика в момент, когда нижний шарик сместится по горизонтальной плоскости на расстояние $x = 5$ см. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь.



Решение

1. Обозначим массу шарика m , скорости верхнего и нижнего шариков u и v соответственно (см. рис.), h – высоту, на которой находится верхний шарик. Запишем закон сохранения энергии.

$$mgh + \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgl, \quad (1), \quad \Rightarrow u^2 + v^2 = 2g(l - h), \quad \text{где } h = \sqrt{l^2 - x^2}.$$

2. Запишем условие жесткости стержня:

$$u \cos \alpha = v \sin \alpha \quad (2), \quad \Rightarrow v = u \operatorname{ctg} \alpha.$$

3. Пользуясь уравнениями (1) и (2), получим $u = \sin \alpha \sqrt{2g(l - h)}$.

$$4. \quad \sin \alpha = \frac{x}{l} \quad (4)$$

5. Запишем окончательную формулу и проведем численный расчет.

$$u = \frac{x}{l} \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - x^2})} = 0,17 \text{ м/с.}$$

Ответ. $u = \frac{x}{l} \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - x^2})} = 0,17 \text{ м/с.}$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записан закон сохранения энергии (1)	от 1 до 5 баллов
2	Записано условие жесткости стержня (2)	от 1 до 5 баллов
3	Записаны необходимые геометрические соотношения, типа (4)	от 1 до 2 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ	от 1 до 6 баллов
5	Проведен численный расчет и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

4-1. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис. 1). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии $l = 28$ см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. Сколько грамм ртути нужно долить в правую часть трубки, чтобы разность уровней ртути в левой и правой частях трубки оказалась равной $\Delta l = 9$ см? Площадь сечения трубки равна $S = 1$ см². Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм. рт. ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.

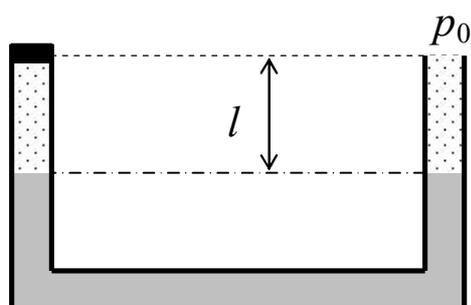


Рис. 1

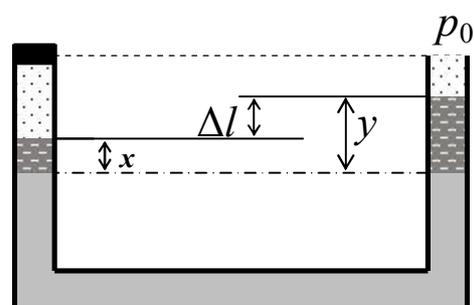


Рис. 2

Решение

1. Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно p_0 .

2. Предположим, что уровень ртути в правой части трубки поднялся на y , а в левой на x (рис. 2), тогда $\Delta l = y - x$, $\Rightarrow y = x + \Delta l$ (2).

3. Давление воздуха p в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта.

$$p(l-x)S = p_0 l S \quad (3-1), \Rightarrow p = \frac{p_0 l}{(l-x)} \quad (3-2).$$

4. Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне.

$$p + \rho g x = p_0 + \rho g y. \quad (4)$$

5. Подставляя формулы (2) и (3-2) в (4), можно найти x .

$$x = \frac{\rho g l \cdot \Delta l}{p_0 + \rho g \Delta l} \quad (5)$$

6. Удобно упростить (5), пользуясь формулой

$$p_0 = \rho g H \quad (6-1), \text{ где } H = 0,75 \text{ м. Тогда}$$

$$x = \frac{l \cdot \Delta l}{H + \Delta l} = 0,03 \text{ м.} \quad (6-2)$$

7. Масса ртути, которую нужно долить в левую часть трубки, равна

$$\Delta m = \rho S(2x + \Delta l) = 0,204 \text{ кг.}$$

$$\text{Ответ. } \Delta m = \rho S \Delta l \left(\frac{2l}{H + \Delta l} + 1 \right) = 204 \text{ г.}$$

4-2. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис.1). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии $l = 18$ см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. В правую часть трубки аккуратно доливают ртуть, так что она заполняет полностью всю правую часть. На сколько сантиметров поднимется при этом

уровень ртути в левой части трубки? Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм. рт. ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.

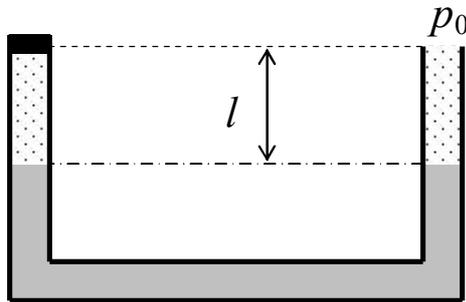


Рис. 1

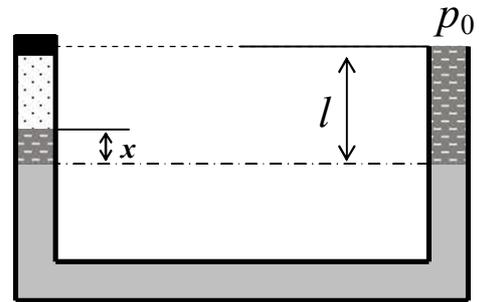


Рис. 2

Решение

1. Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно p_0 .

2. Предположим, что после доливания ртути ее уровень в левой части трубки поднялся на x . (рис. 2).

3. Давление воздуха p в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта.

$$p(l-x)S = p_0 l S \quad (3-1), \Rightarrow p = \frac{p_0 l}{(l-x)} \quad (3-2).$$

4. Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне.

$$p + \rho g x = p_0 + \rho g l. \quad (4)$$

5. Подставляя формулу (3-2) в (4), получим квадратное уравнение для нахождения x .

$$p_0 x = \rho g (l-x)^2. \quad (5)$$

6. Удобно упростить (5), пользуясь формулой

$$p_0 = \rho g H \quad (6-1), \text{ где } H = 0,75 \text{ м. Тогда}$$

$$Hx = (l-x)^2 \Rightarrow x^2 - (2l+H)x + l^2 = 0. \quad (6.2)$$

7. Решение квадратного уравнения

$$x = \frac{H + 2l - \sqrt{H(H + 4l)}}{2} = 0,03 \text{ м.}$$

Из двух возможных корней квадратного уравнения выбираем тот, в котором перед квадратным корнем стоит знак минус. Это связано с тем, что, при $l = 0$, именно этот корень дает правильный ответ $x = 0$.

Ответ. $x = \frac{H + 2l - \sqrt{H(H + 4l)}}{2} = 3 \text{ см.}$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано, что давление воздуха в левой части равно атмосферному	2 балла
2	Записаны закон Бойля-Мариотта или уравнения состояния воздуха и найдено давление в левой части сосуда (3-2)	от 1 до 4 баллов
3	Записано уравнение для нахождения давления воздуха в левой части (4).	от 1 до 3 баллов
4	При решении используется формула (6-1) для атмосферного давления	1 балл
5	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

5.1. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, совершает замкнутый цикл 1-2-3-1. Известно, что теплоемкости всех процессов, входящих в цикл, постоянны и равны соответственно $C_{1-2} = 2R$ для процесса 1-2, $C_{2-3} = \frac{3}{2}R$ для процесса 2-3 и

$C_{3-1} = \frac{5}{2}R$ для процесса 3-1, где R – универсальная газовая постоянная.

Отношение максимальной и минимальной температур за цикл равно $n = 4$. Определите КПД цикла.

Решение

1. Несложно доказать, что в случае изохорного процесса $V = const$, происходящего с 1 молем идеального одноатомного газа теплоемкость равна

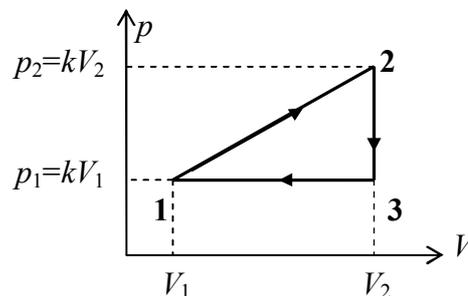
$$C_{\mu} = C_{\mu V} = \frac{3}{2}R.$$

2. Аналогично для изобарного процесса $p = const$: $C_{\mu} = C_{\mu p} = \frac{5}{2}R$.

3. Для процесса, в котором давление p прямо пропорционально объёму V : $p \sim V$, молярная теплоемкость равна $C_{\mu} = 2R$.

4. Тогда, согласно условию, процесс 1-2: $p = kV$, где $k = const$; процесс 2-3: $V = const$; процесс 3-1: $p = const$.

5. Т.к. замкнутый цикл 1-2-3-1 совершается тепловой машиной, то он идет с положительной работой, т.е. по часовой стрелке, поэтому график процесса однозначно имеет вид, изображенный на рисунке.



6. Указано, что искомое отношение температур есть $\frac{T_2}{T_1} = n = 4$.

7. Работа за цикл равна $A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}k(V_2 - V_1)^2$.

Пользуясь уравнением состояния 1 и с учетом зависимости между давлением и объемом $p_1 = kV_1$, получим

$$p_1 V_1 = RT_1, \Rightarrow kV_1^2 = RT_1, \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{RT_1}{k}}. \quad (6-1)$$

Аналогично $V_2 = \sqrt{\frac{RT_2}{k}}. \quad (6-2)$

Тогда $A = \frac{1}{2}R(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2. \quad (6-3)$

8. Газ получает тепло в процессе 1-2.

$$Q_{i\ddot{i}\ddot{e}} = Q_{12} = C_{1-2}(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1).$$

9. КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q_{i\ddot{i}\ddot{e}}} = \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{4(\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1})} = \frac{\sqrt{n} - 1}{4(\sqrt{n} + 1)} = \frac{1}{12} = 8,3\%.$$

Ответ. $\eta = \frac{\sqrt{n} - 1}{4(\sqrt{n} + 1)} = \frac{1}{12} = 8,3\%.$

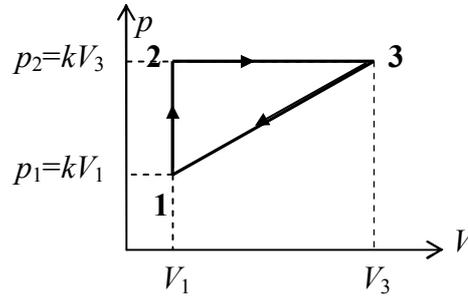
5.2. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, совершает замкнутый цикл 1-2-3-1. Известно, что теплоемкости всех процессов, входящих в цикл, постоянны и равны соответственно $C_{1-2} = \frac{3}{2}R$ для процесса 1-2, $C_{2-3} = \frac{5}{2}R$ для процесса 2-3 и $C_{3-1} = 2R$ для процесса 3-1, где R – универсальная газовая постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур за цикл равно $n = 4$. Определите КПД цикла.

Решение

Решение во многом аналогично решению задачи 5-1 варианта 1, различаются только некоторые результаты. Ниже приведены эти различия.

4. Согласно условию, процесс 1-2: $V = const$; процесс 2-3: $p = const$; процесс 3-1: $p = kV$, где $k = const$.

5. Т.к. замкнутый цикл 1-2-3-1 совершается тепловой машиной, то он идет с положительной работой, т.е. по часовой стрелке, поэтому график процесса однозначно имеет вид, изображенный на рисунке.



6. Указано, что искомое отношение температур есть $\frac{T_3}{T_1} = n = 4$.

7. Работа за цикл равна $A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \frac{1}{2}k(V_3 - V_1)^2$.

Пользуясь уравнением состояния 1 и с учетом зависимости между давлением и объемом $p_1 = kV_1$, получим

$$V_1 = \sqrt{\frac{RT_1}{k}}, \quad (6-1) \quad V_3 = \sqrt{\frac{RT_3}{k}}. \quad (6-2)$$

$$\text{Тогда } A = \frac{1}{2}R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2. \quad (6-3)$$

8. Газ получает тепло в процессах 1-2 и 2-3.

$$Q_{iie} = Q_{12} + Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{13},$$

$$\text{где } A_{23} = p_2(V_3 - V_1) = kV_3(V_3 - V_1) = R\sqrt{T_3}(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}), \quad \Delta U_{13} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1).$$

$$\Rightarrow Q_{iie} = R\sqrt{T_3}(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}) + \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) = R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}) \left\{ \sqrt{T_3} + \frac{3}{2}(\sqrt{T_3} + \sqrt{T_1}) \right\}$$

9. КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q_{iie}} = \frac{\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}}{5\sqrt{T_3} + 3\sqrt{T_1}} = \frac{\sqrt{n} - 1}{5\sqrt{n} + 3} = \frac{1}{13} = 7,7\%.$$

Ответ. $\eta = \frac{\sqrt{n}-1}{5\sqrt{n}+3} = \frac{1}{13} = 7,7\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Показано, чему равна теплоемкость 1 моля идеального одноатомного газа в изохорном процессе	1 балл
2	Показано, чему равна теплоемкость 1 моля идеального одноатомного газа в изобарном процессе	1 балл
3	Показано, чему равна молярная теплоемкость одноатомного идеального газа в процесса $p = kV$	есть только указание на правильный ответ – 1 балл; Получен правильный ответ – 2 балла
4	Правильно указаны процессы, входящие в цикл 1-2-3-1.	по 1 баллу за каждый процесс (всего 3 балла)
5	Построен график цикла	1 балл
6	Правильно указаны минимальная и максимальная температуры	по 1 баллу за каждую (всего 2 балла)
7	Получено выражение (6-3) для работы газа за цикл	от 1 до 4 баллов
8	Посчитано полученное газом тепло в цикле	от 1 до 4 баллов
9	Получена формула для КПД цикла	1 балл
	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	1 балл

XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 9 класс 2 тур 2013-2014 уч. год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – МАХ.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до МАХ. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это МАХ.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 1.

1-1. (МАХ = 20 баллов) На уроке физкультуры ученик 9 класса Петя Петров бросает вверх мяч и затем ловит его, не сходя с места. В первый раз мяч вернулся к нему через $t = 1$ с. Когда Петя во второй раз бросил мяч, сообщив ему вдвое большую скорость, чем в первый раз, он заметил, что мяч вернулся к нему через такое же время, что и в первый раз. Определите высоту потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка, зная, что Петя бросал и ловил мяч в обоих случаях на одной и той же высоте $h = 1,5$ м. Удар мяча о потолок спортзала можно считать упругим, что означает, что скорость мяча перед ударом и после удара одинакова.

Решение.

1. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, а начальные скорости отличаются в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

2. Пусть v_0 – начальная скорость мяча в первом броске, тогда

$$v_0 - g \frac{t}{2} = 0, \Rightarrow v_0 = g \frac{t}{2}. \quad (2)$$

3. Когда Петя во второй раз бросает мяч, его начальная скорость равна $2v_0$; мяч ударяется о потолок.

$$H - h = 2v_0 \cdot \frac{t}{2} - \frac{g}{2} \left(\frac{t}{2} \right)^2 = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{8} = \frac{3gt^2}{8}. \quad (3)$$

$$\Rightarrow H = h + \frac{3gt^2}{8} = 5,25 \text{ м.}$$

Ответ. $H = h + \frac{3gt^2}{8} = 5,25 \text{ м.}$

1-2. (МАХ = 20 баллов) На уроке физкультуры ученик 9 класса Петя Петров бросает вверх мяч и затем ловит его, не сходя с места. В первый раз он бросил мяч с некоторой начальной скоростью v_0 . Когда Петя во второй раз бросил мяч, сообщив ему вдвое большую скорость, чем в первый раз, он заметил, что мяч вернулся к нему через такое же время, что и в первый раз. Определите начальную скорость v_0 , которую Петя сообщил мячу в первый раз. Петя бросает и ловит мяч в обоих случаях на одной и той же высоте $h = 1,4$ м. Высота потолка, т.е. расстояние от пола до потолка $H = 5$ м. Удар мяча о потолок спортзала можно считать упругим, что означает, что скорости мяча перед ударом и после удара одинаковы.

Решение.

1. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, а начальные скорости отличаются в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

2. Пусть t_n – время движения мяча вверх, тогда

$$v_0 - gt_i = 0, \Rightarrow t_i = \frac{v_0}{g}. \quad (2)$$

3. Когда Петя во второй раз бросает мяч, его начальная скорость равна $2v_0$; мяч ударяется о потолок.

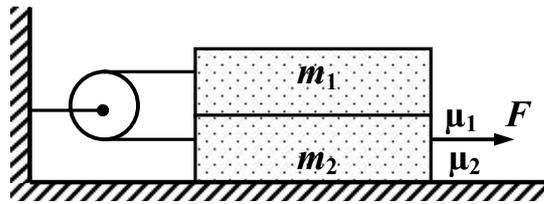
$$H - h = 2v_0 t_i - \frac{g}{2} t_i^2 = \frac{3v_0^2}{2g}. \quad (3) \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2g(H - h)}{3}} = 4,9 \text{ м/с.}$$

Ответ. $v_0 = \sqrt{\frac{2g(H - h)}{3}} = 4,9 \text{ м/с.}$

Критерии оценивания задачи 1 (МАХ = 20 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано (или правильно понято), что в первом случае мяч не долетает до потолка	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения кинематики для движения мяча в первом случае и получена формула (2)	от 1 до 4 баллов
	Указано (или правильно понято), что во втором случае мяч ударяется о потолок	от 1 до 2 баллов
3	Записаны уравнения кинематики для движения мяча во втором случае и получена формула (3)	от 1 до 6 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 4 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

2-1. (МАХ = 30 баллов) Две длинные доски массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг лежат на горизонтальной поверхности, одна на другой (см. рисунок). Коэффициент трения между досками равен $\mu_1 = 0,2$, а между нижней доской и поверхностью $\mu_2 = 0,4$. Доски связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий неподвижный блок, закрепленный на неподвижной стенке. Какую минимальную горизонтально направленную силу F следует приложить к нижней доске, чтобы сдвинуть ее с места? С каким ускорением будут двигаться бруски, если эту силу увеличить в 2 раза?



Решение

I часть. Найдем минимальную горизонтально направленную силу F , при которой доски начнут двигаться

1. Расставим силы и запишем уравнения динамики для нижней доски

$$F - F_{\text{дд1}} - F_{\text{дд2}} - T = 0, \quad (1-1)$$

$$N_2 - m_2 g - N_1 = 0, \quad (1-2)$$

где $F_{\text{дд1}}$ – сила трения, действующие между обеими досками, $F_{\text{дд2}}$ – сила трения между нижней доской и горизонтальной поверхностью, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы нормальной реакции между поверхностями досок и между нижней доской и горизонтальной поверхностью соответственно.

2. Расставим силы и запишем уравнения динамики для верхней доски

$$T - F_{\text{дд1}} = 0, \quad (2-1)$$

$$N_1 - m_1 g = 0. \quad (2-2)$$

$$3. F_{\text{дд1}} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g \quad (3)$$

$$4. F_{\text{дд2}} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g \quad (4)$$

5. Решаем полученную систему и находим минимальную силу F

$$F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 16 \text{ Н.} \quad (5)$$

II часть. Найдем ускорение системы, когда на нижнюю доску действует сила равная $2F$.

6. Уравнения динамики для нижней доски

$$2F - F_{\text{дд1}} - F_{\text{дд2}} - T = m_2 a, \quad (6)$$

7. Уравнение динамики для верхней доски

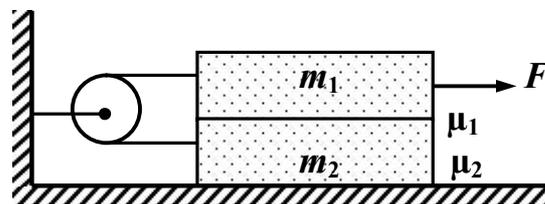
$$T - F_{\text{од1}} = m_1 a, \quad (7)$$

8. Складывая уравнения (6) и (7), и с учетом написанных выше уравнений, получим формулу для вычисления ускорения системы

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 5,3 \text{ м/с}^2. \quad (8)$$

Ответ. $F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 16 \text{ Н}$, $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 5,3 \text{ м/с}^2$.

2-2. (МАХ = 30 баллов) Две длинные доски массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 1 \text{ кг}$ лежат на горизонтальной поверхности, одна на другой (см. рисунок). Коэффициент трения между досками равен $\mu_1 = 0,4$, а между нижней доской и поверхностью $\mu_2 = 0,2$. Доски связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий неподвижный блок, закрепленный на неподвижной стенке. Какую минимальную горизонтально направленную силу F следует приложить к верхней доске, чтобы сдвинуть ее с места? С каким ускорением будут двигаться бруски, если эту силу увеличить в 2 раза?



Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 2.1, за исключением уравнений (1-1) и (2-1), а также уравнений (6) и (7). Выделены цветом уравнения, которые изменяются.

I часть. Найдем минимальную горизонтально направленную силу F , при которой доски начнут двигаться

1. Расставим силы и запишем уравнения динамики для нижней доски

$$T - F_{\text{од1}} - F_{\text{од2}} = 0, \quad (1-1)$$

$$N_2 - m_2 g - N_1 = 0, \quad (1-2)$$

где $F_{\text{дд}1}$ – сила трения, действующие между обеими досками, $F_{\text{дд}2}$ – сила трения между нижней доской и горизонтальной поверхностью, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы нормальной реакции между поверхностями досок и между нижней доской и горизонтальной поверхностью соответственно.

2. Расставим силы и запишем уравнения динамики для верхней доски

$$F - F_{\text{дд}1} - T = 0, \quad (2-1)$$

$$N_1 - m_1 g = 0. \quad (2-2)$$

$$3. F_{\text{дд}1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g \quad (3)$$

$$4. F_{\text{дд}2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g \quad (4)$$

5. Решаем полученную систему и находим минимальную силу F

$$F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 22 \text{ Н.} \quad (5)$$

II часть. Найдем ускорение системы, когда на нижнюю доску действует сила равная $2F$.

6. Уравнения динамики для нижней доски

$$T - F_{\text{дд}1} - F_{\text{дд}2} = m_2 a, \quad (6)$$

7. Уравнение динамики для верхней доски

$$2F - T - F_{\text{дд}1} = m_1 a, \quad (7)$$

8. Складывая уравнения (6) и (7), и с учетом написанных выше уравнений, получим формулу для вычисления ускорения системы

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 7,3 \text{ м/с}^2. \quad (8)$$

Ответ. $F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 22 \text{ Н}$, $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 7,3 \text{ м/с}^2$.

Критерии оценивания задачи 2.

	<p>Решение содержит следующие верные элементы решения.</p> <p>Баллы за каждый верный элемент решения суммируются</p>	<p>Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.</p>
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на доски	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Записаны уравнения динамики для нижней доски (1-1) и (1-2) в первом случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
3	Записаны уравнения динамики для верхней доски (2-1) и (2-2) в первом случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
4	Записаны формулы закона Кулона-Амонтона для сил трения	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
5	Приведено решение полученной системы для первой части задачи и получена правильная формула для силы F (5)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Проведен правильный численный расчет и получен числовой ответ для силы F	от 1 до 2 баллов
7	Записаны уравнения динамики вдоль горизонтального направления для нижней доски (6) и верхней доски (7) во втором случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
8	Приведено решение полученной системы для второй части задачи и получена правильная формула для ускорения a (8)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
9	Проведен правильный численный расчет и записан ответ для $\operatorname{tg}\alpha$ или угла α в виде неравенства	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

3.1. (МАХ = 25 баллов) Тело, состоящее из куска льда и вмёрзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объёма тела. Под действием солнечных лучей лед начинает таять. Сколько процентов льда должно растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность алюминия $\rho_{\text{а}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Изменением уровня воды при таянии льда пренебречь.

Решение

1. Пусть V_0 – начальный объём льда, V_a – объём алюминиевого бруска, m_0 , m_a – начальная масса льда и масса алюминиевого бруска соответственно. Запишем условие плавания тела в начальный момент

$$(m_0 + m_a)g = \rho_{\text{в}}g(V_0 + V_a)\alpha, \quad (1-1)$$

где $m_0 = \rho_{\text{л}}V_0$ (1-2), $m_a = \rho_{\text{а}}V_a$. (1-3)

2. Пусть растаяла часть β льда, тогда конечный объём льда $V = (1 - \beta)V_0$.

$$(m + m_a)g = \rho_{\text{в}}g(V + V_a), \quad (2)$$

где $m = \rho_{\text{л}}V$.

3. Из записанной выше системы уравнений можно получить

$$V_a = \frac{V_0(\alpha\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{а}} - \alpha\rho_{\text{л}}} = \frac{1}{35}V_0,$$

$$\beta = 1 - \frac{(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{а}})(\alpha\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}{(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})(\rho_{\text{а}} - \alpha\rho_{\text{л}})} = 0,51. \quad (3)$$

Ответ. $\beta = \left[1 - \frac{(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{а}})(\alpha\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}{(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})(\rho_{\text{а}} - \alpha\rho_{\text{л}})} \right] \cdot 100\% = 51\%.$

3.2 (МАХ = 25 баллов) Тело, состоящее из куска льда и вмёрзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объёма тела. Под действием солнечных лучей лед начинает таять. Сколько процентов объёма тела окажется под водой, когда растает 25% льда? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность алюминия $\rho_{\text{а}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Изменением уровня воды при таянии льда пренебречь.

Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 3.1, за исключением уравнения (2). Выделены цветом уравнения, которые изменяются.

1. Запишем условие плавания тела в начальный момент

$$(m_0 + m_{\dot{a}})g = \rho_{\dot{a}}g(V_0 + V_{\dot{a}})\alpha, \quad (1-1)$$

где $m_0 = \rho_{\ddot{e}}V_0$ (1-2), $m_{\dot{a}} = \rho_{\dot{a}}V_{\dot{a}}$. (1-3)

2. Т.к. растаяло 25% льда, то конечный объём льда $V = \frac{3}{4}V_0$. Пусть γ – искомая часть погруженного объема тела.

$$(m + m_{\dot{a}})g = \rho_{\dot{a}}g\gamma(V + V_{\dot{a}}), \quad (2)$$

где $m = \rho_{\ddot{e}}V = \frac{3}{4}\rho_{\ddot{e}}V_0$.

3. Из записанной выше системы уравнений можно получить

$$V_{\dot{a}} = \frac{V_0(\alpha\rho_{\dot{a}} - \rho_{\ddot{e}})}{\rho_{\dot{a}} - \alpha\rho_{\dot{a}}} = \frac{1}{35}V_0,$$

$$\gamma = \frac{\rho_{\ddot{e}} \cdot \frac{3}{4}V_0 + \rho_{\dot{a}}V_{\dot{a}}}{\rho_{\dot{a}}\left(\frac{3}{4}V_0 + V_{\dot{a}}\right)} = \frac{\rho_{\ddot{e}} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{35}\rho_{\dot{a}}}{\rho_{\dot{a}}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{35}\right)} = \frac{105\rho_{\ddot{e}} + 4\rho_{\dot{a}}}{109\rho_{\dot{a}}} = 0,966. \quad (3)$$

Ответ. $\gamma = \left(\frac{105\rho_{\ddot{e}} + 4\rho_{\dot{a}}}{109\rho_{\dot{a}}}\right) \cdot 100\% = 96,6\%$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записана связь массы и объёма льда и алюминиевого бруска (1-2) и (1-3).	по 2 баллу за каждую формулу (всего 4 балла)
2	Записано условие плавания тела в начальный момент (1-1)	от 1 до 5 баллов
3	Записано условие плавания тела после таяния части льда (2)	от 1 до 5 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3)	от 1 до 9 баллов
5	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

4-1. (МАХ = 25 баллов) Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника нагрелось за время $\tau_1 = 1$ мин на $\Delta t_1 = 10^\circ\text{C}$. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника нагрелось за время $\tau_2 = 2$ мин на $\Delta t_2 = 10^\circ\text{C}$. На сколько градусов нагреется в чайнике за время $\tau_3 = 1$ мин то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые.

Решение

1. Обозначим: c_e – удельная теплоёмкость воды, c_y – удельная теплоёмкость яйца, C – теплоёмкость чайника; m_e – масса воды, m_y – масса яйца; N – мощность чайника. Будем считать, что вся электрическая энергия идет на нагревание чайника и его содержимого: $N\tau_i = Q_i$. Тогда

$$N\tau_1 = (C + c_a m_a + c_y m_y) \Delta t_1, \quad (1-1)$$

$$N\tau_2 = (C + c_a m_a + 3c_y m_y) \Delta t_2, \quad (1-2)$$

$$N\tau_3 = (C + c_a m_a) \Delta t_3. \quad (1-3)$$

2. Приведенная выше система легко решается с помощью замены переменных:

$$x = \frac{C + c_{\dot{a}} m_{\dot{a}}}{N}, \quad y = \frac{c_{\dot{y}} m_{\dot{y}}}{N}.$$

Тогда

$$\begin{cases} x + y = \frac{\tau_1}{\Delta t_1}, \\ x + 3y = \frac{\tau_2}{\Delta t_2}, \\ x = \frac{\tau_3}{\Delta t_3}. \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \left(\frac{3\tau_1}{\Delta t_1} - \frac{\tau_2}{\Delta t_2} \right)$$

3. Окончательно получим

$$\Delta t_3 = \frac{2\tau_3 \Delta t_1 \Delta t_2}{3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1} = 20^\circ \text{C}. \quad (3)$$

$$\text{Ответ. } \Delta t_3 = \frac{2\tau_3 \Delta t_1 \Delta t_2}{3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1} = 20^\circ \text{C}.$$

4-2. (МАХ = 25 баллов) Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника за время $\tau_1 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_1 = 10^\circ \text{C}$. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника за время $\tau_2 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_2 = 5^\circ \text{C}$. За какое время нагреется в чайнике на $\Delta t_3 = 20^\circ \text{C}$ то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые.

Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 4.1. Отличается только окончательная формула.

$$3. \tau_3 = \frac{(3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1) \Delta t_3}{2\Delta t_1 \Delta t_2} = 1 \text{ мин.} \quad (3)$$

$$\text{Ответ. } \tau_3 = \frac{(3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1) \Delta t_3}{2\Delta t_1 \Delta t_2} = 1 \text{ мин.}$$

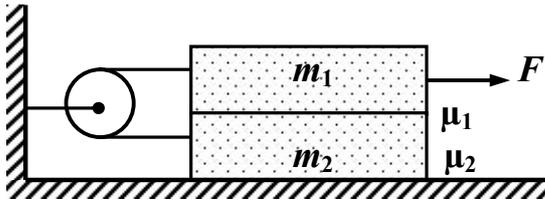
Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записано уравнение закона сохранения энергии для первого случая (1-1).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
2	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая (1-2).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
3	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая (1-3).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
4	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

Вариант 2

1. (20 баллов). На уроке физкультуры ученик 9 класса Петя Петров бросает вверх мяч и затем ловит его, не сходя с места. В первый раз он бросил мяч с некоторой начальной скоростью v_0 . Когда Петя во второй раз бросил мяч, сообщив ему вдвое большую скорость, чем в первый раз, он заметил, что мяч вернулся к нему через такое же время, что и в первый раз. Определите начальную скорость v_0 , которую Петя сообщил мячу в первый раз. Петя бросает и ловит мяч в обоих случаях на одной и той же высоте $h = 1,4$ м. Высота потолка, т.е. расстояние от пола до потолка $H = 5$ м. Удар мяча о потолок спортзала можно считать упругим, что означает, что скорости мяча перед ударом и после удара одинаковы.

2. (30 баллов). Две длинные доски массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг лежат на горизонтальной поверхности, одна на другой (см. рисунок). Коэффициент трения между досками равен $\mu_1 = 0,4$, а между нижней доской и поверхностью $\mu_2 = 0,2$. Доски связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий неподвижный блок, закрепленный на неподвижной стенке. Какую минимальную горизонтально направленную силу F следует приложить к верхней доске, чтобы сдвинуть ее с места? С каким ускорением будут двигаться бруски, если эту силу увеличить в 2 раза?



3. (25 баллов). Тело, состоящее из куска льда и вмёрзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объёма тела. Под действием солнечных лучей лед начинает таять. Сколько процентов объёма тела окажется под водой, когда растает 25% льда? Плотность воды $\rho_v = 10^3$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность алюминия $\rho_a = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³. Изменением уровня воды при таянии льда пренебречь.

4. (25 баллов). Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника за время $\tau_1 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_1 = 10^\circ\text{C}$. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника за время $\tau_2 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_2 = 5^\circ\text{C}$. За какое время нагреется в чайнике на $\Delta t_3 = 20^\circ\text{C}$ то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые.

ХVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов

ФИЗИКА 2 тур (очный) 2013-2014 учебный год

8 класс

1. (15 баллов) Вам нужно измерить площадь небольшой прямоугольной комнаты, при этом у вас есть только большой моток тонкой медной проволоки (неизвестной длины, но известного сечения), амперметр, вольтметр и батарейка. Можно ли это сделать? Если можно, то как?

Возможное решение.

Очевидно, что для измерения площади прямоугольной комнаты необходимо измерить длины её смежных сторон. Пусть комната имеет длины стен a и b . Тогда возможно отмерить кусок проволоки длины a и с помощью амперметра и вольтметра измерить его сопротивление. Поскольку диаметр поперечного сечения считается данным и материал, из которого изготовлена проволока известен, длину этого участка легко вычислить: $a = \frac{U\pi d^2}{4I\rho}$. Аналогичным образом находим и длину b . Зная, что площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, вычисляем площадь.

Критерии оценивания задачи 1 (МАХ = 15 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано (или правильно понято), что нужно измерить длины сторон	от 1 до 3 баллов
2	Указано (или правильно понято), что нужно измерить сопротивление	от 1 до 4 баллов
	Указано (или правильно понято), что используется метод вольтметра – амперметра.	от 1 до 2 баллов
3	Получена расчетная формула	от 1 до 2 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 2 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

2. (20 баллов). Ко дну калориметра прикреплен плоский нагревательный элемент, над которым находится тонкий слой льда. После того, как нагревательный элемент включили на время τ_1 , лёд нагрелся на 2°C . Какое

время потребуется для увеличения температуры содержимого калориметра ещё на 2 °С? (**Внимание! В данной задаче необходимо найти диапазон возможных значений времени повторного нагрева!**).

Возможное решение.

Границы искомого диапазона зависят от начальной температуры льда:

Пусть температура льда не больше - 4°С . В этом случае лёд не начнёт плавиться, поскольку, исходя из условий, его температура только-только поднимется до 0 °С. Тогда: $P\tau_1 = c_{\text{л}}m\Delta t$, $P\tau_2 = c_{\text{л}}m\Delta t$, откуда следует, что $\tau_1 = \tau_2$.

Вторая граница задаётся условием «лёд взят при температуре плавления». Тогда лёд сначала плавится, а затем нагревается вода до 2 °С: $P\tau_1 = c_{\text{л}}m\Delta t$, $P\tau_2 = \lambda m + c_{\text{в}}m\Delta t$, откуда следует, что $\tau_2 = \tau_1 \frac{\lambda + c_{\text{в}}\Delta t}{c_{\text{л}}\Delta t}$.

Критерии оценивания задачи 2 (МАХ = 20 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано (или правильно понято), что границы искомого диапазона зависят от начальной температуры льда	от 1 до 3 баллов
2	Указаны оба случая	от 1 до 8 баллов
3	Получены расчетные формулы	от 1 до 4 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получены аналитические формулы ответа	от 1 до 3 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

3. (20 баллов). В вертикальный цилиндрический стакан с площадью дна S налили воду. После этого в воду опустили резиновую уточку, не тонущую, из-за воздуха внутри. На сколько изменился из-за этого уровень воды в стакане, если масса уточки m ?

Возможное решение.

Объём жидкости не будет меняться, изменится только уровень воды $V = Sh_1$, где h_1 - начальный уровень воды. Этот же объём можно записать из 2-го случая: $V = Sh_2 - V_{\text{погр}}$, где h_2 – уровень воды после погружения, $V_{\text{погр}}$ - объём погружённой части утки, который находится из условия $\rho_{\text{в}}gV_{\text{погр}} = mg$. Решая полученную систему уравнений, имеем $\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{m}{S\rho_{\text{в}}}$

Критерии оценивания задачи 3 (МАХ = 20 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано (или правильно понято), что объём жидкости не будет меняться, изменится только уровень воды	от 1 до 4 баллов
	Получена расчетная формула для 1 случая.	от 1 до 6 баллов
3	Получена расчетная формула для 2 случая	от 1 до 6 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 2 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

4. (20 баллов). Ровно посередине между городами Альфа и Омега сидит рыбак. Из города Альфа вниз по течению реки вышел катер и через один час после выхода прошел мимо рыбака. Еще через три часа после катера мимо рыбака проплыла шляпа, упавшая в воду с головы пассажира при выходе катера из Альфа. Через какое время после того, как рыбак увидит шляпу, мимо рыбака пройдет этот же катер, возвращающийся из города Омега, в город Альфа? (Катер в городе Омега не останавливался, а сразу пошел обратно в Альфа).

Возможное решение.

Пусть l – расстояние между городами. Тогда:

$\frac{l}{2} = (v_k + v_{\text{теч}})t_1$ - следствие из уравнения движения катера по течению,

$\frac{l}{2} = (v_k - v_{\text{теч}})t_3$ - следствие из уравнения движения катера против течения,

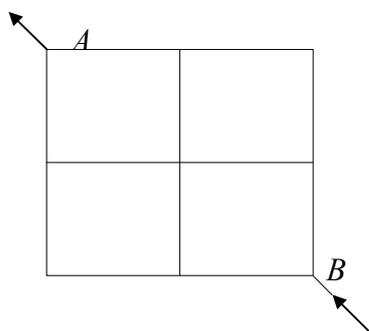
$\frac{l}{2} = v_{\text{теч}}t_2$ - следствие из уравнения движения шляпы.

Решая полученную систему уравнений, в которой $t_1 = 1$ ч, $t_2 = 4$ ч, находим $t_3 = \frac{t_1 t_2}{t_2 - 2t_1} = 2$ ч

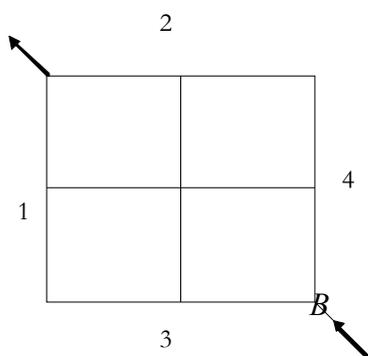
Критерии оценивания задачи 4 (MAX = 20 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
	Получена расчетная формула для движения катера по течению	от 1 до 5 баллов
3	Получена расчетная формула для движения катера против течения	от 1 до 5 баллов
	Получена расчетная формула для движения шляпы	от 1 до 5 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 3 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

5. (25 баллов). Определите сопротивление R проволочной сетки относительно точек AB , если каждый ее элемент имеет сопротивление r .



1.



Возможное решение.

Преобразуем схему, воспользовавшись методом одинаковых потенциалов. На рисунке эквипотенциальные узлы обозначены цифрами 1,2,3,4. Анализируя исходную схему, видим, что пары эквипотенциальных узлов – 1 и 2, а также 3 и 4. «Склеивая» их попарно, далее рассчитываем сопротивление схемы методом последовательных и параллельных соединений. В результате $R_{\text{общ}} = \frac{3r}{2}$

Критерии оценивания задачи 5 (МАХ = 25 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указано (или правильно понято), что используется метод равных потенциалов	от 1 до 5 баллов
	Получена эквивалентная схема	от 1 до 6 баллов
3	Проведен анализ эквивалентной схемы	от 1 до 6 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 6 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

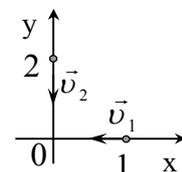
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

«ШАГ В БУДУЩЕЕ – 2014» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»

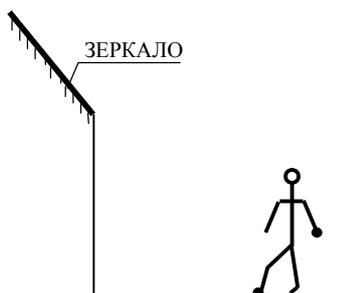
ВАРИАНТ № 9

ЗАДАЧА 1.

Точки 1 и 2 движутся равномерно по осям x и y . В момент времени $t = 0$ координата точки 1 $x_0 = 2$ м, а координата точки 2 $y_0 = 4$ м. Первая точка движется со скоростью $v_1 = 1$ м/с, а вторая со скоростью



$v_2 = 5$ м/с. Найдите наименьшее расстояние между точками.



ЗАДАЧА 2.

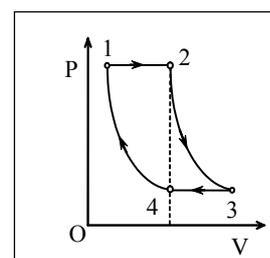
Постройте изображение человека в плоском зеркале.

ЗАДАЧА 3.

Однородная цепочка массы $m = 0,8$ кг и длины $L = 1,5$ м лежит на шероховатом горизонтальном столе так, что один её конец свешивается с края стола. Цепочка начинает сама соскальзывать, когда её свешивающаяся часть составляет $1/3$ длины цепочки. Найдите работу, которую совершают силы трения, действующие на цепочку, при её полном соскальзывании со стола.

ЗАДАЧА 4.

Снаряд, двигаясь на высоте h горизонтально, разрывается на два одинаковых осколка, один из которых упал на землю через время t_1 после взрыва, а другой позднее. Через сколько времени после взрыва упадёт на землю второй осколок? Сопротивление воздуха не учитывать. Время взрыва считать очень малым.

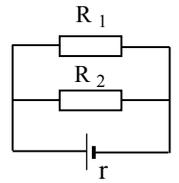


ЗАДАЧА 5.

На диаграмме зависимости давления P от объема V для некоторой массы идеального газа две изотермы пересекаются двумя изобарами в точках 1,2,3,4. Найдите отношение температуры в точке 3 (T_3) к температуре в точке 1 (T_1), если отношение объемов газа в этих точках $V_3 / V_1 = 2$. Объемы газа в точках 2 и 4 одинаковые.

ЗАДАЧА 6.

Одноатомный идеальный газ участвует в процессе, для которого внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату его объёма $U = \alpha V^2$, где α – постоянная. Найдите работу A , совершенную газом в таком процессе, если известно количество теплоты Q , сообщенное при этом газу.

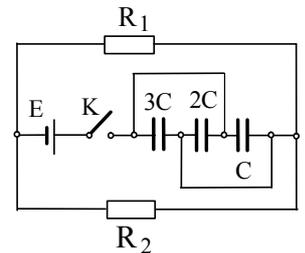


ЗАДАЧА 7.

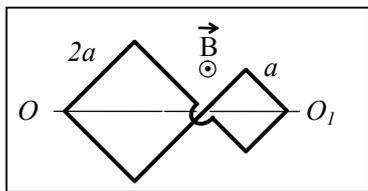
Определите КПД электрической цепи, изображенной на рисунке. Сопротивление $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом. Внутренне сопротивление источника тока $r = 0,5$ Ом.

ЗАДАЧА 8.

В схеме, показанной на рисунке, перед замыканием ключа K батарея, состоящая из трёх конденсаторов ёмкостями C , $2C$ и $3C$, не была заряжена. Ключ замыкают на некоторое время, в течение которого конденсатор $3C$ зарядился до напряжения U . Определите, какое количество теплоты Q_1 выделится за это время на резисторе сопротивления R_1 . ЭДС источника тока равна E , его внутренним сопротивлением пренебречь.



ЗАДАЧА 9.

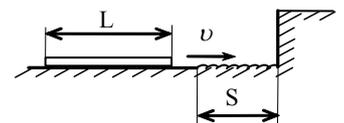


Из проволоки, общим сопротивлением R , сделан плоский замкнутый контур, состоящий из двух квадратов со сторонами a и $2a$. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленной перпендикулярно

плоскости контура. Найдите заряд, который протечёт через поперечное сечение провода при повороте контура вокруг оси симметрии OO_1 на 180° . Между пересекающимися на рисунке проводами электрический контакт отсутствует.

ЗАДАЧА 10.

По гладкой горизонтальной плоскости скользит со скоростью $v = 0,5$ м/с тонкий однородный брусок длины $L = 1$ м. Брусок наезжает на шероховатый участок плоскости с коэффициентом трения $\mu = 0,1$ и, пройдя расстояние $S = 0,25$ м, ударяется о вертикальную стенку. Определите время движения τ бруска по шероховатой поверхности S до вертикальной стенки. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ОТБОРОЧНОГО (ЗАОЧНОГО) ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ДЛЯ 8-10
КЛАССОВ**

XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 10 класс 1 тур (заочный) 2013-2014 учебный год

10 класс

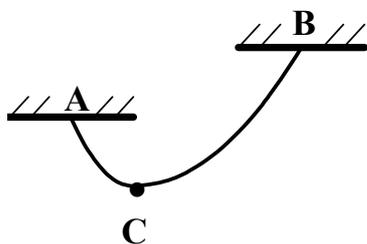
1. Десятиклассник Иван Иванов вышел из дома в 8²⁹ и пошел в школу. Сначала он третью часть своего пути шел со скоростью $V_1 = 4$ км/ч. Поняв, что не успевает, Иван побежал со скоростью $V_2 = 9$ км/ч и бежал с этой скоростью третью часть всего своего времени движения. Устав бежать, десятиклассник оставшуюся часть пути шел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Найдите эту скорость.

Получит ли замечание завуча за опоздание Иван Иванов, если занятия начинаются в 9⁰⁰, а весь путь от дома до школы составляет 3 км?

(20 баллов)

2. Мяч брошен с земли со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение a в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение a , если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Какова скорость мяча в момент падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

(20 баллов)

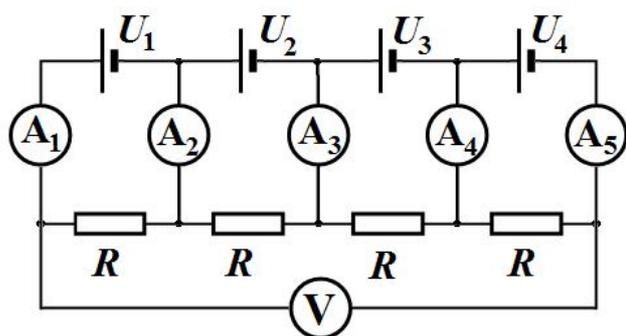


3. Однородная тонкая веревка свободно висит так, что ее концы закреплены в точках А и В (см. рисунок). При этом самая нижняя точка веревки (точка С) делит веревку в отношении 1:3. Силы натяжения веревки в точках закрепления равны $T_A = 3$ Н и $T_B = 7$ Н соответственно. Определите массу веревки и силу натяжения веревки в точке С.

(20 баллов)

4. Космонавт, высадившись на поверхность астероида, бросил в горизонтальном направлении камень массы $m = 500$ г. Какую максимальную горизонтальную скорость относительно астероида космонавт может сообщить этому камню, не рискуя, что сам станет спутником астероида? Масса космонавта со скафандром $M = 100$ кг. Про астероид известно, что он имеет практически сферическую форму, его диаметр $D = 1$ км, а средняя плотность $\rho = 2$ г/см³.

(20 баллов)



5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0$ Ом. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников одинаковы и равны U_0

$= 1,0$ В.

- Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.
- Каковы показания всех амперметров?
- Какое напряжение показывает вольтметр?

(20 баллов)

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.

- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Десятиклассник Иван Иванов вышел из дома в 8-29 и пошел в школу. Сначала он третью часть своего пути шел со скоростью $v_1 = 4$ км/ч. Поняв, что не успевает, Иван побежал со скоростью $v_2 = 9$ км/ч и бежал с этой скоростью третью часть всего своего времени движения. Устав бежать, десятиклассник оставшуюся часть пути шел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Найдите эту скорость.

Получит ли замечание завуча за опоздание Иван Иванов, если занятия начинаются в 9-00, а весь путь от дома до школы составляет 3 км?

Решение.

Обозначения: s – весь путь, t – все время движения школьника.

1. Средняя скорость на третьем участке и, соответственно на всем пути

$$v_{\text{н\ddot{o}}} = v_3 = \frac{s}{t}, \quad (1.1)$$

2. Параметры движения школьника на каждом участке его пути представлены в таблице

Участок пути	Скорость	Путь	Время
1	v_1	$\frac{s}{3}$	$\frac{s}{3v_1}$ (2-1)
2	v_2	$\frac{v_2 t}{3}$ (2-2)	$\frac{t}{3}$
3	$v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{s}{t}$	s_3	t_3

3. Пользуясь таблицей, найдём путь и время движения на третьем участке: $s_3 = s - \frac{s}{3} - v_2 \frac{t}{3} = \frac{2s}{3} - \frac{v_2 t}{3}$, (3-1)

$$t_3 = t - \frac{t}{3} - \frac{s}{3v_1} = \frac{2t}{3} - \frac{s}{3v_1}. \quad (3-2)$$

4. Уравнение для нахождения средней скорости $v_{\text{н\ddot{o}}} = v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{s}{t}$

$$\frac{s}{t} = \frac{\frac{2}{3}s - \frac{1}{3}v_2t}{\frac{2}{3}t - \frac{s}{3v_1}}, \quad (4.1) \Rightarrow v_{cp} = \frac{\frac{2}{3}v_{cp} - \frac{1}{3}v_2}{\frac{2}{3} - \frac{v_{cp}}{3v_1}} \Rightarrow v_{cp} = \frac{(2v_{cp} - v_2)v_1}{2v_1 - v_{cp}}. \quad (4.2)$$

5. Решая полученное уравнение для v_{cp} , найдем $v_{cp} = \sqrt{v_1v_2}$. (5)

6. Расчет средней скорости $v_{cp} = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$ км/ч. (6)

7. Т.к путь школьника $s = 3$ км, то время его движения

$$t = \frac{s}{v_{cp}} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ ч.} \quad (7) \text{ Успеет за одну минуту до начала занятий.}$$

Ответ. $v_3 = v_{cp} = \sqrt{v_1v_2} = 6$ км/ч. Замечание за опоздание школьник не получит.

Критерии оценивания задачи 1.

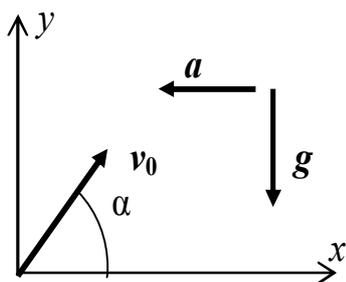
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записана формула для средней скорости на всем пути (1.1)	1 балл
2	Присутствуют выражения для времени прохождения первого участка (2.1) и длины второго участка (2.2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
3	Присутствуют выражения для длины третьего участка (3.1) и времени его прохождения (3.2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
4	Записаны уравнения для нахождения средней скорости (4.1) или (4.2)	1-3 балла
5	Представлено решение уравнения (4.2) получена конечная формула для средней скорости (5)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Проведен расчет средней скорости и получен ответ (6)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия

		числового расчета и его точности
7	Посчитано время движения школьника (7) и сделан правильный вывод	от 1 до 4 баллов в зависимости от наличия расчета и вывода
	Записан (выделен) ответ на оба вопроса задачи	1 балл

2. Мяч брошен с земли со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение a в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение a , если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Какова скорость мяча в момент падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

1. Выберем оси координат, как на рисунке. Уравнения движения мяча:



$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{at^2}{2}, \quad (1-1)$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \quad (1-2)$$

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha - at, \quad (1-3)$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt. \quad (1-4)$$

2. Условия падения мяча на землю: $x(t_i) = 0$, $y(t_i) = 0$ (2-1), где t_n – время падения на землю. Подставим условия падения в уравнения движения, получим следующую алгебраическую систему:

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha \cdot t_i - \frac{at_i^2}{2} = 0, \\ v_0 \sin \alpha \cdot t_i - \frac{gt_i^2}{2} = 0 \end{cases} \quad (2-2)$$

3. Решим систему, получим $t_i = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (3-1), $a = g \operatorname{ctg} \alpha = \frac{g}{\sqrt{3}}$. (3-2)

4. Возьмем $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ и произведем числовой расчет ускорения.

$$a = \frac{9,8}{\sqrt{3}} = 5,7 \text{ м/с}^2. \quad (4)$$

5. Чтобы найти скорость мяча в момент падения, подставим формулу (3-1) для времени падения в уравнения (1-3) и (1-4) для проекций скорости.

$$v_{ix} = v_x(t_i) = -\frac{v_0}{2} \quad (5-1),$$

$$v_{iy} = v_y(t_i) = -\frac{v_0 \sqrt{3}}{2}. \quad (5-2)$$

Окончательно скорость мяча в момент падения

$$v_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2} = v_0 = 10 \text{ м/с}. \quad (5-3)$$

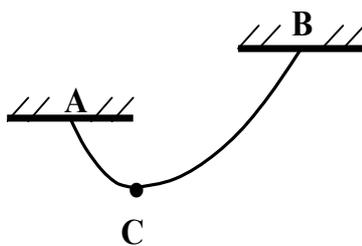
Ответ. $a = g \operatorname{ctg} \alpha = \frac{g}{\sqrt{3}} = 5,7 \text{ м/с}^2$, $v_i = v_0 = 10 \text{ м/с}$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок и записаны уравнения движения мяча (1-1) – (1-4).	по 1 баллу за рисунок и каждое уравнение (всего 5 баллов)
2	Записаны или есть понимание как записать	по 1 баллу за каждое

	условия падения на землю (2-1) и получена алгебраическая система (2-2)	уравнение (всего 2 балла)
3	Приведено решение системы (2-2).	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Записаны решения системы: формулы (3-1) и (3-2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
4	Проделан расчет и получено числовое значение ускорения (4)	1 балл
5	Получены формулы для проекций скорости падения (5-1) и (5-2)	от 1 до 2 баллов за каждую формулу в зависимости от правильности и полноты решения (всего 4 балла)
	Получена формула и числовое значение (5-3) для скорости падения	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Записан (выделен) ответ на оба вопроса задачи	1 балл

3. Однородная тонкая веревка свободно висит так, что ее концы закреплены в точках А и В (см. рисунок). При этом самая нижняя точка веревки (точка С) делит веревку в отношении 1:3. Силы натяжения веревки в точках закрепления равны $T_A = 3$ Н и $T_B = 7$ Н соответственно. Определите массу веревки и силу натяжения веревки в точке С.

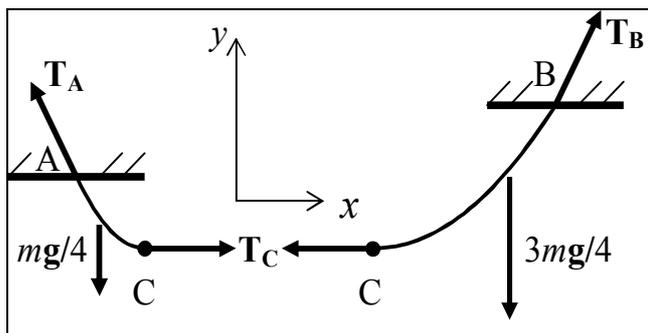


Решение

1. Расставим силы, действующие на части АС и ВС веревки (см. рис.).
2. Уравнения для левой части веревки

$$\begin{cases} T_{Ax} = -T_C, \\ T_{Ay} = -\frac{1}{4}mg. \end{cases} \quad (2-1) \Rightarrow$$

$$T_A^2 = T_{Ax}^2 + T_{Ay}^2 = T_C^2 + \frac{1}{16}m^2g^2 \quad (2-2)$$



3. Аналогично уравнения для правой части веревки

$$\begin{cases} T_{Bx} = -T_C, \\ T_{By} = -\frac{3}{4}mg. \end{cases} \quad (3-1) \Rightarrow T_B^2 = T_{Bx}^2 + T_{By}^2 = T_C^2 + \frac{9}{16}m^2g^2 \quad (3-2).$$

4. Решим систему уравнений (2-2) и (3-2), получим

$$m = \frac{\sqrt{2(T_B^2 - T_C^2)}}{g} = 0,9 \text{ кг} \quad (4-1), \quad T_C = \sqrt{\frac{9T_A^2 - T_B^2}{8}} = 2 \text{ Н.} \quad (4-2)$$

$$\text{Ответ. } m = \frac{\sqrt{2(T_B^2 - T_C^2)}}{g} = 0,9 \text{ кг}, \quad T_C = \sqrt{\frac{9T_A^2 - T_B^2}{8}} = 2 \text{ Н.}$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения динамики для левой части веревки (2-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
	Получено уравнение (2-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Записаны уравнения динамики для правой части веревки (3-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
	Получено уравнение (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от

		правильности и полноты решения
4	Приведено решение системы уравнений (2-2) и (3-2)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Записана формула для массы веревки	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение массы веревки (4-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записана формула для силы натяжения веревки в точке С (4-2)	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение T_C	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

4. Космонавт, высадившись на поверхность астероида, бросил в горизонтальном направлении камень массы $m=500$ г. Какую максимальную горизонтальную скорость относительно астероида космонавт может сообщить этому камню, не рискуя, что сам станет спутником астероида? Масса космонавта со скафандром $M = 100$ кг. Про астероид известно, что он имеет практически сферическую форму, его диаметр $D = 1$ км, а средняя плотность $\rho=2$ г/см³.

Решение

1. Обозначим скорость камня v , а скорость космонавта, полученную в результате отдачи, u . Воспользуемся законом сохранения импульса.

$$mv - Mu = 0, (1-1) \Rightarrow v = \frac{Mu}{m}. (1-2)$$

2. Чтобы космонавт не стал спутником астероида, его скорость отдачи должна быть меньше первой космической скорости для этого астероида.

$$u < v_I = \sqrt{\frac{GM_a}{R}} \quad (2). \quad M_a - \text{масса астероида, } R - \text{его радиус.}$$

$$3. \text{ Формула для массы астероида. } M_a = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (3)$$

4. Подставим формулы для массы астероида и первой космической скорости в уравнение (1-2), получим окончательную формулу для максимальной скорости камня.

$$v_{\max} = \frac{MD}{m} \sqrt{\frac{\pi G \rho}{3}} \quad (4-1)$$

5. Возьмем гравитационную постоянную $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ и проведем числовой расчет.

$$v_{\max} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,5} \sqrt{\frac{\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^3}{3}} = 74,7 \text{ м/с.} \quad (5)$$

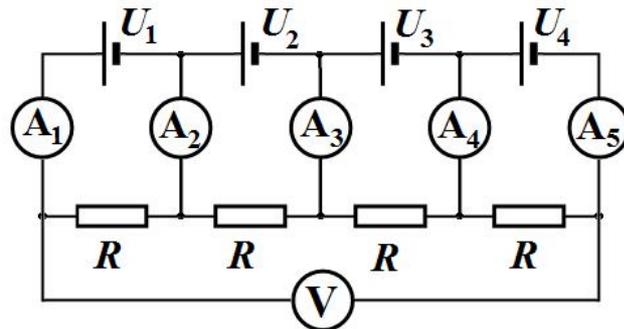
Ответ. $v_{\max} = \frac{MD}{m} \sqrt{\frac{\pi G \rho}{3}} = 74,7 \text{ м/с.}$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записан закон сохранения импульса (1-1) и получена связь (1-2) скорости камня и космонавта	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Правильно понято и записано условие, при котором космонавт не может стать спутником астероида	от 1 до 2 баллов
	Получена и записана формула для первой космической скорости (2)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения За формулу без вывода 1 балл
3	Формула для массы астероида (3)	1 балл
4	Проделаны необходимые преобразования и получена формула (4-1) для максимальной скорости камня	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Указано значение гравитационной постоянной, которое берется для расчета	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение скорости (5)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

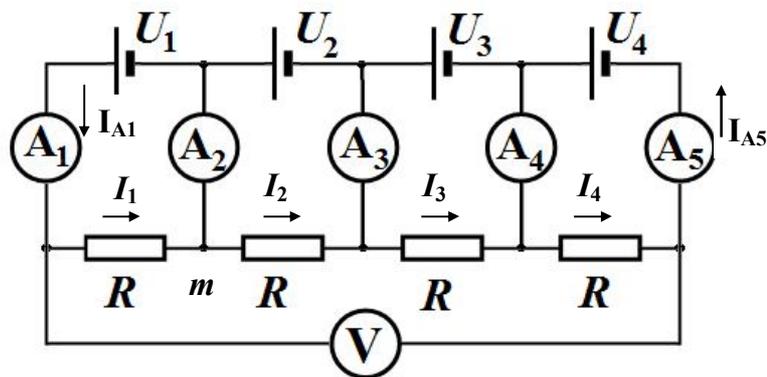
5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0$ Ом. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников одинаковы и равны $U_0 = 1,0$ В.

- Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.
- Каковы показания всех амперметров?
- Какое напряжение показывает вольтметр?



Решение

- На рисунке показаны правильные направления токов



2. Так как амперметры и вольтметр идеальные, напряжения источников одинаковы и сопротивления всех резисторов тоже одинаковы, то силы токов через них тоже будут одинаковы и равны $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{U_0}{R} = 1,0$ А. (2)

3. Токи через амперметры A_1 и A_5 равны $I_{A1} = I_{A5} = I_1 = \frac{U_0}{R} = 1,0$ А. (3-1)

Токи через амперметры A_2 , A_3 и A_4 не идут: $I_{A2} = I_{A3} = I_{A4} = 0$ (3.2), в силу первого правила Кирхгофа, например, в узле m : $I_{A2} = I_1 - I_2 = 0$.

4. Вольтметр показывает напряжение равное сумме напряжений на резисторах: $U = I_1R + I_2R + I_3R + I_4R = 4I_1R = 4U_0 = 4 \cdot 1 = 4,0$ В. (4)

Ответ. $I_{A1} = I_{A5} = \frac{U_0}{R} = 1,0$ А, $I_{A2} = I_{A3} = I_{A4} = 0$, $U = 4U_0 = 4,0$ В.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указаны правильные направления токов через все резисторы и амперметры	по 1 баллу за каждый элемент (всего 9 баллов)
2	Посчитаны токи через резисторы (2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Посчитаны токи через амперметры (3-1), (3-2)	по 1 баллу за каждый ток (всего 5 баллов)
3	Получена формула для вычисления напряжения U , которое показывает вольтметр (4)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Проведен расчет и получено числовое значение напряжения U	1 балл
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

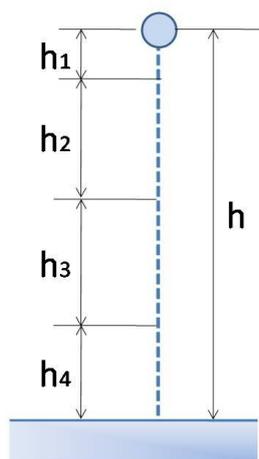
ХVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 9 класс 1 тур (заочный) 2013-2014 учебный год

9 класс

1. Для подготовки к зимней олимпиаде в Сочи конькобежец на длинную дистанцию провел две контрольные тренировки. Во время первой тренировки он бежал половину дистанции со средней скоростью V_1 , а вторую половину дистанции – со средней скоростью V_2 . После второй тренировки оказалось, что первую половину времени, затраченного на прохождение всей дистанции, он бежал так, что его средняя скорость была равна V_1 , а вторую половину времени он бежал со средней скоростью V_2 . В какой из тренировок конькобежец показал лучший результат? Зависит ли ответ на этот вопрос от того, какие числовые значения принимают величины скоростей V_1 и V_2 ?

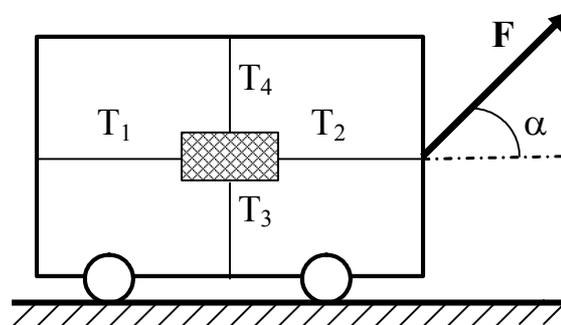
(20 баллов)



2. Шарик свободно (без начальной скорости) падает вертикально вниз с высоты $h = 100$ м. Разделите траекторию движения шарика на четыре части h_1, h_2, h_3, h_4 начиная сверху от точки падения (см. рисунок), так, чтобы времена прохождения каждой из этих частей относились как 4:3:2:1 соответственно. Сопротивлением воздуха пренебречь.

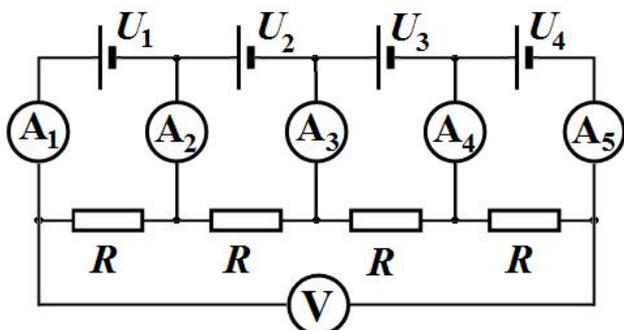
(20 баллов)

3. Четырьмя натянутыми нитями груз закреплен на тележке, которая движется под действием силы F , направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Силы натяжения горизонтальных нитей соответственно T_1 и T_2 , а вертикальных – T_3 и T_4 (см. рисунок). Какой должна быть сила тяги F , чтобы отношение сил натяжения нитей было равно $T_1 : T_2 : T_3 : T_4 = 1 : 2 : 3 : 4$? Коэффициент трения поверхности, по которой движется тележка, $\mu = 0,2$. Масса тележки с грузом $M = 20$ кг. Нити невесомы.



(20 баллов)

4. В плотно закрытой кастрюле-скороварке воду нагрели до температуры $t_1 = 120\text{ }^\circ\text{C}$. Если резко открыть крышку скороварки, то вода закипает, и часть ее испаряется. Определите, сколько процентов составляет масса испарившейся воды, по отношению к исходной массе воды в кастрюле.



5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0\text{ Ом}$. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

Напряжения источников таковы, что амперметры A_1 , A_2 , A_3 и A_4 показывают одинаковые значения сил токов равные $I_1 = 1\text{ А}$.

- Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.
- Какую силу тока показывает амперметр A_5 ?
- Какое напряжение показывает вольтметр?

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Для подготовки к зимней олимпиаде в Сочи конькобежец на длинную дистанцию провел две контрольные тренировки. Во время первой тренировки он бежал половину дистанции со средней скоростью v_1 , а вторую половину дистанции – со средней скоростью v_2 . После второй тренировки оказалось, что первую половину времени, затраченного на прохождение всей дистанции, он бежал так, что его средняя скорость была равна v_1 , а вторую половину времени он бежал со средней скоростью v_2 . В какой из тренировок конькобежец показал лучший результат? Зависит ли ответ на этот вопрос от того, какие числовые значения принимают величины скоростей v_1 и v_2 ?

Решение.

Пусть s – длина дистанции, t_1 – время прохождения дистанции после первой тренировки, t_2 – время прохождения дистанции после второй тренировки.

1. Средняя скорость первой тренировки

$$v_{\text{ср}1} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}, \quad (1.1) \Rightarrow \quad t_1 = \frac{s}{v_{\text{ср}1}} = \frac{s(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}. \quad (1.2)$$

2. Средняя скорость второй тренировки

$$v_{\text{ср}2} = \frac{\frac{v_1t_2}{2} + \frac{v_2t_2}{2}}{t_2} = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad (2.1) \Rightarrow \quad t_2 = \frac{s}{v_{\text{ср}2}} = \frac{2s}{v_1 + v_2}. \quad (2.2)$$

3. Сравним $v_{\text{ср}1}$ и $v_{\text{ср}2}$. Для этого посчитаем разность

$$v_{\text{ср}2} - v_{\text{ср}1} = \frac{v_1 + v_2}{2} - \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2(v_1 + v_2)} \geq 0. \quad (3)$$

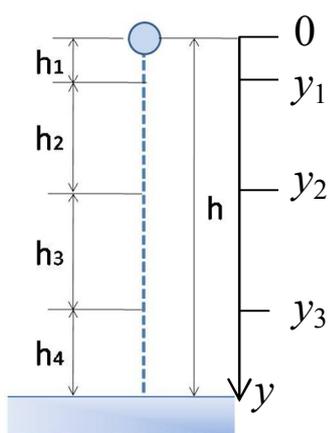
Если $v_1 \neq v_2$, то $v_{\text{ср}2} > v_{\text{ср}1}$, а значит $t_2 < t_1$.

Ответ. Во второй тренировке конькобежец показал меньшее время, этот результат не зависит от числовых значений скоростей, если только они не равны. Если $v_1 = v_2$, то в обеих тренировках он бежит одинаково.

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Получена формула для средней скорости (1.1) или (и) формула времени движения (1.2) после первой тренировки	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Получена формула для средней скорости (2.1) или (и) формула времени движения (2.2) после второй тренировки	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Проведено сравнение средних скоростей или времен первой и второй тренировок	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Сделан правильный вывод и дан ответ на оба вопроса задачи	1-2 балла

2. Шарик свободно (без начальной скорости) падает вертикально вниз с высоты $h = 100$ м. Разделите траекторию движения шарика на четыре части h_1, h_2, h_3, h_4 начиная сверху от точки падения (см. рисунок), так, чтобы времена прохождения каждой из этих частей относились как 4:3:2:1 соответственно. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение

1. Уравнение движения шарика $y = \frac{gt^2}{2}$ (1-1) (см. рис.). Обозначим T – время падения шарика на землю с высоты h . Тогда

$$h = \frac{gT^2}{2} \quad (1-2), \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (1-3)$$

2. Временя прохождения каждого отрезка равны соответственно

$$t_1 = 0,4T, \quad t_2 = 0,3T, \quad t_3 = 0,2T, \quad t_4 = 0,1T. \quad (2)$$

3. Координаты шарика в выбранных точках равны

$$y_1 = \frac{gt_1^2}{2} = 0,16h, \quad y_2 = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{2} = 0,49h, \quad y_3 = \frac{g(t_1 + t_2 + t_3)^2}{2} = 0,81h. \quad (3)$$

$$4. \quad h_1 = y_1 = 0,16h = 16 \text{ м}, \quad (4-1) \quad h_2 = y_2 - y_1 = 0,33h = 33 \text{ м}, \quad (4-2)$$

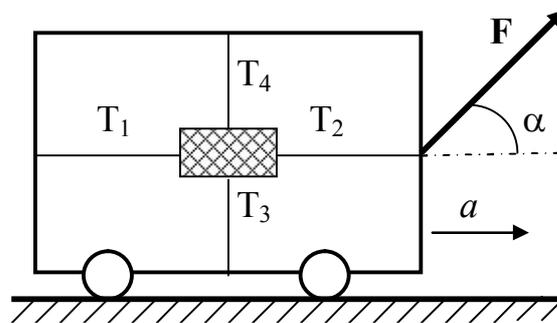
$$h_3 = y_3 - y_2 = 0,32h = 32 \text{ м}, \quad (4-3) \quad h_4 = h - y_3 = 0,19h = 19 \text{ м}. \quad (4-4)$$

Ответ. $h_1 = 0,16h = 16 \text{ м}, \quad h_2 = 0,33h = 33 \text{ м}, \quad h_3 = 0,32h = 32 \text{ м},$
 $h_4 = 0,19h = 19 \text{ м}.$

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записано уравнение движения шарика (1-1)	2 балл
	Записаны формулы, связывающие высоту падения и время падения (1-2) или (1-3)	2 балла
2	Получена связь времен прохождения каждого участка (2) и времени падения T	по 1 баллу за каждую связь (всего 4 балла)
3	Получены правильные координаты шарика в выбранных точках (3)	по 1 баллу за каждую правильно найденную координату (всего 4 балла)
4	Получены формулы и посчитаны числовые значения длины каждого участка (4-1) – (4-4)	по 2 баллу за каждую (всего 8 балла)

3. Четырьмя натянутыми нитями груз закреплен на тележке, которая движется под действием силы F , направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Силы натяжения горизонтальных нитей соответственно T_1 и T_2 , а вертикальных – T_3 и T_4 (см. рисунок). Какой должна быть сила тяги F , чтобы отношение сил натяжения нитей было равно $T_1:T_2:T_3:T_4 = 1:2:3:4$? Коэффициент трения поверхности, по которой движется тележка, $\mu = 0,2$. Масса тележки с грузом $M = 20$ кг. Нити невесомы.



Решение

1. Уравнения динамики для груза (m – масса груза):

$$\begin{cases} ma = T_2 - T_1, \\ mg + T_3 - T_4 = 0. \end{cases} \quad (1-1)$$

Тогда ускорение тележки равно $a = g \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} = g$. (1-2)

2. Уравнения динамики для системы (тележка с грузом):

$$\begin{cases} Ma = F \cos \alpha - F_{\delta\delta}, \\ N + F \sin \alpha - Mg = 0, \\ F_{\delta\delta} = \mu N \end{cases} \quad (2-1)$$

$$\Rightarrow F = \frac{M(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = \frac{Mg(1 + \mu)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}. \quad (2-2)$$

3. Числовой расчет. Возьмем $g = 10$ м/с². $F = \frac{20 \cdot 10(1 + 0,2)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + 0,2)} \approx 280$ Н. (3)

Ответ. $F = \frac{Mg(1 + \mu)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \approx 280$ Н.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы, действующие на груз и на систему	от 1 до 2 баллов
	Записаны уравнения динамики для груза (1-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
	Приведено решение системы (1-1) и получена формула (1-2) для ускорения тележки	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Записаны уравнения динамики для тележки и формула для силы трения (2-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 3 балла)
	Приведено решение системы (2-1) и получена формула (2-2) для искомой силы тяги	+от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Проделан расчет и получено правильное числовое значение (3)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

4. В плотно закрытой кастрюле-скороварке воду нагрели до температуры $t_1 = 120^\circ\text{C}$. Если резко открыть крышку скороварки, то вода закипает, и часть ее испаряется. Определите, сколько процентов составляет масса испарившейся воды, по отношению к исходной массе воды в кастрюле.

Решение

1. Испарение части воды массой Δm будет происходить за счет теплоты, получаемой при остывании всей основной массы m воды до температуры $t_k = 100^\circ\text{C}$.

2. Пренебрегая изменением массы остывающей воды (это можно сделать, если $\Delta m \ll m$), запишем уравнение теплового баланса.

$$\Delta m r = m c (t_1 - t_e) \quad (2-1) \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{c(t_1 - t_e)}{r} \quad (2-2)$$

3. Числовой расчет. Принимаем следующие значения физических величин, используемых в задаче: удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, удельная теплота парообразования $r = 2,3 \text{ МДж}/\text{кг}$.

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{4,2 \cdot 10^3 (120 - 100)}{2,3 \cdot 10^6} = 3,65 \cdot 10^{-2} \ll 1 \quad (3). \text{ Это означает, что}$$

предположение о малой массе испарившейся воды, верно.

Ответ. $\frac{\Delta m}{m} = \frac{c(t_1 - t_e)}{r} \cdot 100\% = 3,7\%.$

Критерии оценивания задачи 4.

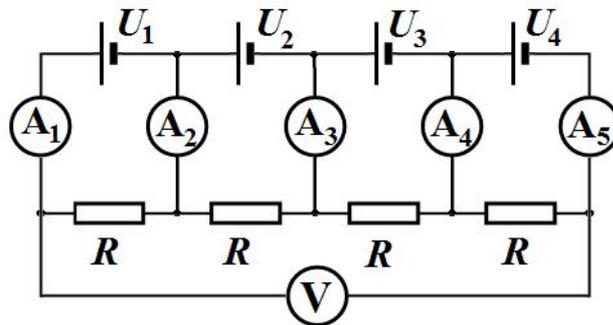
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Правильно понята физическая картина, процесса и имеются соответствующие пояснения	от 1 до 5 баллов
2	Записано уравнение теплового баланса (2-1)	5 баллов
	Получена формула (2-2)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Правильно указаны значения удельной теплоемкости воды и удельной теплоты парообразования воды	по 1 баллу за каждое значение (всего 2 балла)
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение (3) в долях или процентах	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче в процентах	1 балл

5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0 \text{ Ом}$. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников таковы, что амперметры A_1, A_2, A_3 и A_4 показывают одинаковые значения сил токов равные $I_1 = 1 \text{ А}$.

а) Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.

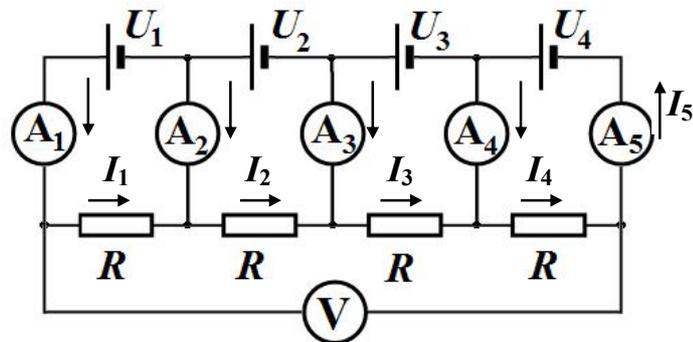
б) Какую силу тока показывает амперметр A_5 ?

в) Какое напряжение показывает вольтметр?



Решение

1. На рисунке показаны правильные направления токов



2. Так как вольтметр идеальный, то его сопротивление бесконечно велико, и ток через него не течет. Поэтому, ток через первый слева резистор равен $I_1 = 1,0$ А. Пользуясь тем, что токи, входящие в узел, складываются, найдем токи через остальные резисторы: $I_2 = 2I_1 = 2,0$ А, $I_3 = I_2 + I_1 = 3I_1 = 3,0$ А, $I_4 = I_3 + I_1 = 4I_1 = 4,0$ А. Этот суммарный ток протекает через пятый амперметр, только в направлении, противоположном току I_1 . Поэтому $I_5 = I_4 = 4,0$ А.

3. Вольтметр показывает напряжение равное сумме напряжений на резисторах: $U = I_1R + I_2R + I_3R + I_4R = (I_1 + I_2 + I_3 + I_4)R = (1 + 2 + 3 + 4) \cdot 1 = 10$ В.

Ответ. $I_5 = 4,0$ А, $U = 10$ В.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указаны правильные направления токов через все резисторы и амперметры	по 1 баллу за каждый элемент (всего 9 баллов)
2	Посчитаны токи через резисторы I_1, I_2, I_3, I_4	по 1 балл за каждый ток (всего 4 балла)
	Посчитана сила тока I_5 через амперметр A_5	от 1 до 2 балла
3	Получена формула для вычисления напряжения U , которое показывает вольтметр	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Проведен расчет и получено числовое значение напряжения U	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов

ФИЗИКА 8 класс 1 тур (заочный) 2013-2014 учебный год

8 класс

1. Полый медный куб с длиной ребра (по внешней части) $a = 8$ см имеет массу 1 кг. Все стенки куба имеют равную толщину. Определите толщину стенок куба.

(25 баллов)

Возможное решение.

Масса полого куба Δm может быть рассчитана как разность масс "большого" куба и массы удаленного из полости материала. Масса "большого" куба рассчитывается как $M = \rho a^3 = 8900 \cdot 8^3 \cdot 10^{-6} \approx 4,56$ кг. Масса "малого" куба рассчитывается как $m = (M - \Delta m) \rho b^3$, где b – длина ребра "малого" куба.

Тогда $b = \sqrt[3]{\frac{M - \Delta m}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3,56}{8900}} \approx 7,36$ см. Толщина стенки будет равна

$$d = \frac{a - b}{2} = 3,2 \text{ мм.}$$

Критерии оценивания.

25 баллов. Получен правильный ответ, дано его обоснование.

Если представлено частичное решение, то части его оценивается следующим образом.

1 – 8 баллов. Указано, что масса полого куба Δm может быть рассчитана как разность масс "большого" куба и массы удаленного из полости материала.

1 – 10 баллов. Приведены расчеты масс.

1 – 6 баллов. Представлен правильный ответ, но отсутствует или недостаточно представлено обоснование ответа.

Суммарная оценка формируется как сумма набранных баллов

2. Длинным полярным днем вокруг Северного полюса Земли идет белый медведь. Траектория его движения представляет собой окружность, центр которой – Северный полюс, а радиус равен 20 км. С какой скоростью и в каком направлении должен идти медведь, чтобы все время видеть Солнце в одном и том же положении на небе?

(15 баллов)

Возможное решение.

Радиус траектории медведя намного меньше радиуса Земли, поэтому кривизной земной поверхности можно пренебречь и считать, что медведь движется по касательной к полюсу плоскости. Солнце в суточном движении обходит Землю (да простят нас Филолай, Аристарх Самосский, Н. Коперник, Дж. Бруно и другие наши коллеги-негеоцентристы, в нашу защиту можем сказать только, что мы рассматриваем относительное движение) с востока на запад, значит, и медведь должен двигаться с востока на запад. За сутки он должен пройти расстояние $S = 2\pi R \approx 6,28 \cdot 20 = 125,6$ км. Значит, его скорость составляет $V = \frac{2\pi R}{T} \approx \frac{6,28 \cdot 20000}{24 \cdot 3600} \approx 1,45$ м/с, т.е., неторопливо пробегать примерно 5,2 километра за час.

Критерии оценивания.

25 баллов. Получен правильный ответ, дано его обоснование.

Если представлено частичное решение, то части его оценивается следующим образом.

1 – 2 балла. Указано направление движения.

1 – 3 балла. Обосновано направление движения.

1 – 3 балла. Показано, что движение может быть рассмотрено как плоское.

1 – 2 балла. Рассчитано расстояние.

1 – 4 балла. Рассчитана скорость движения.

Суммарная оценка формируется как сумма набранных баллов

3. Электрический кипятильник мощностью 250 Вт не может нагреть 400 г воды до кипения. На сколько понизится температура воды через 10 с после выключения кипятильника?

(30 баллов)

Возможное решение.

Скорость теплообмена пропорциональна разности температур тел, между которыми теплообмен происходит. Значит, повышение температуры воды прекратится, когда скорость притока энергии в форме теплоты станет равной скорости ее потери. Сделаем предположение, что установившаяся температура достаточно высока и ее уменьшение за заданные в условии $\tau = 10$ с не очень сильно повлияет на скорость отдачи энергии. Тогда можно считать, что $P\tau = cm\Delta T$, где P – скорость отдачи энергии, равная мощности кипятильника, c – удельная теплоемкость воды, m – масса воды. Отсюда

$$\Delta T = \frac{P\tau}{cm} = \frac{250 \cdot 10}{4,19 \cdot 10^3 \cdot 0,4} \approx 1,5 \text{ К.}$$

Мы видим, что наше предположение о неизменности скорости теплоотдачи является обоснованным.

Критерии оценивания.

30 баллов. Получен правильный ответ, дано его обоснование.

Если представлено частичное решение, то части его оценивается следующим образом.

1 – 8 баллов. Указано, что установится некоторая температура, не превышающая температуру кипения воды.

1 – 8 баллов. Указано, что скорость теплоотдачи равна мощности кипятильника.

1 – 8 баллов. Записано уравнение теплового баланса

1 – 5 баллов. Рассчитано изменение температуры.

Суммарная оценка формируется как сумма набранных баллов

4. Перегретая вода в открытом сосуде при 106 °С внезапно закипает. Какая часть воды при этом обратится в пар?

(30 баллов)

Возможное решение.

При атмосферном давлении вода кипит при 100 °С. Значит, для внезапного закипания вода должна остыть до этой температуры. Поскольку процесс происходит быстро, теплообменом с окружающей средой можно пренебречь, т.е., выделившееся количество теплоты расходуется на парообразование в форме кипения. Уравнение теплового баланса выглядит в этом случае следующим образом: $cm\Delta T = r\Delta m$, где c – удельная теплоемкость воды, m – масса воды, ΔT – изменение температуры воды, r – удельная теплота парообразования, Δm – масса образовавшегося пара. Доля испарившейся

воды определяется как $\frac{\Delta m}{m} = \frac{c\Delta T}{r} = \frac{4,19 \cdot 10^3 \cdot 6}{2,3 \cdot 10^6} \approx 10^{-4}$

Критерии оценивания.

30 баллов. Получен правильный ответ, дано его обоснование.

Если представлено частичное решение, то части его оценивается следующим образом.

1 – 8 баллов. Указано, что для закипания вода должна остыть.

1 – 8 баллов. Указано, что скорость теплоотдачи мала, внутренняя энергия перераспределяется между кинетической и потенциальной составляющими.

1 – 8 баллов. Записано уравнение теплового баланса

1 – 5 баллов. Рассчитана доля испарившейся воды или найдена ее масса.

Суммарная оценка формируется как сумма набранных баллов

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОЛИМПИАДАМ ПО ФИЗИКЕ

1. Олимпиада школьников «Шаг в будущее». Демонстрационные варианты и задания для тренировки по физике и математике. Тематический сборник информационно-методических и образовательных материалов / Под ред. Н.Я. Ирьянова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 150 с.
2. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1987. – 384 с.
3. Буховцев Б.Б., Кривченко В.Д., Мякишев Г.Я., Сараева И.М. Сборник задач по элементарной физике. – М.: Наука, 1987. – 415 с.
4. Бутиков Е.И., Быков А.А., Кондратьев А.С. Физика для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1979. – 608 с.
5. Конкурсные задачи по математике и физике: Пособие для поступающих в МГТУ им. Н.Э.Баумана / Л.П.Паршев, А.Г. Андреев, Н.А. Гладков и Ю.А. Струков; Под ред. С.В. Белова. – М.: Машиностроение, 1993. – 192 с.
6. Справочное пособие для абитуриентов. Программы и содержание вступительных экзаменов по физике, математике, русскому языку и литературе. / Сост.: Белов С.В., Камалова Р.А., Паршев Л.П., Струков Ю.А.; Под ред. С.В. Белова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 144 с.
7. Типовые варианты заданий вступительных испытаний в 2003 г. математика, физика, русский язык и литература / Сост.: Камалова Р.А., Паршев Л.П., Струков Ю.А.; Под ред. Н.Я. Ирьянова / МГТУ им. Н.Э. Баумана. – М., 2003. – 45с.
8. Дмитриев С.Н., Васюков В.И., Струков Ю.А. Физика: сборник задач для поступающих в вузы. Изд. 5. – М.: Ориентир, 2003. – 208 с.
9. Задачи вступительных экзаменов. / Сост.: А.А.Егоров, В.А.Тихомирова. – М.: Бюро Квантум, 2008. – 176 с.
10. Яворский Б.М., Селезнев Ю.А. Справочное руководство по физике для поступающих в вузы и самообразования. – М., 1979. – 512 с.

Председатель Оргкомитета
Олимпиады школьников «Шаг в будущее»
Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана



А.А. Александров

Материалы заданий олимпиады школьников отборочного и заключительного этапов олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

Олимпиаду школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «физика» проводит Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана при участии ФГБОУ ВПО «Алтайского государственного технического университета им. И.И. Полужнова», ФГБОУ ВПО «Тувинского государственного университета», МБОУ «Политехнического лицея» Республики Саха (Якутия).

Основными целями Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по физике являются:

- выявление и развитие у обучающихся профильных способностей и интереса к области физики и физических процессов;
- формирование ключевых компетенций, профессионально-значимых качеств личности и мотивации к практическому применению предметных знаний;
- создание необходимых условий для поддержки творчески одаренных детей;
- научное просвещение и целенаправленная ориентация учащейся молодежи;
- пропаганда научных знаний в области физических явлений;
- формирование состава студентов высших учебных заведений из граждан, наиболее способных и подготовленных к освоению программ высшего профессионального образования.

Структура, содержание и правила оценивания олимпиадных заданий

Успешность освоения образовательных программ университета зависит, как показывает опыт, не только от интеллектуального потенциала абитуриента, но и от степени его интереса к овладению избранной профессией, его эмоционально-волевой устойчивости, психофизической мобильности. Олимпиада, как интеллектуальное «соревнование учащихся образовательных учреждений в выполнении заданий образовательного характера», мотивированных на деятельность в определенной предметной области, проводимая в ограниченных временных рамках, является как раз тем мероприятием, когда есть возможность оценить общий уровень подготовленности абитуриента к обучению в университете. Средством же или инструментом, который позволяет распределить (дифференцировать) абитуриентов по степени подготовленности их к обучению в университете является олимпиадное задание. Содержание задания, его объем и состав задач должны быть структурированы таким образом, чтобы по результатам выполнения такого задания можно было с приемлемой достоверностью судить о степени сформированности предметно-значимых качеств абитуриента и его умении творчески их применять в жестких соревновательных и временных условиях.

Опыт проведения в МГТУ им. Н.Э. Баумана различных четырехчасовых контрольно-диагностических мероприятий (КДМ) — вступительных экзаменов, тестирований, олимпиад — показал, что десять разных и по трудности, и по тематике, и по назначению задач — объем

задания, достаточный, чтобы уверенно судить о «профессиональном» портрете конкурсанта и установить его рейтинг.

В процессе подготовки олимпиад задачи разрабатываются и подбираются методической комиссией, а ее ответственные сотрудники формируют задания и комплекты заданий, содержание каждого из которых соответствует профилю олимпиады. Комплект формируется из шести параллельных вариантов заданий, что минимизирует возможность контактов участников олимпиады с одинаковыми номерами вариантов заданий в ходе олимпиады. Варианты заданий каждого комплекта по своей структуре и сложности параллельны, т.е. содержат одинаковое общее количество и задачи одинаковой сложности. Формирование вариантов осуществляется на основе разработанной в университете модели оценивания трудности задач и вариантов заданий, а также опыта специалистов-предметников. Демонстрационные (типовые) варианты обсуждаются методической комиссией и утверждаются ректором — председателем оргкомитета олимпиады.

Методика составления олимпиадных заданий содержательно базируется на основных положениях образовательных программ по математике федерального компонента Государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. В соответствии с целями олимпиады каждый вариант задания делится на три части по уровню сложности задач (например, с соотношением сложности 1,0; 1,25; 1,5). Задачам каждой из частей назначается определенный максимальный балл (например, 8, 10, 12) таким образом, чтобы сумма баллов за полностью безупречно выполненное задание составляла 100. Такое деление предполагает наличие задач, одни из которых нацелены на выявление базовых теоретических знаний, навыков владения терминологией, понятийным аппаратом и стандартными алгоритмами; другие — на выявление комплексных предметных интеллектуальных умений применять для решения конкретных задач знания нескольких разделов школьной программы, третьи — на выявление общей эрудиции, степени ориентированности в теоретическом материале, логики мышления, способности анализировать ситуацию и находить подходы и верный путь решения в нестандартных случаях. Варианты олимпиадных заданий по своему содержанию носят комплексный, сбалансированный характер, охватывая все ключевые, наиболее важные элементы программного учебного материала.

Проверка работ участников Олимпиады осуществляется предметными экспертными комиссиями университетского жюри Олимпиады, в состав которых входят ведущие преподаватели и профессора научно-учебных комплексов МГТУ им. Н.Э. Баумана «Фундаментальные науки». С целью исключения влияния субъективизма и его последствий каждый вариант задания проверяется двумя экспертами. При проверке применяется алгоритм пошагового оценивания решения каждой задачи, когда эксперт положительно оценивает всякое

верное действие, каждый аргументированный «шаг» конкурсанта на пути продвижения его к ответу.

Для оценки степени решенности задачи используется пятиразрядный ряд — 1; 0,75; 0,5; 0,25; 0 — отметки, зависящие от количества ошибок при решении задач. «1» ставится при полностью безупречном решении и наличии ответа, а «0» — если конкурсант не приступал к решению задачи либо в решении отсутствуют положительные признаки. Промежуточные отметки устанавливаются председателем предметной экспертной комиссии после коллегиального обсуждения экспертами задач варианта при проверке. Оценка за выполненную задачу фиксируется как количество баллов, определяемое произведением отметки на максимальное количество баллов, назначенное за задачу. Так, если за задачу назначено 12 баллов, то в зависимости от степени ее решенности конкурсант может получить 12, 9, 6, 3 или 0 баллов. Конечный результат определяется суммированием «заработанных» баллов за решенные им задачи.

Такая схема оценивания обеспечивает широкую балльную вариативность (от 0 до 100 уровней), надежную дифференциацию в определении рейтинга участников.

Содержание варианта задания олимпиады по физике

Специфика системы подготовки специалистов в МГТУ им. Н.Э. Баумана, большой объем контрольных заданий по каждому предмету, включенному в образовательный курс, интенсивность проверок выполнения этих заданий налагают определенные требования к формированию контингента будущих первокурсников. Существует необходимость отбора из числа абитуриентов школьников, не только обладающих знаниями по школьному курсу физики, но глубоко понимающих сущность физических процессов (из числа рассматриваемых в школьном курсе), логически мыслящих, творчески ищущих пути решения сложных задач, умеющих самостоятельно работать с литературой.

Структура и содержание заданий по физике при проведении олимпиады направлены на проверку глубины усвоения абитуриентом школьного курса физики, прочности выработанных им навыков применения знаний основных законов физики к решению задач и практически являются инструментальным средством оценки подготовленности абитуриентов к последующему обучению в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Каждый индивидуальный вариант контрольного задания олимпиады содержит системный набор задач различного направления, упорядоченных по возрастанию сложности, и состоит из 10 заданий: двух задач первого уровня сложности, либо одного вопроса качественного характера, и одной задачи первого уровня сложности; шести задач второго уровня сложности и двух задач третьего уровня сложности. Задачи одного варианта задания

охватывают все основные разделы школьного курса физики. При этом в нем могут быть, например, задачи первого уровня сложности из раздела «Механика», второго уровня сложности из разделов «Термодинамика», «Электростатика», «Оптика», тогда задачи третьего уровня сложности будут представлять собой сочетание разделов «Электричество», «Колебания» и «Механика». Уровень сложности задач соответствует Программе вступительных экзаменов для поступающих в высшие учебные заведения России. Специальные экспериментально-теоретические исследования и накопленный опыт предлагаемых вариантов заданий олимпиад позволяют утверждать, что, несмотря на множество вариантов сочетаний задач различной трудоемкости из разных разделов физики, варианты заданий в целом по трудоемкости и уровню сложности являются одинаковыми.

Вопросы качественного характера

Термин «качественного» подчеркивает главную особенность всех вопросов такого типа: внимание в них акцентируется на качественной стороне рассматриваемого физического явления. Этот вопрос призван выявить глубину понимания абитуриентом сущности физических явлений и законов, умение объяснить смысл физических величин и понятий. Он служит средством проверки практических навыков абитуриента, умения применить теоретические знания для объяснения явлений природы, быта, техники. Ответ на этот вопрос позволяет также оценить технический кругозор абитуриента, проверить его способность к логическим умозаключениям, базирующимся на знании основных законов физики.

Задачи первого уровня сложности — задачи, в которых рассматриваются явления, относящиеся к одному разделу физики. Алгоритм решения этих задач обычно виден из условия задачи, и для их решения необходимо, используя основные законы физики и их аналитические выражения, провести несложные математические преобразования и вычисления. Задачи этого уровня, как правило, позволяют выявить не только сам факт знания абитуриентом основных законов физики, но и умения применить аналитические выражения этих законов к решению задач. Кроме того, выявляется умение абитуриента пользоваться системой измерения физических величин СИ и переводить внесистемные единицы измерения в СИ.

Несмотря на кажущуюся простоту задач первого уровня сложности, у абитуриентов встречаются затруднения при их решении, не позволяющие абитуриенту получить максимальные баллы, например:

- при знании формулировок законов Ньютона не учитывается векторный характер этих законов;
- путают формулы для нахождения емкости батареи конденсаторов при их параллельном и последовательном соединении с формулами для определения сопротивления

участка цепи постоянного тока при последовательном и параллельном соединении проводников;

- часто путают основное уравнение молекулярно–кинетической теории идеального газа с уравнением состояния идеального газа;
- встречаются затруднения в записи аналитических выражений изопроцессов, адиабатного процесса и применении первого закона термодинамики для этих процессов;
- при использовании законов сохранения импульса и механической энергии забывают про векторный характер закона сохранения импульса;
- многие абитуриенты не знают правильного определения таких понятий, как напряженность и потенциал электростатического поля, забывают о векторном характере напряженности, не могут использовать принцип суперпозиции полей, не имеют четкого представления о физическом смысле этих характеристик поля. Не пользуются графическим представлением электрического и магнитного полей;
- при описании колебательного движения не учитывается зависимость амплитуды и фазы колебаний тела от внешних условий, вызвавших эти колебания.

Задачи второго уровня сложности — задачи, в которых рассматриваются явления, обычно также относящиеся к одному разделу физики. Но для их решения кроме знаний основных законов физики требуется отыскать алгоритм решения задачи: выявить физическое явление, присутствующее в задаче, адекватное определенному закону физики, математически описать рассматриваемое в задаче явление, т.е. составить уравнение или систему уравнений и решить их. При этом особое внимание обращается на понимание абитуриентом векторного характера ряда величин, входящих в формулы, когда для полного определения этих величин необходимо учитывать не только их числовое значение, но и направление.

При этом при решении задач на кинематику оцениваются:

- умение абитуриента графически представить зависимость кинематических параметров движения от времени;
- способность найти все силы, вызывающие движение тел в конкретных условиях, умение заменить действие нескольких сил их равнодействующей;
- рациональность выбора системы координат, обеспечивающей наиболее простой вид системы уравнений, приводящей к решению задачи.

При решении задач на динамику обращается внимание

- на влияние начальных условий на характер движения тел;
- на различное воздействие на характер движения тел сил трения покоя и сил трения скольжения;

- на определение направления полного ускорения и равнодействующей силы при неравномерном движении тела по окружности и т.д.

При решении задач второго уровня сложности встречаются случаи, когда абитуриенты допускают непонимание и неточности, приводящие к снижению балла, получаемого за эту задачу, например:

- при решении задач из раздела «статика» многие абитуриенты забывают второе условие равновесия твердого тела — условие равенства нулю суммарного момента внешних сил;
- незнание выражения теплоемкости одноатомного идеального газа при постоянном объеме и постоянном давлении вызывает трудности при решении термодинамических задач;
- недостаточно глубокое понимание физического содержания закона электромагнитной индукции Фарадея вызывает большие трудности при решении задач на его практическое применение;
- при расчете цепей, содержащих электродвигатель, не учитывается ЭДС индукции, возникающей при вращении якоря электромотора;
- много ошибок встречается при решении задач на применение формулы рассеивающей линзы и при построении изображений в таких линзах;
- особую сложность вызывают задачи на построение изображений в оптических системах, состоящих из нескольких линз и зеркал.

Задачи второго уровня сложности позволяют выявить способность абитуриента осознанно применять физические законы к описываемому в задаче явлению, а также умение использовать для решения физических задач математический аппарат: составлять алгебраические уравнения, связывающие физические величины, которые характеризуют рассматриваемое явление с количественной стороны.

Задачи третьего уровня сложности — это комбинированные задачи, требующие углубленного понимания физических явлений, творческого мышления, комплексного использования знаний по различным разделам физики, позволяющего путем логических рассуждений связать происходящие физические явления или процессы, оценить их с качественной и количественной сторон.

В комбинированных Задачах оценивается способность абитуриента осмыслить физическое содержание задачи, понять, какие физические процессы и явления включены в ее условие, его умение отыскать в динамике процессов момент, который можно описать, используя математический аппарат в рамках школьной программы. Комбинированные задачи являются лучшим критерием оценки глубины усвоения программного материала. Метод подхода к решению этих задач позволяет оценить способность абитуриента творчески мыслить

и логически рассуждать, т. е. качества, которые в конечном счете являются необходимыми для формирования исследовательского стиля умственной деятельности студентов Университета.

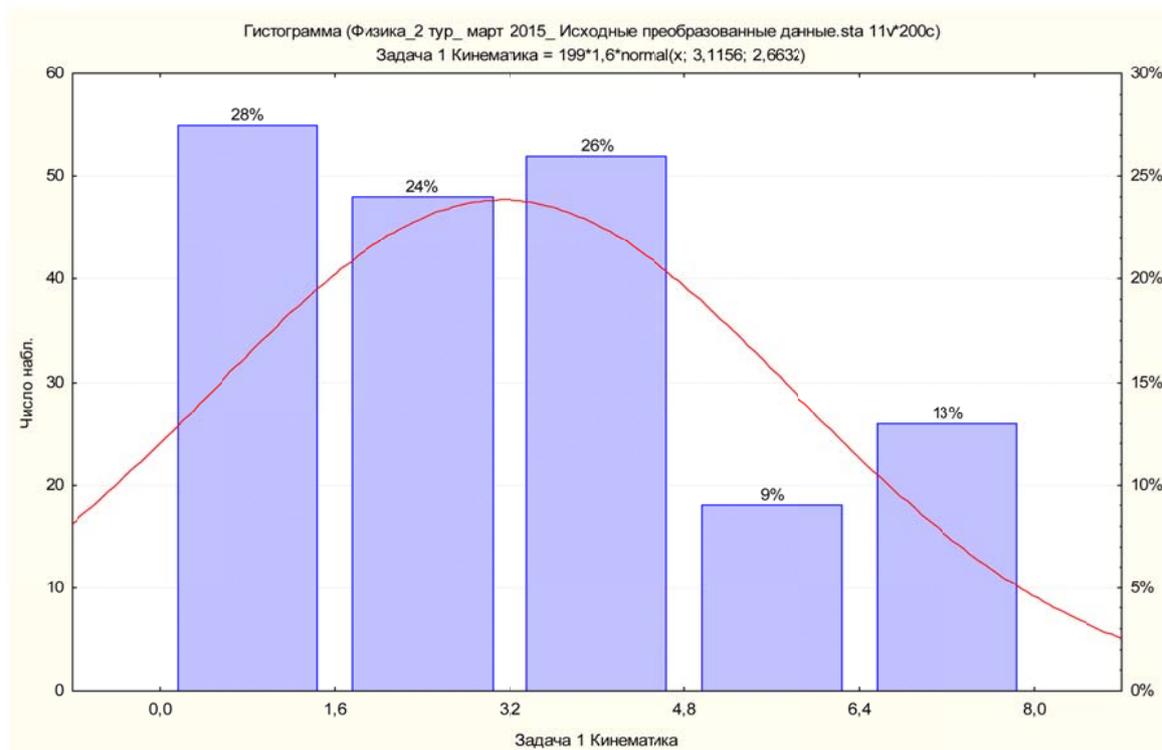
Задача считается полностью решенной, если:

- приведены ссылки на законы, используемые для решения данной задачи, с учетом, если необходимо, их векторного характера; указаны физические явления, рассматриваемые в задаче;
- даны текстовые пояснения по ходу решения задачи;
- записаны необходимые для решения задачи уравнения, правильно проведены все алгебраические преобразования и получен ответ в буквенном виде;
- если необходимо по условию задачи, выполнены числовые расчеты и записан окончательный ответ в системе СИ с указанием единиц измерения полученных величин.

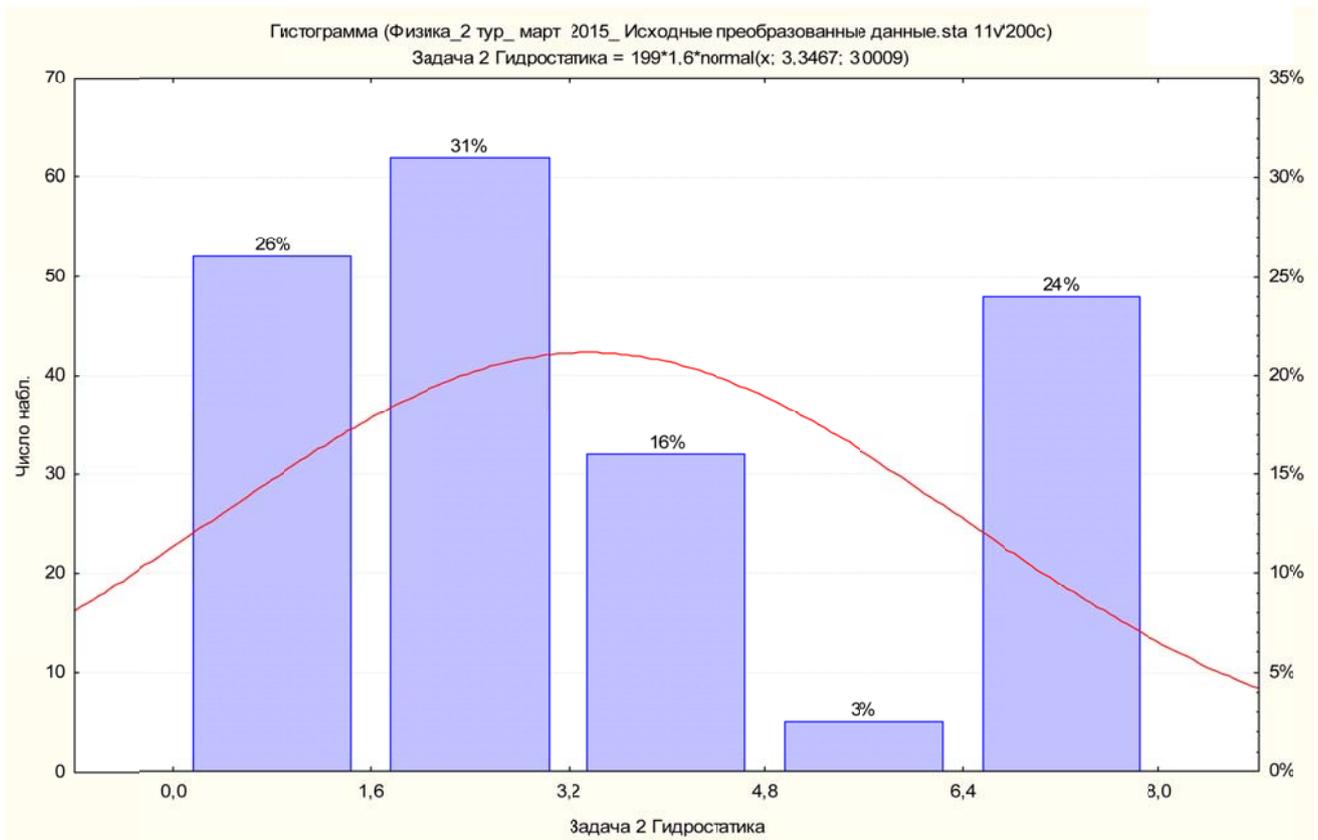
Анализ выполнения учащимися 11 классов заданий заключительного этапа 2015 года из разных разделов физики, отличающихся уровнем сложности

Весенняя олимпиада «Шаг в будущее. Физика» (2 тур). Статистические данные по физике 2015 г.

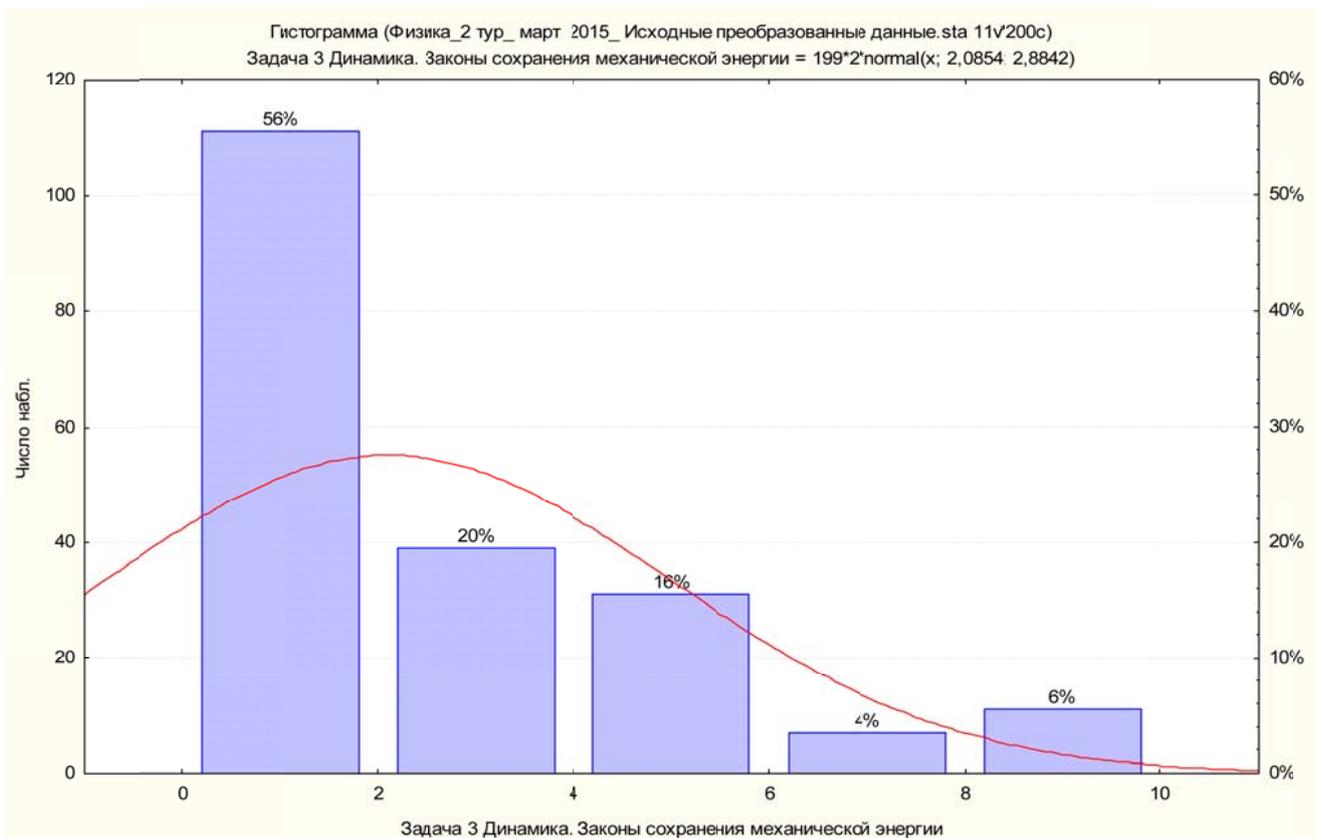
Задача 1 – кинематика, баллы 0, 2, 4, 6, 8



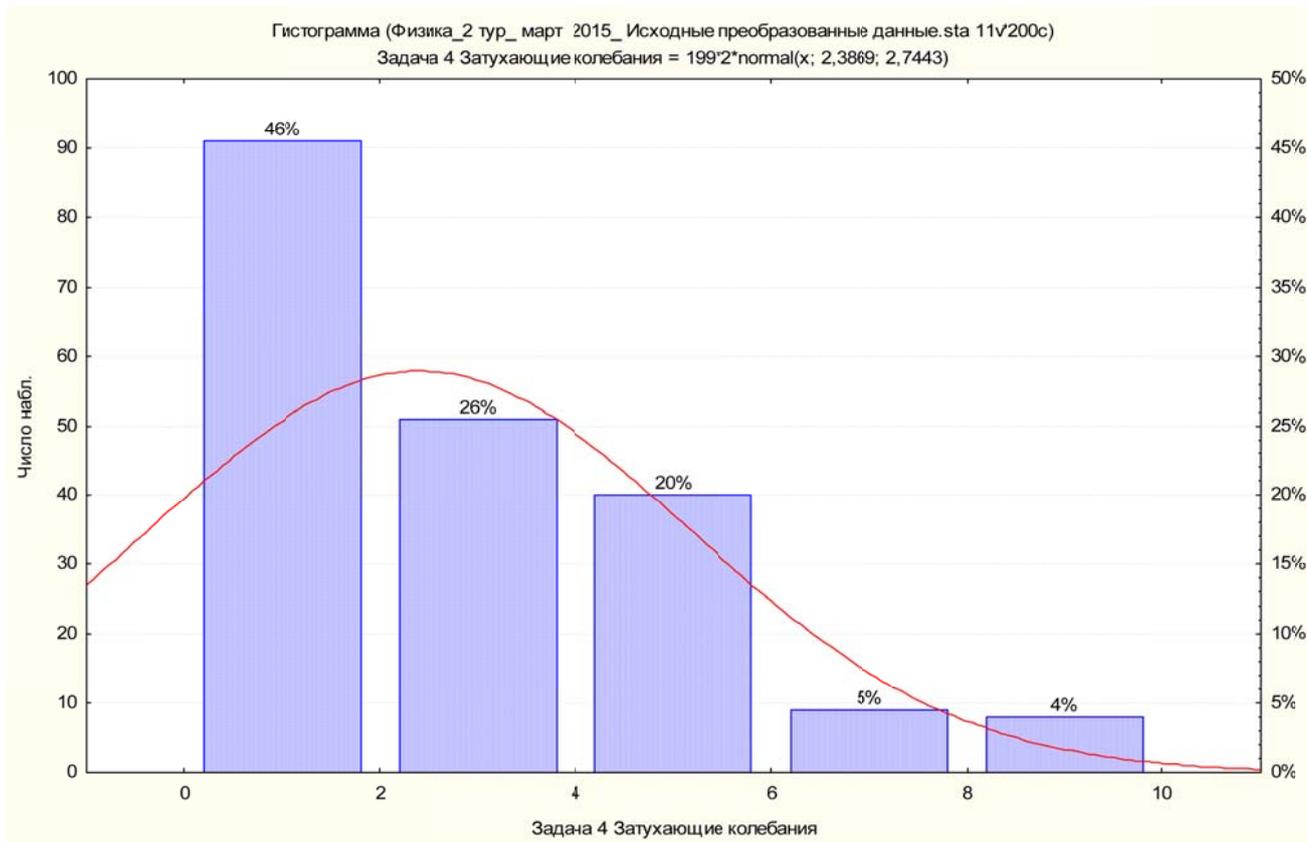
Задача 2 – гидростатика, баллы 0, 2, 4, 6, 8



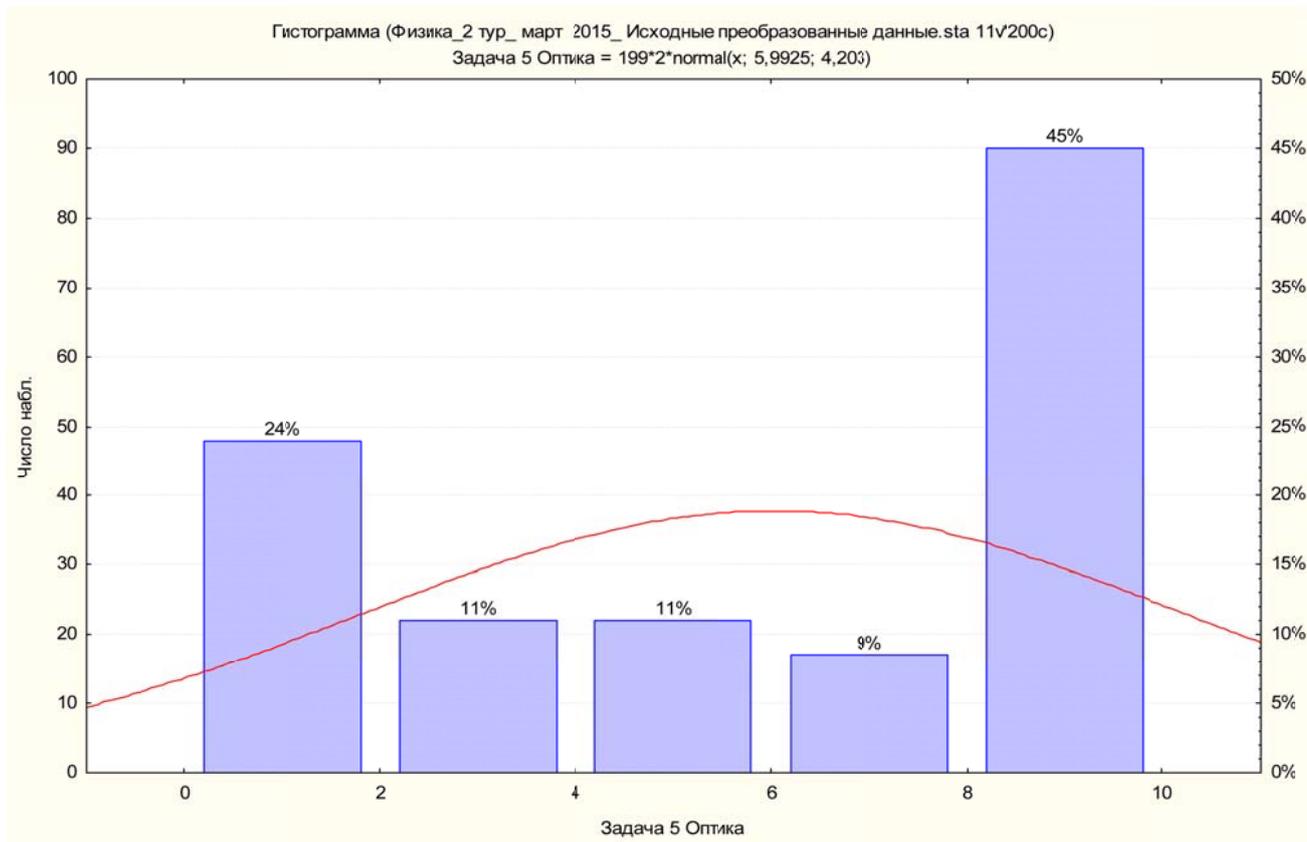
Задача 3 –динамика, законы сохранения механической энергии, баллы 0, 3, 5, 8, 10



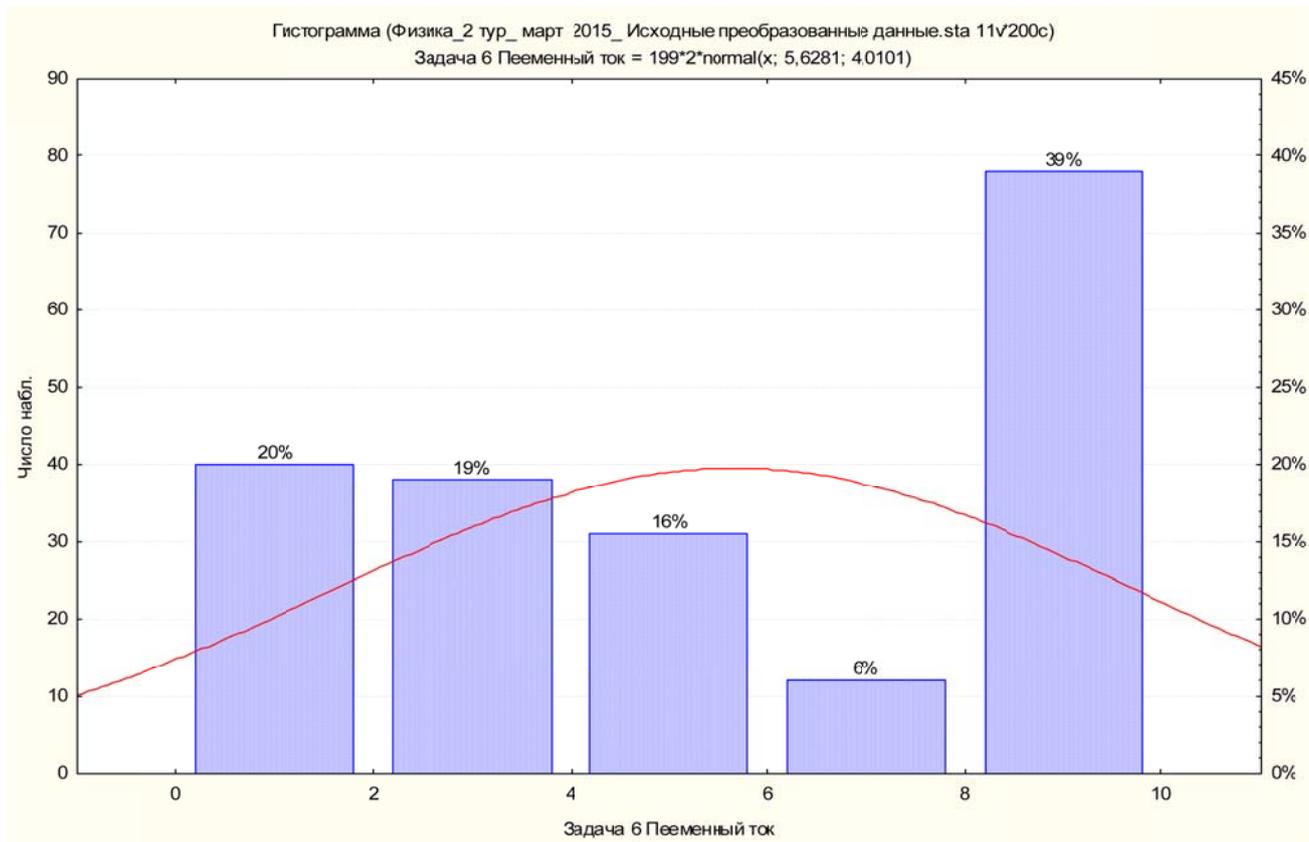
Задача 4 – затухающие колебания, баллы 0, 3, 5, 8, 10



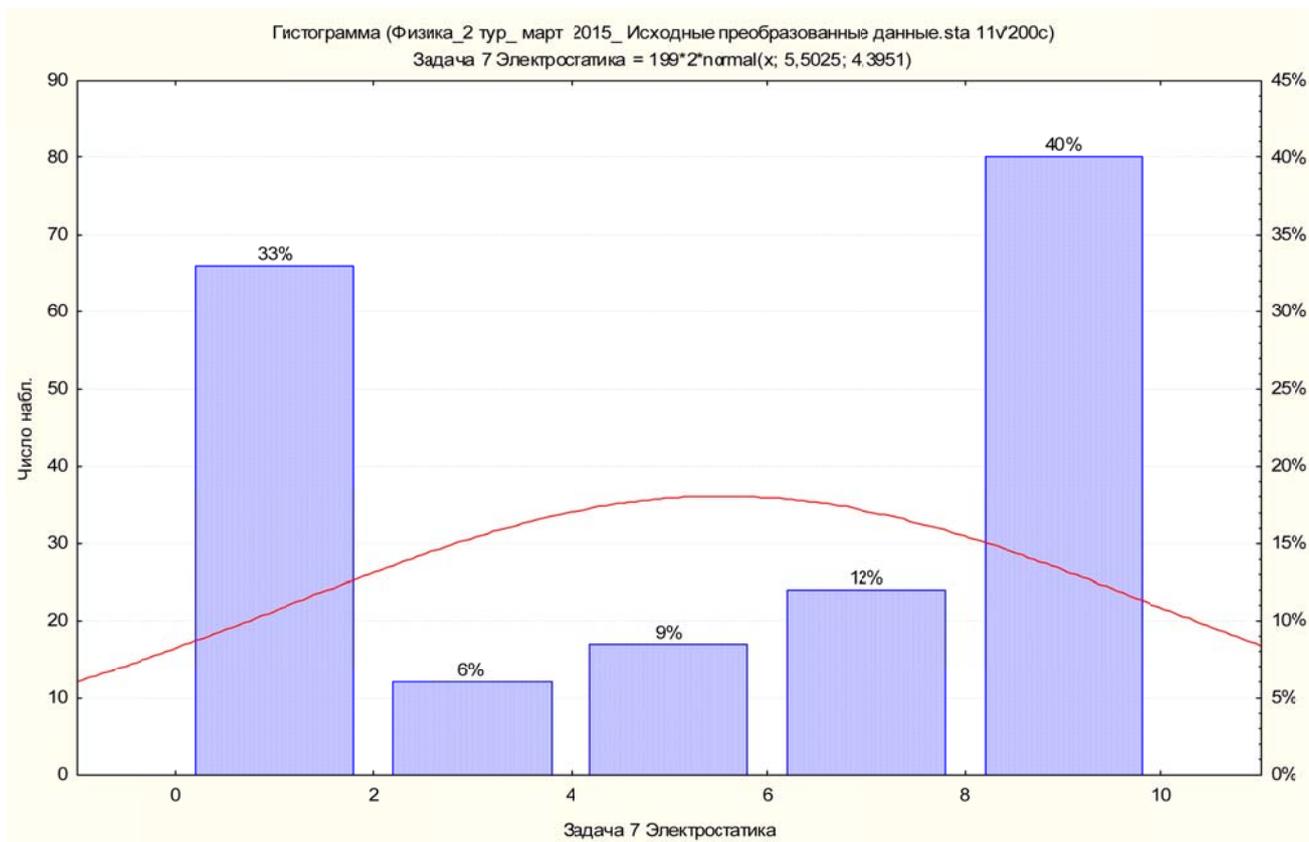
Задача 5 – оптика, баллы 0, 3, 5, 8, 10



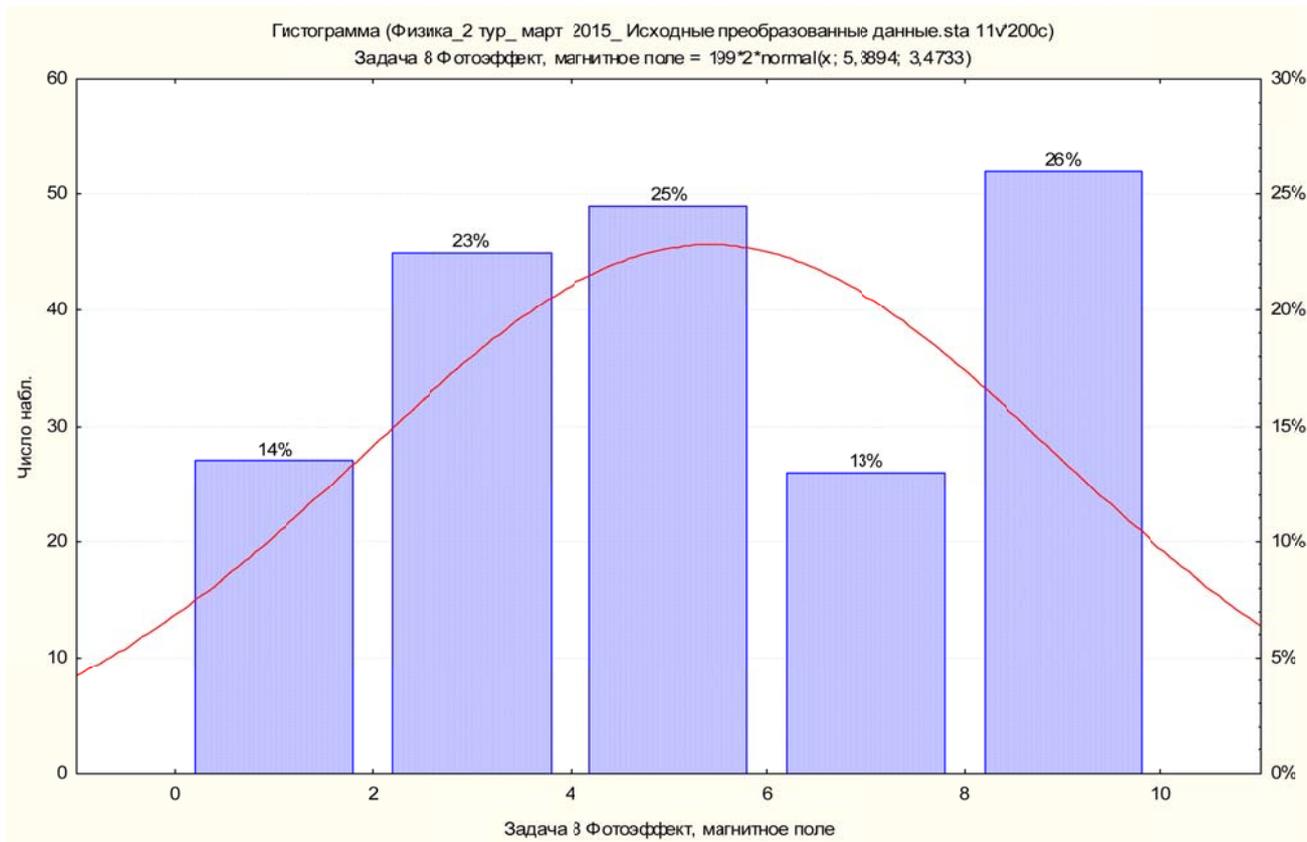
Задача 6 – переменный ток, баллы 0, 3, 5, 8, 10



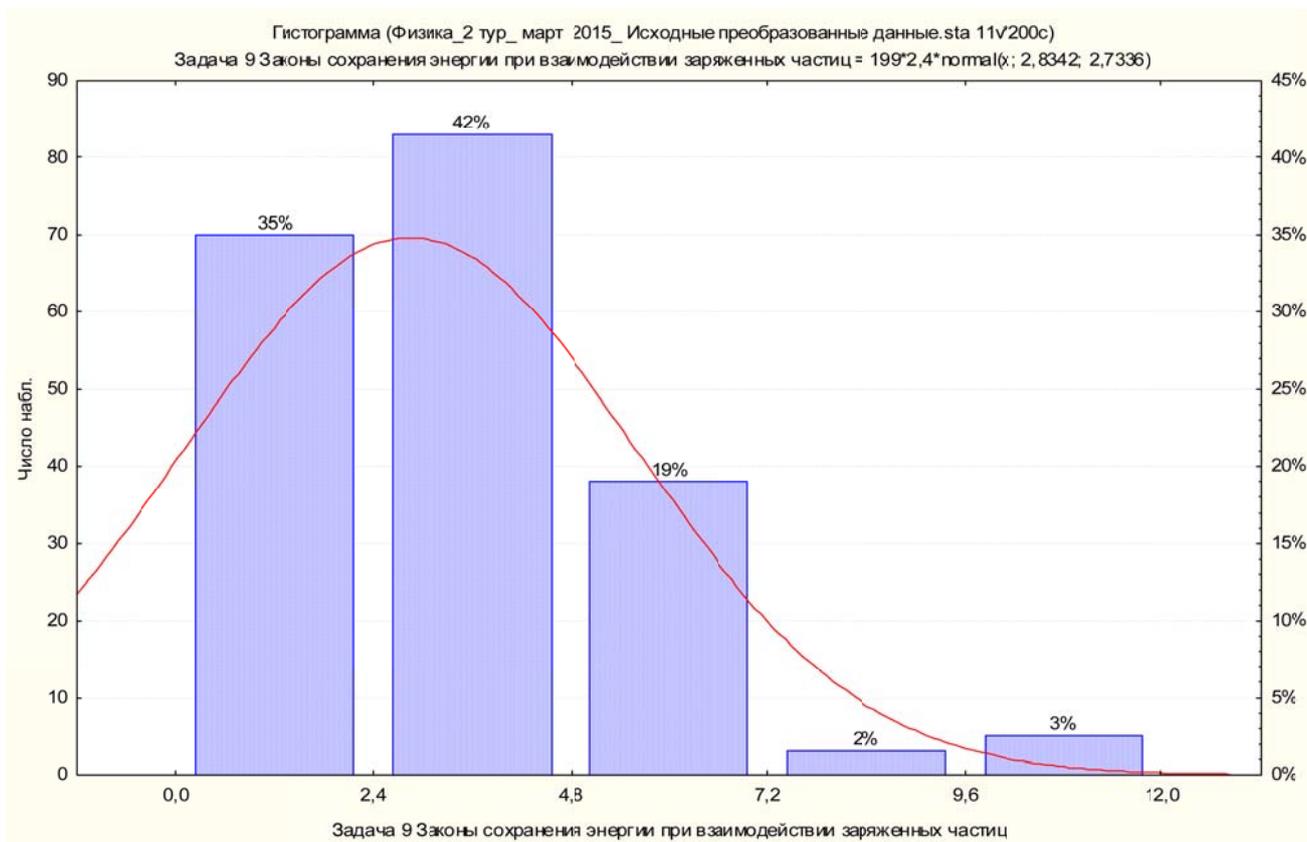
Задача 7 – электростатика, баллы 0, 3, 5, 8, 10



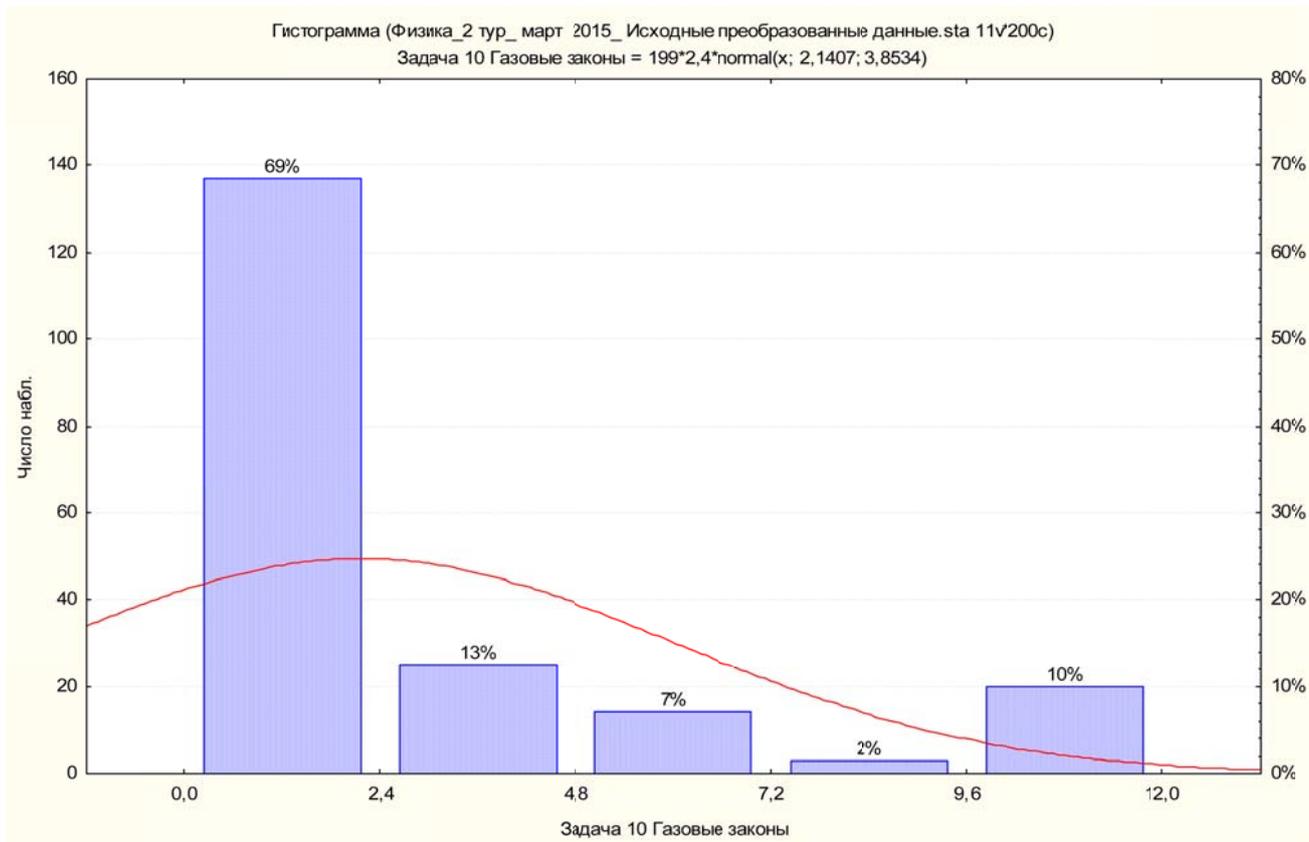
Задача 8 – фотоэффект, магнитное поле, баллы 0, 3, 5, 8, 10



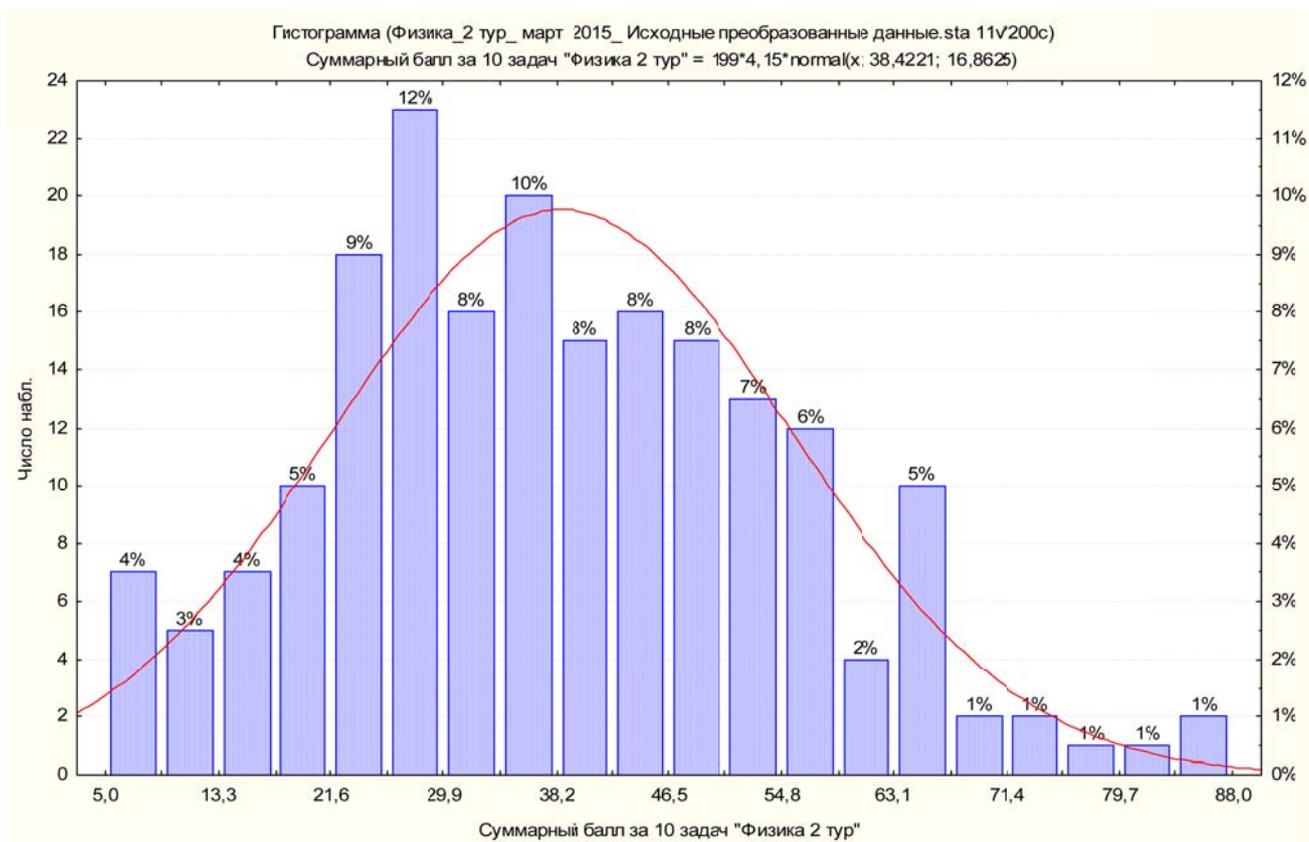
Задача 9 – законы сохранения энергии при взаимодействии заряженных частиц, баллы 0, 3, 6, 9, 12



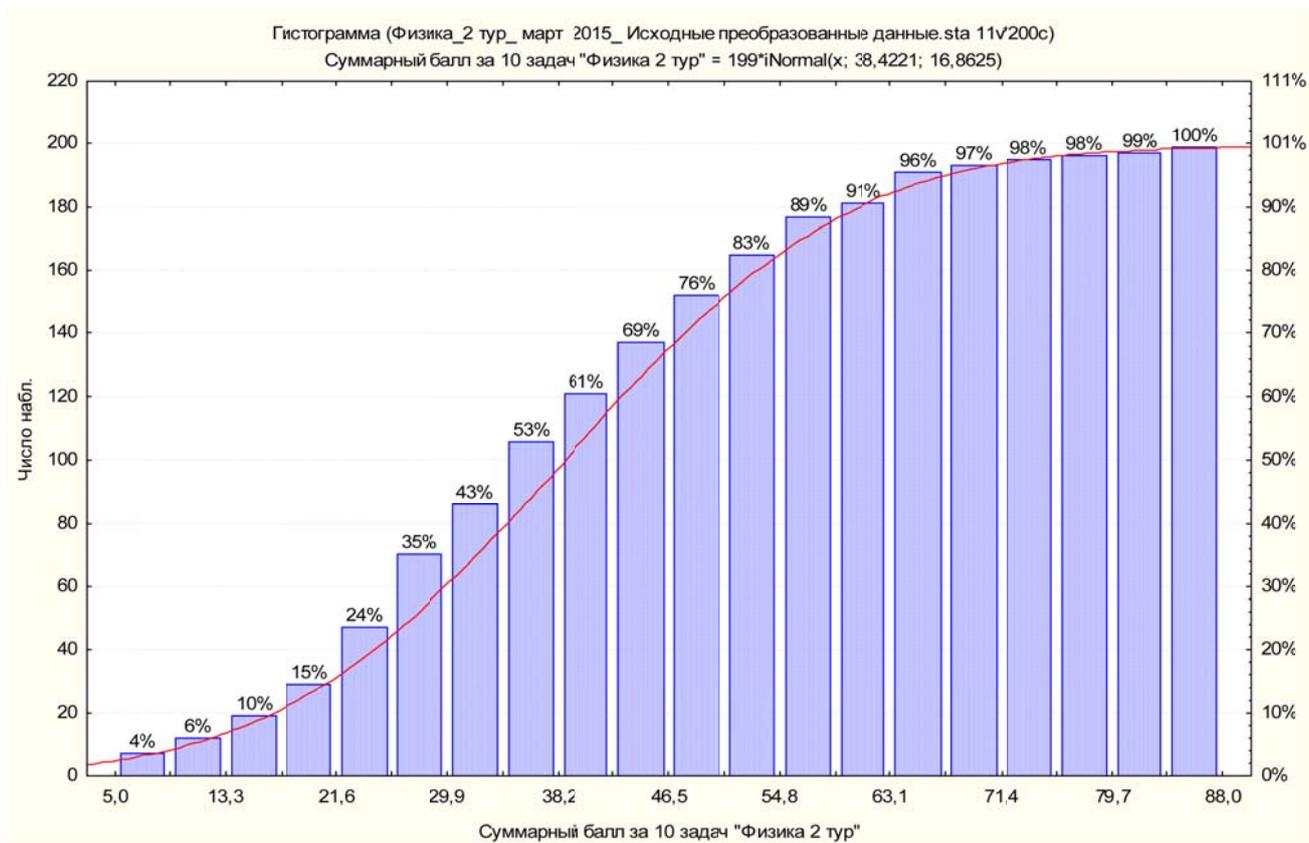
Задача 10 – газовые законы., баллы 0, 3, 6, 9, 12



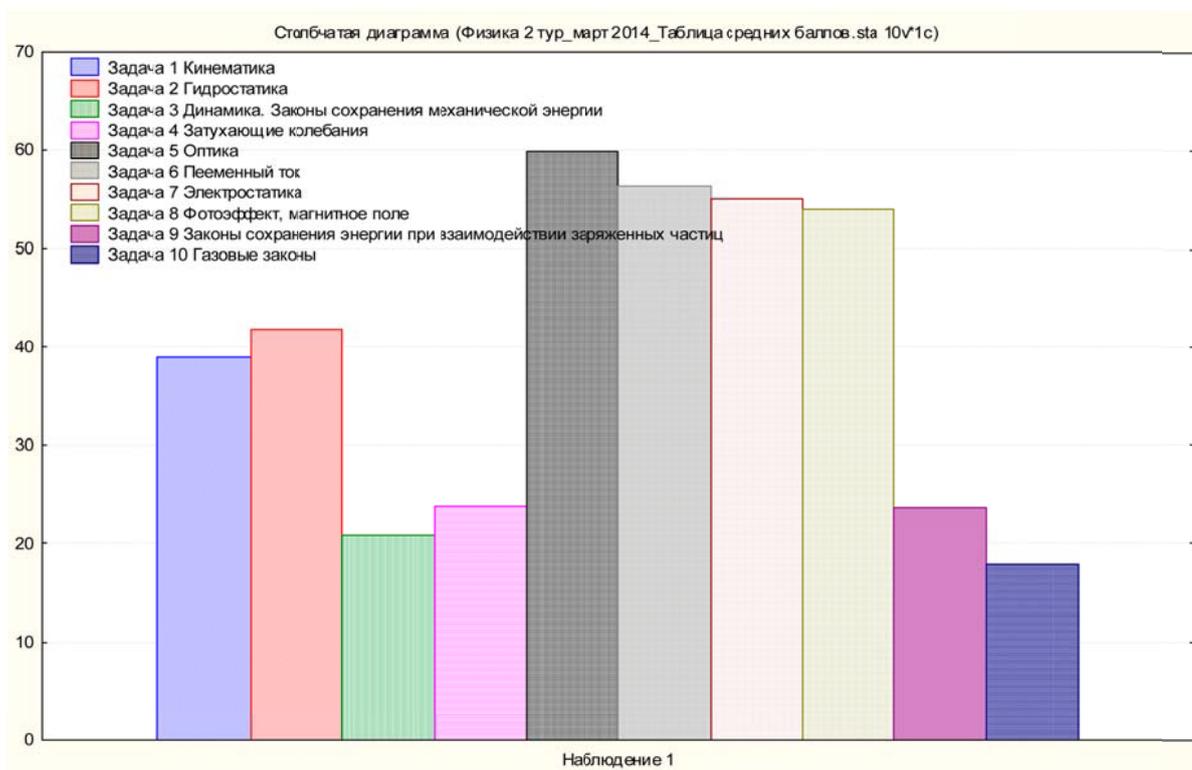
Суммарный балл по десяти задачам



Кумулятивная гистограмма распределения баллов за олимпиадную работу в потоке «Физика»



Средний балл по задачам в процентах от максимального балла



Средний балл за задачи (в процентах от макс)	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
		38,9	41,8	20,9	23,9	59,9	56,3	55,0	53,	23,6

Публикация олимпиадных заданий с решениями

На сайте ЦДП в разделе «Демонстрационные варианты и задания олимпиады» (<http://cendop.bmstu.ru/olymp/variants/>) ежегодно публикуются задания с решениями:

2009-2010 учебный год

Лучшая работа http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/physics_09-10.pdf

Типовой вариант задач по физике научно-образовательного соревнования с решениями.

Заключительный этап: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/math_physics_09-10.pdf

Типовой вариант заданий: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/type_var_physics.PDF

Лучшая работа http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/physics_09-10.pdf

2010-2011 учебный год

Рекомендуемая литература для подготовки к олимпиадам по физике

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/Literatura_po_phizike.pdf

2011-2012 учебный год

Материалы для подготовки к олимпиадам по физике:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/fizika_2012_type.rar

2012-2013 учебный год

Типовой вариант академического соревнования по общеобразовательному предмету «Физика» с решениями: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2013_tipovoy_var_physics_solution.pdf

Варианты задания для 8-10 классов с решениями

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2013_physics_8-10classes_2tour_solutions.pdf

Рекомендуемая литература для подготовки к академическому соревнованию по общеобразовательному предмету «Физика»

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2013_literature_physics.pdf

2013-2014 учебный год

Варианты заданий для 8-11 классов (отборочный этап):

8 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/8_classes_physics_1_tour.pdf

9 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/9_classes_physics_1_tour.pdf

10 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/10_classes_physics_1_tour.pdf

11 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2013_autumn_fizika.pdf

Варианты заданий для 8-11 классов (заключительный этап):

8 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/8_classes_physics_2_tour_solutions.pdf

9 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/9_classes_physics_2_tour.pdf

10 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/10_classes_physics_2_tour.pdf.pdf

11 класс: http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2014_spring_fizika_var19_solution.pdf

Типовой вариант задания (с решением) заключительного этапа академического соревнования Олимпиады школьников «Шаг в будущее 2014» по общеобразовательному предмету «Физика»
<http://cendop.bmstu.ru/userfiles/docs/fizika2014.pdf>

2014-2015 учебный год

Отборочный этап. Вариант 12

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_physics_1tour_var12.pdf

Отборочный этап. Варианта 14

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_physics_1tour_var14.pdf

Отборочный этап. Вариант для 8 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/docs/fizika_8class_2014-2015_solutions.pdf

Отборочный этап. Вариант для 9 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/docs/fizika_9class_2014-2015_solutions.pdf

Отборочный этап. Вариант для 10 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/docs/fizika_10class_2014-2015_solutions.pdf

Заключительный этап. 19 вариант

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_physics_2tour_var19.pdf

Заключительный этап. 21 вариант

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_physics_2tour_var19.pdf

Заключительный этап. Вариант для 8 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_2tour_physics_8class_solutions.pdf

Заключительный этап. Вариант для 9 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_2tour_physics_9class_solutions.pdf

Заключительный этап. Вариант для 10 класса с решениями:

http://cendop.bmstu.ru/userfiles/materials/2015_2tour_physics_10class_solutions.pdf



УТВЕРЖДАЮ

Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана

А. А. Александров

2015 г.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА» ТИПОВОЙ ВАРИАНТ

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Камень, брошенный под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту, дважды был на одной высоте спустя время $t_1=1$ с и $t_2=3$ с после начала движения. Определите начальную скорость камня.

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Перед остановкой лифта, движущегося вверх, модуль его скорости уменьшается за каждую секунду на $0,8$ м/с. С какой силой давит на пол лифта груз массы 100 кг?

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Шарик падает на пол с высоты H и многократно отскакивает от него. Полагая, что при каждом отскоке скорость шарика уменьшается в два раза, определите путь, пройденный шариком от начала падения до остановки. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Давление идеального газа, участвующего в процесса, в котором $PV^2 = \text{const}$, увеличилось в два раза. Как изменилась при этом температура газа?

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

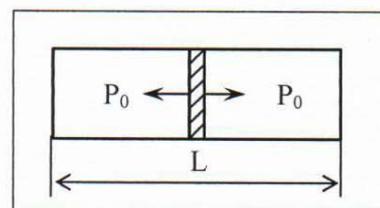
Проводящий незаряженный шар радиуса R находится в вакууме. Определите потенциал в точке A на поверхности шара, если в точке M , находящейся на расстоянии $2R$ от центра шара, поместить точечный заряд Q .

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Два маленьких шарика, массы которых $m_1=m$ и $m_2=2m$, заряженных одноименными зарядами, соединены невесомой нитью длины L . В равновесии сила натяжения нити равна F . Определите максимальное значение модуля скорости первого шарика после того, как нить пережигают. Гравитационное взаимодействие не учитывать.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Поршень находится в гладком цилиндрическом сосуде сечения S , расположенном горизонтально. По обе стороны от поршня находится газ с давлением p_0 . Поршень расположен посередине сосуда, длина которого L . Определите массу поршня, если известен период малых колебаний поршня T относительно положения равновесия. Процесс в газе считать изотермическим.



ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

В системе отсчета, относительно которой прямоугольный треугольник покоится, длина его гипотенузы равна $L_0=1$ м, а угол между катетом b и гипотенузой $\alpha=30^\circ$. Определите длину гипотенузы этого треугольника в системе отсчета, относительно которой треугольник движется вдоль катета b с релятивистской скоростью $v=1,5 \cdot 10^8$ м/с.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Радиус первой боровской орбиты электрона в атоме водорода $r_1=0,53 \cdot 10^{-10}$ м. Определите полную энергию электрона в этом состоянии в электрон-вольтах.

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Частица имеет форму шарика и поглощает весь падающий на нее свет. Определите радиус частицы, при котором гравитационное притяжение ее к Солнцу на любом расстоянии будет компенсироваться силой светового давления. Мощность светового излучения Солнца $W=4 \cdot 10^{26}$ Вт, плотность материала частицы $\rho=1$ г/см³, масса Солнца $M=2 \cdot 10^{30}$ кг.

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА»
РЕШЕНИЕ ТИПОВОГО ВАРИАНТА**

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:
$$v_o = \frac{g(t_1 + t_2)}{2 \sin \alpha} = 39,2 \text{ м/с}$$

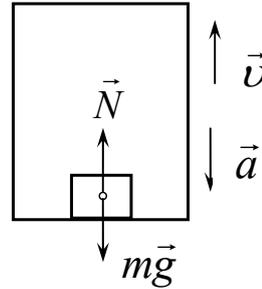
$$h = v_o \sin \alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2}; \quad h = v_o \sin \alpha t_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \quad \text{отсюда} \quad v_o \sin \alpha (t_2 - t_1) = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2};$$

$$v_o = \frac{g(t_1 + t_2)}{2 \sin \alpha} = 39,2 \text{ м/с}$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

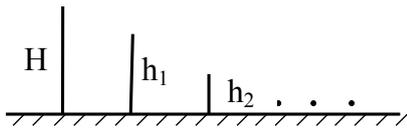
Ответ:
$$N = m(g - a) = 900H.$$

$$mg - N = ma; \quad N = m(g - a); \quad N = 900H.$$



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = 1,67H.$$



$$v_1 = \frac{v_o}{n}, \quad v_2 = \frac{v_1}{n} = \frac{v_o}{n^2}, \quad \text{где } n = 2. \quad h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{H^2}{n^2}.$$

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{H^2}{n^4};$$

$$S = H + 2(h_1 + h_2 + \dots) = H + \frac{2H}{n^2} \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + \dots \right).$$

$$\sum = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2 - 1}; \quad S = H + \frac{2H}{n^2 - 1}; \quad S = H \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}; \quad S = \frac{5}{3}H = 1,67H.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt{2} = 1,4.$$

$$p_1 V_1^2 = p_2 V_2^2, \quad \text{отсюда} \quad \frac{(p_1 V_1)^2}{p_1} = \frac{(p_2 V_2)^2}{p_2}. \quad \text{Т.к.} \quad pV = \nu RT, \quad \text{то} \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt{2} = 1,4.$$

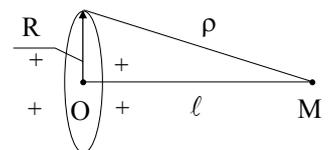
ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ:
$$l = R\sqrt{n^2 - 1} = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

$$\varphi_{(M)} = \sum \frac{\Delta q_i}{4\pi\epsilon_0 \rho} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + l^2}}; \quad n = \frac{\varphi_{(O)}}{\varphi_{(M)}} = \frac{\sqrt{R^2 + l^2}}{R};$$

откуда
$$l = R\sqrt{n^2 - 1}.$$

Для $n = 1,5$
$$l = 1,12R = 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$



ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{v_1 = 2\sqrt{\frac{F \cdot L}{3m}}}$.

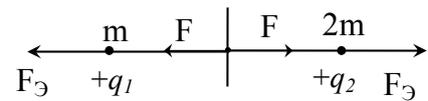
$F = F_3 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$; $W_n = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 L}$. Отсюда $W_n = F \cdot L$.

Для максимальных значений скоростей запишем:

закон сохранения энергии: $\frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} = F \cdot L$;

закон сохранения импульса: $mv_1 = 2mv_2$; откуда $v_2 = \frac{v_1}{2}$. Тогда $\frac{mv_1^2}{2} + m\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = F \cdot L$,

откуда $v_1 = \sqrt{\frac{4F \cdot L}{3m}} = 2\sqrt{\frac{F \cdot L}{3m}}$.

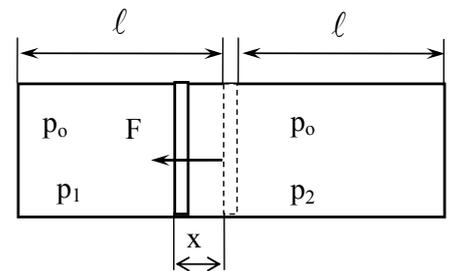


ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m = \frac{p_o ST^2}{\pi^2 L}}$.

Так как $T = const$, то $p_1(\ell + x) = p_o \ell$; $p_2(\ell - x) = p_o \ell$;

откуда $p_1 = \frac{p_o \ell}{\ell + x}$; $p_2 = \frac{p_o \ell}{\ell - x}$.



$F_x = -(p_2 - p_1)S = -p_o \ell S \left(\frac{1}{\ell - x} - \frac{1}{\ell + x} \right) = -p_o \ell S \frac{2x}{\ell^2 - x^2}$

Для $x \ll \ell$, $F_x = -p_o \ell S \cdot \frac{2x}{\ell^2} = -\frac{4p_o S}{L} x = -kx$. Для колебаний $a_x = -\omega^2 x$. Поэтому

$\frac{F_x}{m} = -\omega^2 x$ или $\frac{k}{m} = \omega^2$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{mL}{4p_o S}}$. Откуда $m = \frac{p_o ST^2}{\pi^2 L}$.

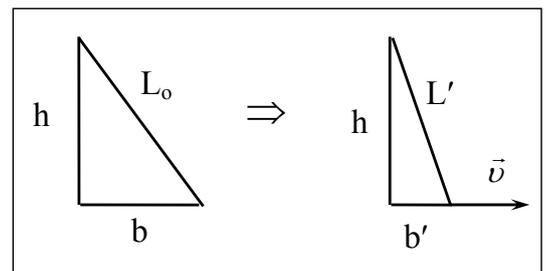
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{L' = L_o \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \left(\frac{v}{c} \right)^2} = 0,9L_o}$.

$h = L_o \sin \alpha$; $b = L_o \cos \alpha$, $b' = b \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}$

$L' = \sqrt{h^2 + (b')^2} = \sqrt{L_o^2 \sin^2 \alpha + L_o^2 \cos^2 \alpha \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]}$;

$L' = L_o \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \left(\frac{v}{c} \right)^2}$; $L' = L_o \sqrt{\frac{13}{16}} = 0,9L_o = 0,9m$.



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $E = E_k + E_{II} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_1} = -2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$.

Условие вращения электрона : $\frac{m v_1^2}{r_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_1^2}$.

Кинетическая энергия электрона $E_K = \frac{m v_1^2}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_1}$.

Потенциальная энергия электрона $E_{II} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}$.

Полная энергия электрона $E = E_K + E_{II} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_1}$. $E = -2,17 \cdot 10^{-18}$ Дж = -13,6 эВ.

Замечание. Если известна формула $m v_1 r_1 = \hbar$, то $v_1 = \frac{\hbar}{m r_1}$ и кинетическую энергию

электрона можно найти по формуле $E_K = \frac{\hbar^2}{2m r_1^2} = 2,17 \cdot 10^{-18}$ Дж.

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $R = \frac{3W}{16 \pi G c \rho M} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Радиус частицы равен R. Для излучения её эффективная площадь $S = \pi R^2$. Поэтому мощность излучения, падающего на частицу, равна $W_o = W \frac{\pi R^2}{4\pi \cdot r^2} = W \frac{R^2}{4r^2}$. Пусть N_ν - число фотонов частоты ν , падающих на частицу за единицу времени. Тогда

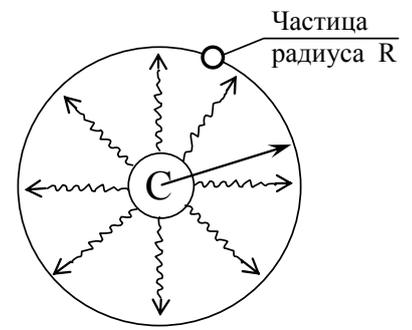
$W_{o\nu} = N_\nu h \nu$, а сила светового давления $F_{C\nu} = N_\nu p_\phi = N_\nu \frac{h \nu}{c} = \frac{W_{o\nu}}{c}$.

Для излучения всех частот $F_C = \frac{W_o}{c}$, ($c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Сила гравитационного притяжения $F_{ГП} = G \frac{mM}{r^2}$. По условию задачи $F_C = F_{ГП}$, т.е.

$W \frac{R^2}{4r^2 c} = G \frac{mM}{r^2}$. Так как для частицы $m = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$, то $\frac{W}{4c} = G \rho \frac{4}{3} \pi R M$, откуда

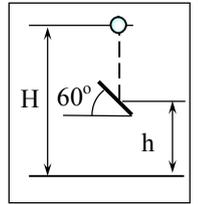
$R = \frac{3W}{16 \pi G \cdot c \rho \cdot M}$. $R = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,6 \text{ мкм}$.



ВАРИАНТ № 19

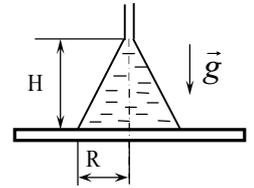
ЗАДАЧА 1

Маленький шарик падает с высоты $H = 2$ м без начальной скорости и встречает на своём пути закреплённую площадку, наклонённую под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найдите высоту h , на которой надо поместить площадку, чтобы полное время движения шарика до земли было максимальным. Удар шарика о площадку считать абсолютно упругим. Сопротивление воздуха не учитывать.



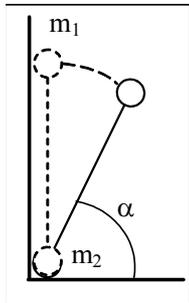
ЗАДАЧА 2.

Тонкостенная коническая воронка плотно лежит на горизонтальном столе. Через отверстие в тонкой трубке в воронку наливают жидкость плотности ρ . Когда жидкость заполнит всю коническую полость воронки, она приподнимает воронку и начинает вытекать из под неё. Определите массу воронки, если радиус её основания равен R , а высота конической части H .

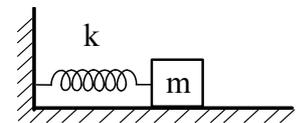


ЗАДАЧА 3.

Два маленьких шарика, соединены жестким невесомым стержнем и размещены вертикально в углу, образованном гладкими плоскостями. Масса верхнего шарика $m_1 = 1$ кг, масса нижнего шарика $m_2 = 2$ кг. Гантель начинает движение из вертикального положения без начальной скорости. Определите силу, действующую на вертикальную стенку



со стороны падающей гантели, когда угол между осью гантели и горизонтальной поверхностью станет равным $\alpha = 60^\circ$. Силами трения пренебречь.



ЗАДАЧА 4.

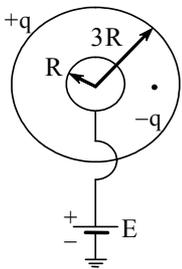
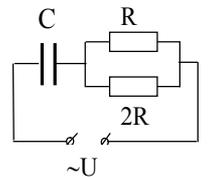
На горизонтальной плоскости лежит брусок массы m , соединенный горизонтальной недеформированной невесомой пружиной жесткости k с вертикальной стенкой. Брусок сместили так, что пружина растянулась на x_0 , а затем отпустили. Определите коэффициент трения между бруском и поверхностью, если известно число колебаний N , которое совершил брусок до остановки.

ЗАДАЧА 5.

Тонкая собирающая линза даёт четкое изображение предмета на экране при двух положениях линзы между предметом и экраном. Расстояние между предметом и экраном неизменно. Высота первого изображения равна H_1 , второго - H_2 . Чему равна высота предмета?

ЗАДАЧА 6.

Конденсатор C , соединенный последовательно с резисторами, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U_0 и круговой частотой ω . При каком значении сопротивления R резистора в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность?



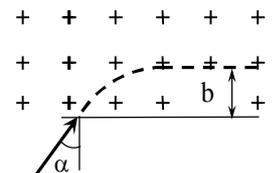
ЗАДАЧА 7.

В системе, состоящей из двух концентрических проводящих сфер радиусами R и $3R$, внутренняя сфера соединена с землей через источник ЭДС, равной E . Заряд внешней сферы равен $+q$. На расстоянии $2R$ от центра системы находится точечный заряд $-q$. Зная величины q , E , R , определите заряд внутренней сферы. Потенциал земли принять

равным нулю

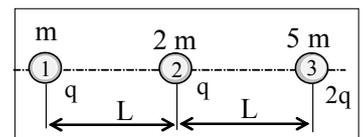
ЗАДАЧА 8.

При освещении металлической пластины с работой выхода A светом длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в однородное магнитное поле с индукцией B . Направление скорости электрона перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину b проникновения электрона в область магнитного поля, если угол падения электрона на границу области, занятой магнитным полем $\alpha = 30^\circ$.



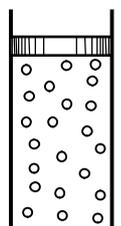
ЗАДАЧА 9.

Три маленьких шарика, массы которых равны m , $2m$, и $5m$, имеют электрические заряды q , q и $2q$ соответственно и расположены вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Вначале расстояние между соседними шариками равно L , а сами шарикки закреплены неподвижно. Затем шарикки отпускают. Найдите скорость каждого шарика, когда они будут находиться на большом удалении друг от друга. Считайте, что при разлете шарикки все время остаются на одной прямой.



ЗАДАЧА 10.

Тяжёлый поршень плотно закрывает вертикальный сосуд с гладкими стенками, внутри которого находится гелий при постоянной температуре T . Газ просачивается через маленькое сквозное отверстие в поршне, и поршень медленно опускается со скоростью v_0 (размер отверстия меньше длины свободного пробега молекул газа). Давление снаружи постоянное. Во сколько раз увеличится скорость поршня, если температуру гелия увеличить в два раза?



РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 19

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

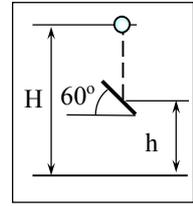
Ответ: $h = \frac{2}{3}H = \frac{4}{3} \text{ м}$

Время свободного падения шарика до площадки $t_1 = \frac{\sqrt{2g(H-h)}}{g}$.

Время дальнейшего движения шарика до момента падения на землю t_2 найдём из кинематического уравнения $h - v \cos \beta \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$, где $v = \sqrt{2g(H-h)}$; $\beta = \pi - 2\alpha$.

Общее время движения $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{2g} (\sqrt{2g(H-h)} + \sqrt{2g(H+3h)}) = \frac{1}{\sqrt{2g}} (\sqrt{H-h} + \sqrt{H+3h})$.

Из условия $\frac{\Delta t}{\Delta h} = 0$, находим $h = \frac{2}{3}H$. $h = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} \text{ м}$.



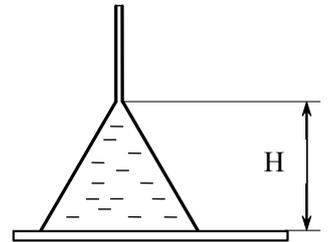
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $m = \frac{2}{3} \pi \rho R^2 H$

Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол, - это сила давления столба воды высотой H на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$$mg + \rho g V = \rho g H \pi R^2 \quad (1),$$

где $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$. И из (1) находим $m = \frac{2}{3} \pi \rho R^2 H$



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $F = m_1 g \cos \alpha (3 \sin \alpha - 2) \approx 3 \text{ Н}$

$$F = T \cos \alpha \quad (1)$$

Используя закон сохранения механической энергии, запишем

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g \ell (1 - \sin \alpha), \quad (2) \quad \text{где } \ell \text{ - длина гантели.}$$

На основании 2-го закона Ньютона, запишем

$$\frac{m_1 v^2}{\ell} = m_1 g \sin \alpha - T \quad (3)$$

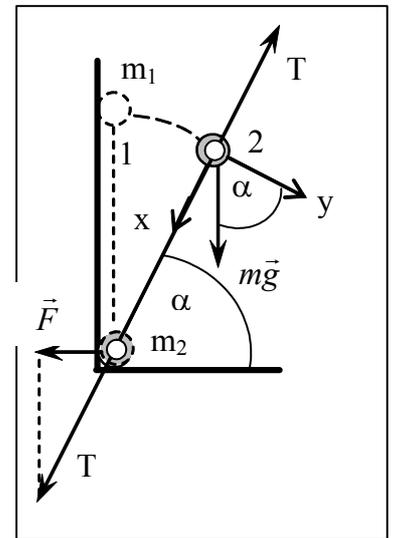
Отсюда следует $\frac{m_1 v^2}{\ell} = 2 m_1 g (1 - \sin \alpha)$

С учётом (3) из (2) определим

$$T = m_1 g \sin \alpha - 2 m g (1 - \sin \alpha) = m g (3 \sin \alpha - 2) \quad (4)$$

Подставив последнее равенство в (1), найдём $F = m_1 g \cos \alpha (3 \sin \alpha - 2)$.

Подставив $m_1 = 1 \text{ кг}$, $\alpha = 60^\circ$, найдём $F = 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \right) \approx 3 \text{ Н}$



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $\mu = \frac{kx_0}{mg(4N+1)}$

Для половины первого колебания – когда пружина максимально сожмётся на величину x_1 :

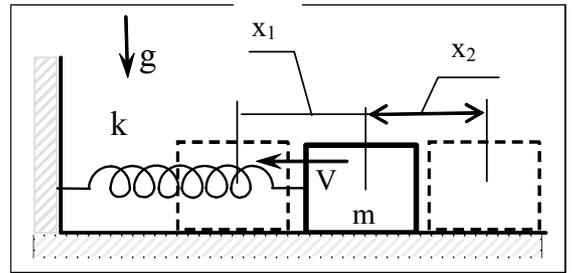
$\Delta W_{iA\dot{O}} = A_{\dot{O}D}$, т.е. $k \frac{x_1^2}{2} - k \frac{x_0^2}{2} = -\mu mg(x_1 + x_0)$ или

$\frac{k}{2}(x_0 - x_1)(x_1 + x_0) = \mu mg(x_1 + x_0)$. Поэтому изменение максимальной деформации пружины за половину

колебания $\Delta x_{1/2} = x_0 - x_1 = \frac{2\mu mg}{k}$. За N полных

колебаний $\Delta x_N = x_0 - x_{\dot{E}i i} = \frac{4\mu mg}{k} N$. Т.к. при остановке бруска $F_{\dot{O}D} = F_{\dot{O}i D}$, то $x_{\dot{E}i i} = \frac{\mu mg}{k}$.

Поэтому $x_0 - \frac{\mu mg}{k} = \frac{4\mu mg}{k} N$. Откуда $x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)$ и $\mu = \frac{kx_0}{mg(4N+1)}$.

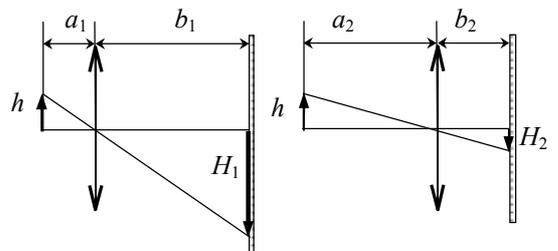


ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $h = \sqrt{H_1 H_2}$.

Пусть расстояние от предмета до экрана равно L . Тогда $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = L$. Воспользовавшись рисунком, из подобия треугольников можно получить следующие

соотношения: $\frac{h}{a_1} = \frac{H_1}{b_1}$; $\frac{h}{a_2} = \frac{H_2}{b_2}$.



Используем формулу тонкой линзы: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$;

$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$. Обозначим $a_1 = x$, $b_1 = L - x$. Тогда формула линзы примет вид:

$\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{F}$; или $\frac{L-x+x}{x(L-x)} = \frac{1}{F}$ или $LF = Lx - x^2$.

Тогда уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{F}$ эквивалентно квадратному уравнению $x^2 - Lx + LF = 0$, корни

которого $x_1 = a_1$, $x_2 = b_1$. Поэтому должно быть $a_2 = b_1$, $a_1 = b_2$. Перемножим $\frac{h}{a_1} = \frac{H_1}{b_1}$ на

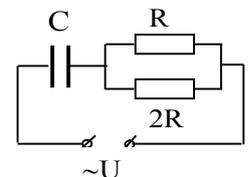
$\frac{h}{a_2} = \frac{H_2}{b_2}$ и получим $\frac{h^2}{a_1 a_2} = \frac{H_1 H_2}{b_1 b_2}$. Откуда $h = \sqrt{H_1 H_2}$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $R = \frac{3}{2\omega C}$.

1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока

$P = I_D^2 R_{\Sigma}$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока, а R_{Σ} - активное сопротивление цепи.



Следовательно, $P = \frac{U_o^2 R_{\Sigma}}{2 \left(R_{\Sigma}^2 + \frac{1}{(\omega C)^2} \right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_{\Sigma} = \frac{1}{\omega C}$. Так как $R_{\Sigma} = \frac{2}{3}R$, то $\frac{2}{3}R = \frac{1}{\omega C}$, откуда $R = \frac{3}{2\omega C}$.

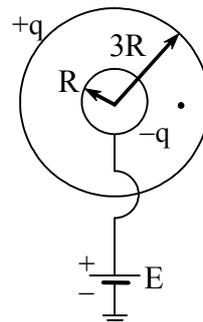
ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $Q = 4\pi\epsilon_0 RE + \frac{1}{6}q$

Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\varphi = E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3R},$$

откуда находим искомый заряд внутренней сферы $Q = 4\pi\epsilon_0 RE + \frac{1}{6}q$.

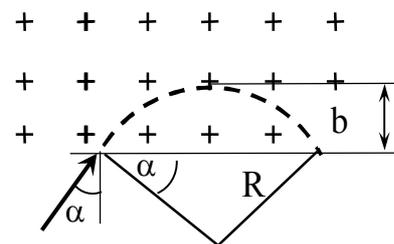


ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $b = \frac{1}{2eB} \sqrt{2m \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}$.

При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B .

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов:



$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$, где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2 \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}{m}}. \quad (1)$$

По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{mv^2}{R} = e v B$. Следовательно, радиус

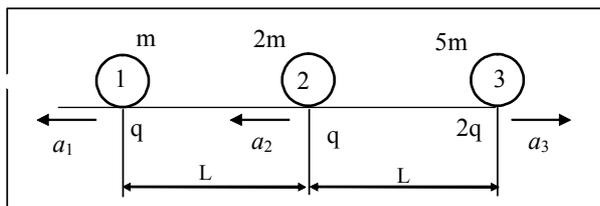
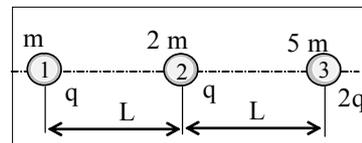
окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \frac{mv}{eB}$. Из рисунка видно, что

$b = R(1 - \sin \alpha) = \frac{mv}{eB}(1 - \sin \alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим:

$$b = \frac{m}{eB}(1 - \sin \alpha) \sqrt{\frac{2 \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}{m}}. \quad \text{При } \alpha = 30^\circ \quad b = \frac{1}{2eB} \sqrt{2m \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}.$$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ:
$$v_1 = 3q \sqrt{\frac{1}{8\pi\epsilon_0 mL}} \quad v_2 = v_3 = q \sqrt{\frac{1}{8\pi\epsilon_0 mL}}$$



После разлета на большие расстояния суммарная кинетическая энергия шариков будет равна начальной потенциальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{L} + \frac{2q^2}{L} + \frac{2q^2}{2L} \right) = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 L}$$

Ускорения шариков сразу после того, как их отпустили:

$$ma_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{2L^2}, \quad \text{откуда} \quad a_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{2L^2 m} \quad (1)$$

$$\text{Аналогично} \quad a_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2L^2 m} \quad (2) \quad a_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2L^2 m} \quad (3)$$

Из (2) и (3) видно, что крайние шарики двигались относительно среднего в разные стороны с одинаковым ускорением, следовательно, расстояние от каждого из них до среднего шарика будет все время одинаковым. Отношение скоростей шариков будет таким же, как отношение их ускорений:

$$v_1 : v_2 : v_3 = 3 : 1 : 1$$

Из закона сохранения энергии
$$\frac{m \cdot (3v)^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} + \frac{5mv^2}{2} = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 L}$$
 Отсюда
$$v = q \sqrt{\frac{1}{8\pi\epsilon_0 mL}}$$

и соответственно
$$v_1 = 3q \sqrt{\frac{1}{8\pi\epsilon_0 mL}} \quad v_2 = v_3 = q \sqrt{\frac{1}{8\pi\epsilon_0 mL}}$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

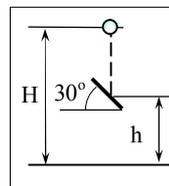
Ответ:
$$v = \sqrt{2} \cdot v_0$$

Если температуру гелия увеличить в два раза, то
$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{2T}{T}} = \sqrt{2} \approx 1,4$$
, откуда
$$v = \sqrt{2} \cdot v_0$$

ВАРИАНТ № 21

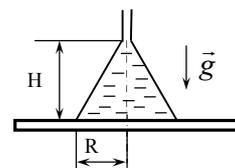
ЗАДАЧА 1.

Маленький шарик падает с высоты $H = 5$ м без начальной скорости и встречает на своём пути закреплённую площадку, наклонённую под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найдите высоту h , на которой надо поместить площадку, чтобы полное время движения шарика до



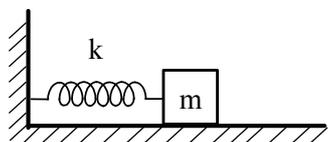
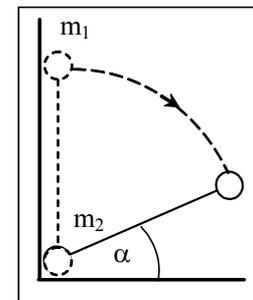
земли было максимальным. Удар шарика о площадку считать абсолютно упругим. Сопротивление воздуха не учитывать.

ЗАДАЧА 2. Тонкостенная коническая воронка массы m плотно лежит на горизонтальном столе. Через отверстие в тонкой трубке в воронку наливают жидкость. Когда жидкость заполнит всю коническую полость воронки, она приподнимает воронку и начинает вытекать из под неё. Определите плотность жидкости, если радиус основания конуса равен R , а высота конической части равна H .



ЗАДАЧА 3.

Два маленьких шарика, соединены жестким невесомым стержнем и размещены вертикально в углу, образованном гладкими плоскостями. Масса верхнего шарика $m_1 = 2$ кг, масса нижнего шарика $m_2 = 4$ кг. Гантель начинает движение из вертикального положения без начальной скорости. Определите силу, действующую на вертикальную стенку со стороны падающей гантели, когда угол между осью гантели и горизонтальной поверхностью станет равным $\alpha = 30^\circ$. Силами трения пренебречь.



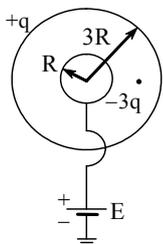
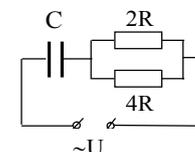
ЗАДАЧА 4.

На горизонтальной плоскости лежит брусок массой m , соединенный горизонтальной недеформированной невесомой пружиной жесткости k с вертикальной стенкой. Брусок сместили так, что пружина растянулась на x_0 , а затем отпустили. Определите величину x_0 , если коэффициент трения между бруском и поверхностью равен μ и известно число колебаний N , которое совершил брусок до остановки.

ЗАДАЧА 5.

Тонкая собирающая линза дает четкое изображение предмета на экране при двух положениях линзы между предметом и экраном. При первом положении линзы линейное увеличение линзы равно Γ_1 . Найдите линейное увеличение линзы при втором положении, если расстояние между предметом и экраном неизменно?

ЗАДАЧА 6. Конденсатор C , соединенный последовательно с резисторами, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U_0 и круговой частотой ω . При каком значении сопротивления R резистора в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность?

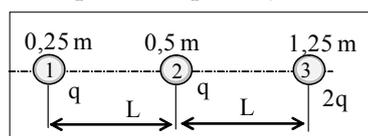
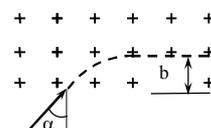


ЗАДАЧА 7.

В системе, состоящей из двух концентрических проводящих сфер радиусами R и $3R$, внутренняя сфера соединена с землей через источник ЭДС, равной E . Заряд внешней сферы равен $+q$. На расстоянии $2R$ от центра системы находится точечный заряд $-3q$. Зная величины q , E , R , определите заряд внутренней сферы. Потенциал земли принять равным нулю.

ЗАДАЧА 8.

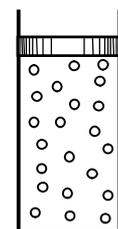
При освещении металлической пластины с работой выхода A светом с частотой ν , вылетающий электрон попадает в однородное магнитное поле с индукцией B . Направление скорости электрона перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину b проникновения электрона в область магнитного поля, если угол падения электрона на границу области, занятой магнитным полем $\alpha = 30^\circ$.



ЗАДАЧА 9.

Три маленьких шарика, массы которых равны 0.25 м, $0,5$ м, и $1,25$ м, имеют электрические заряды q , q и $2q$ соответственно, и расположены вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Вначале расстояние между соседними шариками равно L , а сами шарики закреплены неподвижно. Затем шарик отпускают. Найдите скорость каждого шарика, когда они будут находиться на большом удалении друг от друга. Считайте, что при разлёте шарик все время остаются на одной прямой.

ЗАДАЧА 10. Тяжёлый поршень плотно закрывает вертикальный сосуд с гладкими стенками, внутри которого находится гелий при постоянной температуре T . Газ просачивается через маленькое сквозное отверстие в поршне, и поршень медленно опускается со скоростью v_0 (размер отверстия меньше длины свободного пробега молекул газа). Давление снаружи постоянное. Найдите скорость поршня v , если вместо гелия в сосуде будет аргон?



ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $h = 0$

Время свободного падения шарика до площадки $t_1 = \frac{\sqrt{2g(H-h)}}{g}$.

Время дальнейшего движения шарика до момента падения на землю t_2 найдём из кинематического уравнения $h - v \cos \beta \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0$, где $v = \sqrt{2g(H-h)}$; $\beta = \pi - 2\alpha$.

Общее время движения $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{2g} (\sqrt{2g(H-h)} + \sqrt{2g(H+3h)}) = \frac{1}{\sqrt{2g}} (\sqrt{H-h} + \sqrt{H+3h})$.

Из условия $\frac{\Delta t}{\Delta h} = 0$, находим $h = 0$.

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $\rho = \frac{3M}{2\pi R^2 H}$

Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол, - это сила давления столба воды высотой H на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$$mg + \rho g V = \rho g H \pi R^2 \quad (1),$$

где $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$. И из (1) находим $\rho = \frac{3M}{2\pi R^2 H}$.

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $F = m_1 g \cos \alpha (3 \sin \alpha - 2) = 0$

$$F = T \cos \alpha \quad (1)$$

Используя закон сохранения механической энергии, запишем

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g \ell (1 - \sin \alpha), \quad (2) \quad \text{где } \ell \text{ - длина гантели.}$$

На основании 2-го закона Ньютона, запишем

$$\frac{m_1 v^2}{\ell} = m_1 g \sin \alpha - T \quad (3)$$

$$\text{Отсюда следует } \frac{m_1 v^2}{\ell} = 2m_1 g (1 - \sin \alpha)$$

С учётом (3) из (2) определим

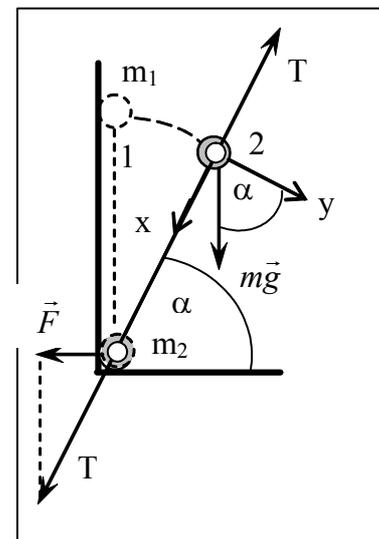
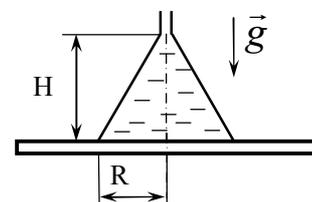
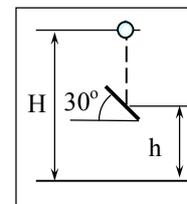
$$T = m_1 g \sin \alpha - 2m g (1 - \sin \alpha) = m g (3 \sin \alpha - 2) \quad (4)$$

Подставив последнее равенство в (1), найдём

$$F = m_1 g \cos \alpha (3 \sin \alpha - 2).$$

Подставив $m_1 = 2 \text{ кг}$, $\alpha = 30^\circ$, найдём $F = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left(3 \cdot \frac{1}{2} - 2 \right) = 1,73 \cdot (-0,5) \approx -0,9 \text{ Н}$

Знак минус указывает на то, что нижний шарик уже не касается вертикальной стенки, следовательно, сила давления на неё равна нулю. $F = 0$.



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)$

Для половины первого колебания – когда пружина максимально сожмётся на величину x_1 : $\Delta W_{iA\dot{O}} = A_{\dot{O}}$, т.е.

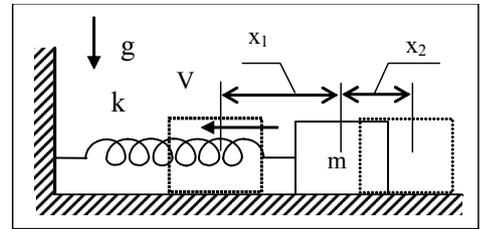
$$k \frac{x_1^2}{2} - k \frac{x_0^2}{2} = -\mu mg(x_1 + x_0) \text{ или}$$

$\frac{k}{2}(x_0 - x_1)(x_1 + x_0) = \mu mg(x_1 + x_0)$. Поэтому изменение максимальной деформации пружины за

половину колебания $\Delta x_{1/2} = x_0 - x_1 = \frac{2\mu mg}{k}$. За N полных колебаний $\Delta x_N = x_0 - x_{\dot{E}i i} = \frac{4\mu mg}{k} N$.

Т.к. при остановке бруска $F_{\dot{O}D} = F_{\dot{O}i D}$, то $x_{\dot{E}i i} = \frac{\mu mg}{k}$. Поэтому $x_0 - \frac{\mu mg}{k} = \frac{4\mu mg}{k} N$.

Откуда $x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)$.



ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$

Пусть расстояние от предмета до экрана равно L . Тогда $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = L$. Исходя из рисунка, можно получить

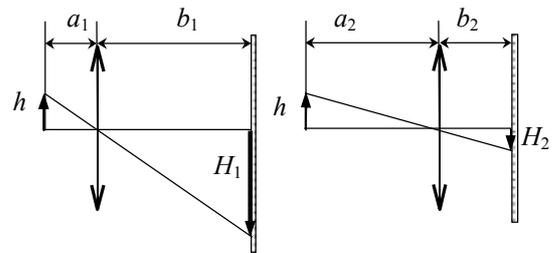
следующие соотношения: $\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{b_1}{a_1}$, $\Gamma_2 = \frac{H_2}{h} = \frac{b_2}{a_2}$.

Используем формулу тонкой линзы: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$,

$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$. Уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{F}$ эквивалентно

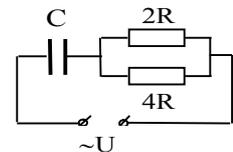
квадратному уравнению $FL - xL + x^2 = 0$, корни которого $x_1 = a_1$, $x_2 = b_1$. Поэтому должно быть

$a_2 = b_1$, $a_1 = b_2$. Умножаем $\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1}$ на $\Gamma_2 = \frac{b_2}{a_2}$ и получим $\Gamma_1 \Gamma_2 = 1$. Откуда $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$.



ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $R = \frac{3}{4\omega C}$.



1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I_D^2 R_{\Sigma}$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ – действующее значение тока, а R_{Σ} – активное сопротивление цепи.

Следовательно, $P = \frac{U_o^2 R_{\Sigma}}{2 \left(R_{\Sigma}^2 + \frac{1}{(\omega C)^2} \right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_{\Sigma} = \frac{1}{\omega C}$. Так как $R_{\Sigma} = \frac{4}{3}R$, то $\frac{4}{3}R = \frac{1}{\omega C}$, откуда $R = \frac{3}{4\omega C}$.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

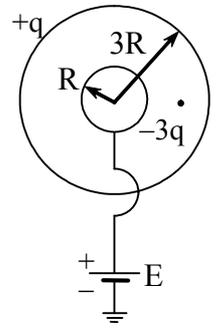
Ответ: $Q = 4\pi\epsilon_0 RE + \frac{7}{6}q$

Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\varphi = E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 3R},$$

откуда находим искомый заряд внутренней

сферы $Q = 4\pi\epsilon_0 RE + \frac{7}{6}q$



ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $b = \frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}$

При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B .

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$,

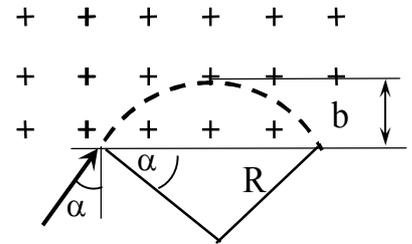
где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда $v = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}}$.

По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{mv^2}{R} = e\nu B$. Следовательно, радиус

окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \frac{mv}{eB}$. Из рисунка видно, что

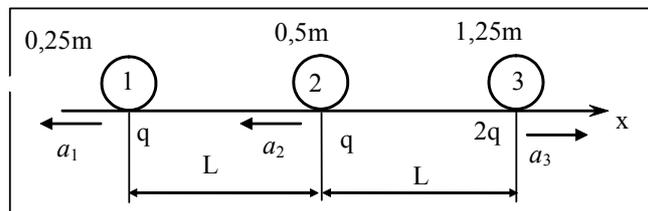
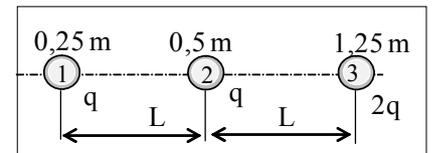
$b = R(1 - \sin\alpha) = \frac{mv}{eB}(1 - \sin\alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим:

$$b = \frac{m}{eB}(1 - \sin\alpha)\sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}} = (1 - \sin\alpha)\frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{eB}. \text{ При } \alpha = 30^\circ \quad b = \frac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}.$$



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $v_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{2\pi\epsilon_0 mL}}$ $v_2 = v_3 = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\epsilon_0 mL}}$



После разлета на большие расстояния суммарная кинетическая энергия шариков будет равна начальной потенциальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{L} + \frac{2q^2}{L} + \frac{2q^2}{2L} \right) = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 L}$$

Ускорения шариков сразу после того, как их отпустили:

$$ma_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{2L^2},$$

$$\text{Откуда } a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{2L^2m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3}{2 \cdot 0,25} \frac{q^2}{L^2m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 6 \cdot \frac{q^2}{L^2m} \quad (1)$$

Аналогично

$$ma_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q^2}{L^2} - \frac{2q^2}{L^2} \right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{L^2} \quad a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{L^2m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{0,5L^2m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m} \quad (2)$$

Аналогично

$$ma_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{2q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2} \right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{5q^2}{2L^2} ; \quad a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{5q^2}{2L^2m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{5q^2}{2 \cdot 1,25L^2m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m} \quad (3)$$

$$a_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 6 \frac{q^2}{L^2m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(-6 \frac{q^2}{L^2m} + \frac{2q^2}{L^2m} \right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4q^2}{L^2m} \quad (4)$$

$$a_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2 \frac{q^2}{L^2m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(2 \frac{q^2}{L^2m} + \frac{2q^2}{L^2m} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4q^2}{L^2m} \quad (5)$$

$$a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 6 \cdot \frac{q^2}{L^2m} ; \quad a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m} ; \quad a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q^2}{L^2m}$$

Из (2) и (3) видно, что крайние шарики двигались относительно среднего в разные стороны с одинаковым ускорением, следовательно, расстояние от каждого из них до среднего шарика будет все время одинаковым. Отношение скоростей шариков будет таким же, как отношение их ускорений:

$$v_1 : v_2 : v_3 = 3 : 1 : 1$$

Из закона сохранения энергии

$$E_{кин} = \frac{0,25m \cdot (3v)^2}{2} + \frac{0,5mv^2}{2} + \frac{1,25mv^2}{2} = 2mv^2 \quad . \quad 2mv^2 = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 L}$$

$$\text{Отсюда } v = q \sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}} \text{ и соответственно } v_1 = 3q \sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}} \quad v_2 = v_3 = q \sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}}$$

ЗАДАЧА 10 (12 баллов)

$$\text{Ответ: } v = \frac{v_o}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{v}{v_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}} \quad \text{Так как } \frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}} = \frac{1}{10}, \quad \text{то } \frac{v}{v_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \quad v = \frac{v_o}{\sqrt{10}}$$

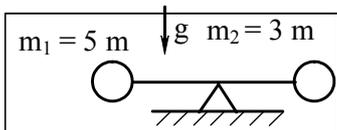
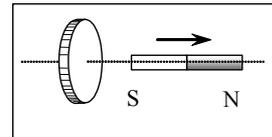
ВАРИАНТ №12

ЗАДАЧА 1.

Одновременно из одной точки брошены два тела с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с : первое вертикально вверх, второе – под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определите модуль скорости первого тела относительно второго $|\vec{v}_{12}|$ при движении тел. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 2.

Южный полюс магнита удаляется с некоторой скоростью от неподвижного металлического кольца, двигаясь вдоль его оси перпендикулярно плоскости кольца. На рисунке покажите направление индукционного тока в кольце. Какие силы приводят в движение заряды в кольце? Ответы поясните.



ЗАДАЧА 3.

Стержень с закрепленными на концах грузами массы $m_1 = 5m$ и $m_2 = 3m$ опирается серединой на неподвижную подставку. В начальный момент стержень удерживают горизонтально, а затем отпускают. Пренебрегая массой стержня, найдите силу давления стержня на подставку сразу после того, как его отпустили.

ЗАДАЧА 4.

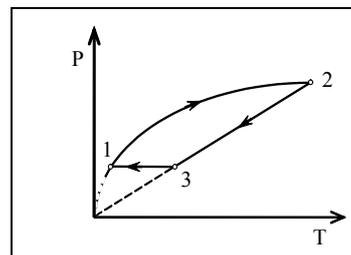
Воздушный шар объёмом $V = 2500$ м³ с массой оболочки $M = 400$ кг имеет внизу отверстие, через которое воздух в шаре нагревается горелкой. Рассчитайте максимальную массу груза m , который может поднять шар, если воздух в нём нагреть до температуры $t = 77^\circ\text{C}$, Температура окружающего воздуха $t_0 = 7^\circ\text{C}$, его плотность $\rho = 1,2$ кг/м³. Оболочку шара считать нерастяжимой.

ЗАДАЧА 5.

На электрической плитке мощности $N = 2$ кВт кипит вода в чайнике. Найдите скорость истечения пара из носика чайника, если пар считать идеальным газом. Давление пара на конце носика $P = 1,0 \cdot 10^5$ Па. Площадь сечения носика $S = 2,0$ см². Считать, что вся энергия плитки передаётся воде.

ЗАДАЧА 6.

На рисунке показан график цикла тепловой машины. Определите коэффициент полезного действия в циклическом процессе 1-2-3-1, изображенном на рисунке. Рабочим телом машины является одноатомный идеальный газ. На участке 1-2 давление газа меняется в зависимости от температуры по закону $p = \alpha\sqrt{T}$, где α - постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур в цикле $n = 2$.

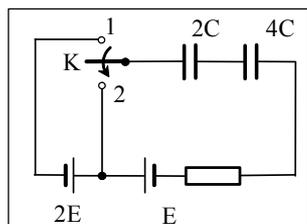
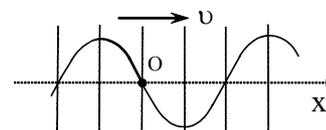


ЗАДАЧА 7.

Плоский воздушный конденсатор находится во внешнем однородном электрическом поле напряженности $E = 0,5 \cdot 10^3$ В/м, перпендикулярном пластинам. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 200$ см². Какой величины заряды окажутся на каждой из пластин, если конденсатор замкнуть проводником накоротко? Пластины конденсатора до замыкания не заряжены.

ЗАДАЧА 8.

По струне слева направо бежит поперечная гармоническая волна со скоростью $v = 60$ м/с. Длина волны $\lambda = 40$ см, амплитуда $A = 1$ мм. Найдите скорость v_0 точки O струны в момент времени, соответствующий рисунку.

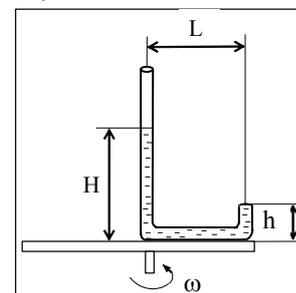


ЗАДАЧА 9.

Найдите количество тепла, которое выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2.

ЗАДАЧА 10.

Тонкая, запаянная с одного конца трубка заполнена водой и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Открытое и запаянное колена трубки вертикальны. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность воды ρ . Найдите давление воды у запаянного конца трубки. Силами поверхностного натяжения пренебречь.



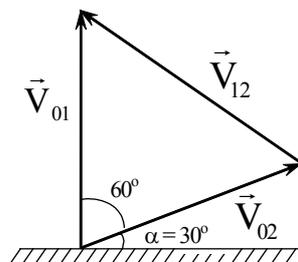
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 12

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

ОТВЕТ: . : $|\vec{v}_{12}| = v_0 \sqrt{2(1 - \sin \alpha)} = 20 \text{ м/с}$

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = 20 \text{ м/с}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_1 &= \vec{v}_{01} + \vec{g}t \\ \vec{v}_2 &= \vec{v}_{02} + \vec{g}t \end{aligned} \right\} \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{01} - \vec{v}_{02}$$



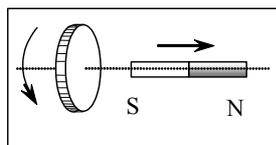
По теореме косинусов:

$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos 60^\circ} = \sqrt{2v^2 - 2v^2 \cdot \cos 60^\circ} = v\sqrt{2(1 - \cos 60^\circ)} = 20\sqrt{2 \cdot \frac{1}{2}} = 20 \text{ м/с} ,$$

$$|\vec{v}_{12}| = 20\sqrt{2(1 - \sin 30^\circ)} = 20 \text{ м/с} .$$

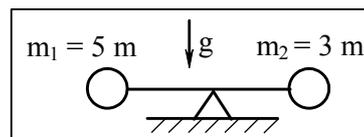
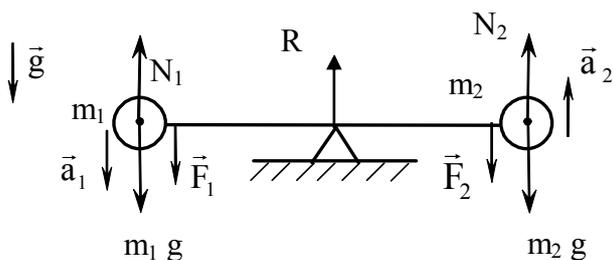
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

ОТВЕТ: .



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

ОТВЕТ: $R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 7,5mg$.



На рисунке показаны силы, действующие на стержень, и на каждое из прикрепленных к нему тел в

интересующий нас момент времени. Стержень невесомый, поэтому суммарный момент сил, действующих на него, должен быть равен нулю. Следовательно, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$.

По третьему закону Ньютона силы, действующие на шарики со стороны стержня, тоже равны между собой по модулю:

$$\vec{N}_1 = -\vec{F}_1 , \quad \vec{N}_2 = -\vec{F}_2 \text{ следовательно, } |\vec{N}_1| = |\vec{N}_2| = N . \quad \text{Т.е. } F = N .$$

Так как стержень опирается на подставку своей серединой, то ускорения шариков равны между собой по величине. $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$.

Запишем уравнения движения тел с массами m_1, m_2 в проекции на ось x .

$$m_1 a = m_1 g - N \quad (1) \quad - m_2 a = m_2 g - N \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), находим

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g ; \quad R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 4,8mg \quad . \quad N = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} g$$

Второй закон Ньютона, примененный к стержню, даёт: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Учитывая, что $F = N, m_1 = 5m,$

$m_2 = 3m,$ получаем $R = 2N = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3}{5 + 3} = 7,5 mg$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $m = 200 \text{ кг}$.

Шар поднимает груз при условии: $(M + m)g + m_{\text{вш}}g = \rho Vg$, где M – масса оболочки шара, m – масса груза,

$m_{\text{вш}}$ – масса воздуха в шаре, $\rho V = m_{\text{в ат}}$ – масса такого же по объёму воздуха вне шара. (в атмосфере)

Сокращая уравнение на g , имеем $M + m = m_{\text{в ат}} - m_{\text{вш}}$. При нагревании воздуха в шаре его давление p и его объём V не меняются. Следовательно, согласно уравнению Менделеева - Клапейрона,

$$\rho V = \frac{m_{\text{вш}}}{\mu} RT_{\text{ш}} = \frac{m_{\text{в ат}}}{\mu} RT_{\text{ат}}, \quad \text{где}$$

μ – средняя молярная масса воздуха, $T_{\text{ш}}$ – его температура внутри шара и $T_{\text{ат}}$ – вне шара. Отсюда :

$$m_{\text{вш}} = m_{\text{в ат}} \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}} = \rho V \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}, \quad \text{где } \rho \text{ – плотность окружающего воздуха.}$$

$$m_{\text{в ат}} - m_{\text{вш}} = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right); \quad M + m = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right). \quad \text{Следовательно,}$$

$$m = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right) - M = 1,2 \cdot 2500 \left(1 - \frac{280}{350}\right) - 400 = 200 (\text{кг}). \quad m = 200 (\text{кг}) /$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $v = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot S} \approx 7,6 \text{ м/с}$.

Массовый расход пара, выходящего из носика чайника в 1 секунду ,

$\Delta m = \rho S v$ (1). С другой стороны, $\Delta m = \frac{N}{r}$ (2), где N – мощность плитки; r – удельная теплота испарения воды.

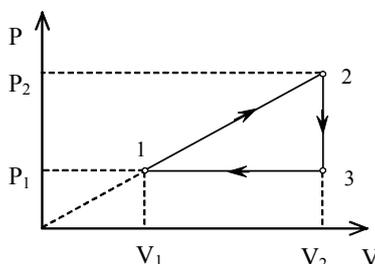
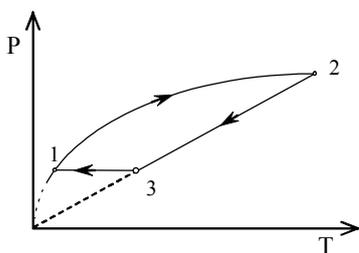
Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует, что плотность пара $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$

(3)

Из уравнений (1), (3) получаем $v = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot S} \approx 7,6 \text{ м/с}$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = 0,043$.



1) Перестроим график, заданный в условии задачи из координат PT в координаты PV : процесс 2-3 – изохора; 3-1 – изобара. Для процесса 1-2 по условию $P = \alpha \sqrt{T}$, отсюда $T = \frac{P^2}{\alpha^2}$ (1).

Подставив (1) в уравнение

состояния идеального газа, получим $PV = R \frac{P^2}{\alpha^2}$, откуда $P = \frac{\alpha^2}{R} V$ (2),

т.е. P линейно зависит от V . С учетом полученной зависимости строим график цикла в PV координатах.

КПД цикла: $\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{Q_{\text{подведенно е}}} = \frac{\frac{1}{2} \Delta P \Delta V}{Q_{1-2}}$ (3)

$$A_{\text{полезн}} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2 - P_1)^2 = \frac{R}{2\alpha^2} \alpha^2 (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 = \frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 \quad (4)$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} \quad (5)$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$$

$$A_{1-2} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2^2 - P_1^2) = \frac{R}{2} \left(\frac{P_2^2}{\alpha^2} - \frac{P_1^2}{\alpha^2} \right) = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{R}{2}(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1) \quad (6)$$

Подставим (4) и (6) в (3), найдем КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{\frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{2R(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}$$

$$\eta = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{0,414}{9,657} = 0,043$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $q = CU = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$.

Так как пластины замкнуты, то они имеют один и тот же потенциал, т.е. поле внутри конденсатора равно нулю. Это значит, что на пластинах появились заряды, создавшие поле, напряженность которого равна по модулю и противоположна по направлению напряженности внешнего поля. Зная напряженность поля $E = 0,5 \cdot 10^3 \text{ В/м}$, и площадь каждой пластины конденсатора $S = 200 \text{ см}^2$, вычислим заряд:

$$q = CU = \varepsilon_0 \frac{S}{d} Ed = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 10^3 = 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$$

Заряд на одной пластине равен $+q$, на другой $-q$.

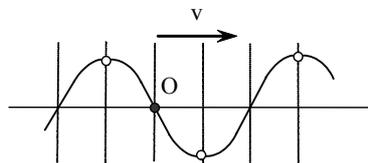
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $v_0 = \frac{2\pi A v}{\lambda} = 0,94 \text{ м/с}$

Частицы струны совершают гармонические колебания $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = 2\pi\nu$

Т.к: $\nu = \frac{v}{\lambda}$, где v - скорость волны, то $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$.

Частица, находящаяся в точке О, проходит положение равновесия. В этот момент она имеет наибольшую скорость $v_0 = A\omega = \frac{2\pi A v}{\lambda} = 0,94 \text{ м/с}$.



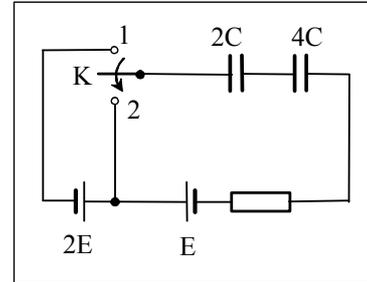
ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $Q = qE = \frac{8}{3}CE^2$.

При переключении ключа через источник тока E протечет некоторый заряд q . Работа батареи равна qE . Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в батарее конденсаторов, частично на выделение тепла в цепи. Как видно из рисунка, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в батарее конденсаторов, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки зарядов на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через источник тока протекает заряд

$q = 2C_{\text{БАТ}}E$, где $C_{\text{БАТ}} = \frac{4}{3}C$ т.е. $q = \frac{8}{3}CE$

и в цепи выделилось количество тепла $Q = qE = \frac{8}{3}CE^2$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $p_3 = p_o + \rho g(H - h) + \frac{\rho\omega^2 L^2}{2}$

Обозначим p_1 , - давление воды в месте изгиба трубки на оси вращения, p_2 - в месте изгиба трубки, расположенном на расстоянии L от оси вращения, и p_3 - у запаянного конца. Тогда $p_1 = p_o + \rho gH$. Центр масс воды в горизонтальном колене находится на расстоянии $L/2$ от оси вращения и имеет

ускорение $a = \frac{\omega^2 \cdot L}{2}$. Масса воды в горизонтальном колене

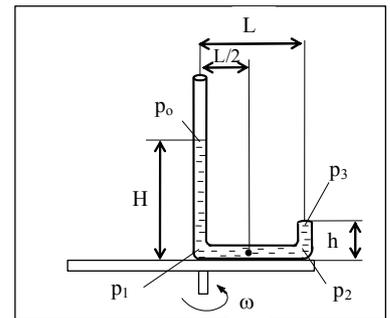
$m = \rho LS$, где S - площадь поперечного сечения трубки. По второму закону Ньютона $ma = p_2 S - p_1 S$ или

$$\rho SL \cdot \frac{\omega^2 L}{2} = (p_2 - p_1)S.$$

Отсюда $p_2 = p_1 + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} = p_o + \rho gH + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$

Тогда $p_3 = p_2 - \rho gh = p_o + \rho gH + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} - \rho gh = p_o + \rho g(H - h) + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$

$$p_3 = p_o + \rho g(H - h) + \frac{\rho\omega^2 L^2}{2}.$$

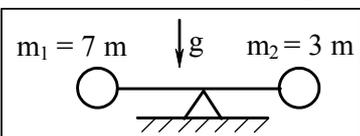
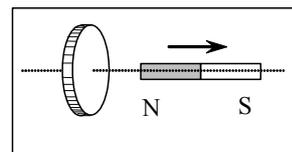


ВАРИАНТ №14

Одновременно из одной точки брошены два тела: первое вертикально вверх со скоростью $v_1 = 20$ м/с, второе – под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Определите модуль скорости первого тела относительно второго $|\vec{v}_{12}|$ при движении тел. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 2.

Северный полюс магнита удаляется с некоторой скоростью от неподвижного металлического кольца, двигаясь вдоль его оси перпендикулярно плоскости кольца. На рисунке покажите направление индукционного тока в кольце. Какие силы приводят в движение заряды в кольце? Ответы поясните.



ЗАДАЧА 3.

Стержень с закрепленными на концах грузами массы $m_1 = 7m$ и $m_2 = 3m$ опирается серединой на неподвижную подставку. В начальный момент стержень удерживают горизонтально, а затем отпускают. Пренебрегая массой стержня, найдите силу давления стержня на подставку сразу после того, как его отпустили.

ЗАДАЧА 4.

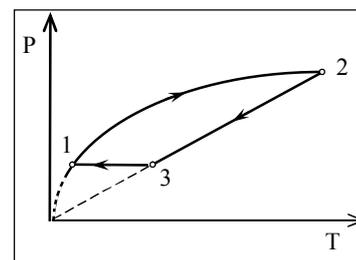
Воздушный шар имеет газонепроницаемую оболочку массой $M = 400$ кг и заполнен гелием. Он может удерживать в воздухе на высоте, где температура воздуха $t = 17^\circ\text{C}$, а давление $p = 1,0 \cdot 10^5$ Па, груз массой $m = 225$ кг. Найдите массу гелия $m_{\text{г}}$, находящегося в шаре. Считать, что оболочка шара не оказывает сопротивления изменению объема шара. Средняя молярная масса воздуха $\mu_{\text{в}} = 29,0 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

ЗАДАЧА 5.

На электрической плитке мощности $N = 2$ кВт кипит вода в чайнике. Скорость истечения пара из носика чайника $v = 7,6$ м/с. Давление пара на конце носика $P = 1,0 \cdot 10^5$ Па. Найдите площадь S сечения носика чайника. Считать, что вся энергия плитки передается воде, а пар считать идеальным газом.

ЗАДАЧА 6.

На рисунке показан график цикла тепловой машины. Определите коэффициент полезного действия в циклическом процессе 1-2-3-1, изображенном на рисунке. Рабочим телом машины является одноатомный идеальный газ. На участке 1-2 давление газа меняется в зависимости от температуры по закону $p = \alpha\sqrt{T}$, где α - постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур в цикле $n = 4$.

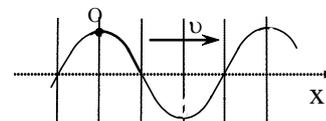
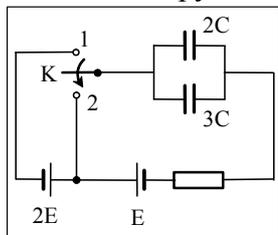


ЗАДАЧА 7.

Плоский воздушный конденсатор находится во внешнем однородном электрическом поле напряженности $E = 2,0 \cdot 10^3$ В/м, перпендикулярном пластинам. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 100$ см². Какой величины заряды окажутся на каждой из пластин, если конденсатор замкнуть проводником накоротко? Пластины конденсатора до замыкания не заряжены.

ЗАДАЧА 8.

По струне слева направо бежит поперечная гармоническая волна со скоростью $v = 60$ м/с. Длина волны $\lambda = 40$ см, амплитуда $A = 1$ мм. Найдите ускорение a точки O струны в момент времени, соответствующий рисунку.

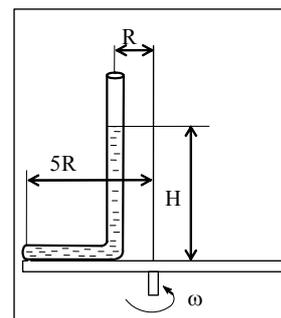


ЗАДАЧА 9.

Найдите количество тепла, которое выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2

ЗАДАЧА 10.

Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена жидкостью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность жидкости равна ρ . Найдите давление жидкости у запаянного конца трубки. Силами поверхностного натяжения пренебречь.



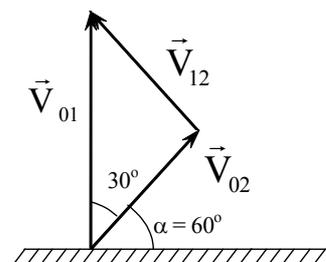
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 14

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(90 - \alpha)} \approx 12,3 \text{ м/с}$

$|\vec{v}_1| = 20 \text{ м/с} \quad |\vec{v}_2| = 10 \text{ м/с}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_1 &= \vec{v}_{01} + \vec{g}t \\ \vec{v}_2 &= \vec{v}_{02} + \vec{g}t \end{aligned} \right\} \quad \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{01} - \vec{v}_{02}$$



По теореме косинусов:

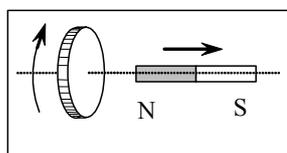
$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos 30^\circ} = \sqrt{20^2 + 10^2 - 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{400 + 100 - 400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{500 - 400 \cdot 0,87} = \sqrt{500 - 348} = \sqrt{152} \approx 12,3 \text{ м/с}$$

$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(90 - \alpha)} \approx 12,3 \text{ м/с}$$

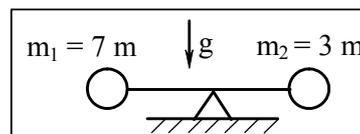
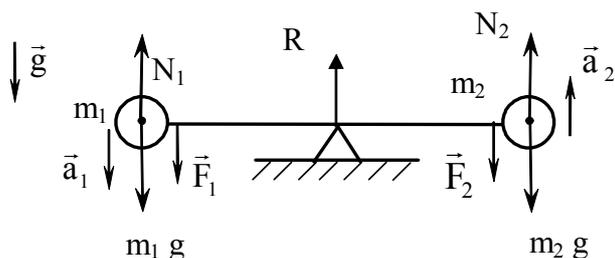
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ:



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 8,4mg$



На рисунке показаны силы, действующие на стержень, и на каждое из прикрепленных к нему тел в

интересующий нас момент времени. Стержень невесомый, поэтому суммарный момент сил, действующих на него, должен быть равен нулю. Следовательно, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$.

По третьему закону Ньютона силы, действующие на шарики со стороны стержня, тоже равны между собой по модулю:

$$\vec{N}_1 = -\vec{F}_1, \quad \vec{N}_2 = -\vec{F}_2 \text{ следовательно, } |\vec{N}_1| = |\vec{N}_2| = N. \quad \text{Т.е. } F = N.$$

Так как стержень опирается на подставку своей серединой, то ускорения шариков равны между собой по величине. $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$.

Запишем уравнения движения тел с массами m_1, m_2 в проекции на ось x :

$$m_1 a = m_1 g - N \quad (1) \quad -m_2 a = m_2 g - N \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), находим

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g; \quad R = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 4,8mg \quad N = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Второй закон Ньютона, примененный к стержню, даёт: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Учитывая, что $F = N, m_1 = 7m,$

$m_2 = 3m,$ получаем $R = 2N = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 8,4 mg$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $m_{\Gamma} = 100 \text{ кг}$.

Шар с грузом удерживается в равновесии при условии, что сумма сил, действующих на него, равна нулю: поднимает груз при условии: $(M + m)g + m_{\Gamma}g - m_B g = 0$, где M – масса оболочки шара, m – масса груза, m_{Γ} – масса гелия, а $F = m_B g$ – сила Архимеда, действующая на шар. Из условия равновесия следует: $M + m = m_B - m_{\Gamma}$. Давление p гелия и его температура T равны давлению и температуре окружающего воздуха. Следовательно, согласно уравнению Менделеева - Клапейрона,

$$pV = \frac{m_{\Gamma}}{\mu_{\Gamma}} RT = \frac{m_B}{\mu_B} RT, \quad \text{где}$$

μ_{Γ} – молярная масса гелия, μ_B – средняя молярная масса воздуха, V – объём шара. Отсюда:

$$m_B = m_{\Gamma} \frac{\mu_B}{\mu_{\Gamma}},$$

$$m_B - m_{\Gamma} = m_{\Gamma} \left(\frac{\mu_B}{\mu_{\Gamma}} - 1 \right) = m_{\Gamma} \left(\frac{29}{4} - 1 \right) = 6,25 m_{\Gamma}; \quad M + m = 6,25 m_{\Gamma}. \quad \text{Следовательно,}$$

$$m_{\Gamma} = \frac{M + m}{6,25} = \frac{625}{6,25} = 100 \text{ (кг)}. \quad m_{\Gamma} = 100 \text{ кг}.$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $S = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot \nu} \approx 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Массовый расход пара, выходящего из носика чайника в 1 секунду,

$\Delta m = \rho S \nu$ (1). С другой стороны, $\Delta m = \frac{N}{r}$ (2), где N – мощность плитки; r – удельная теплота испарения воды.

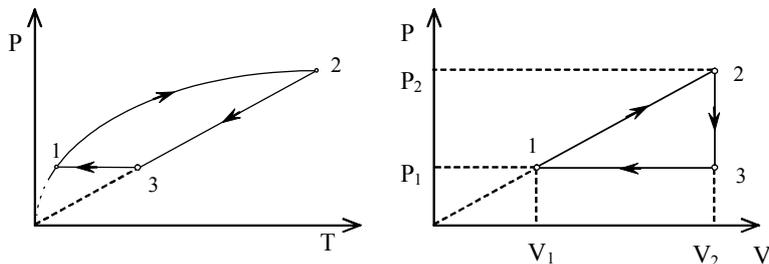
Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует, что плотность пара $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ (3)

Из уравнений (1), (3) получаем $S = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot \nu} \approx 2 \text{ см}^2 = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = 0,083$

1) Перестроим график, заданный в условии задачи из координат PT в координаты PV : процесс 2-3 – изохора; 3-1 – изобара. Для процесса 1-2 по условию $P = \alpha \sqrt{T}$, откуда $T = \frac{P^2}{\alpha^2}$ (1). Подставив (1) в уравнение состояния идеального газа, получим $PV = R \frac{P^2}{\alpha^2}$, откуда $P = \frac{\alpha^2}{R} V$ (2), т.е. P линейно зависит от V . С учетом полученной зависимости строим график цикла в PV координатах.



$$\text{КПД цикла : } \eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{Q_{\text{подведеному}}} = \frac{\frac{1}{2} \Delta P \Delta V}{Q_{1-2}} \quad (3)$$

$$A_{\text{полезн}} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2 - P_1)^2 = \frac{R}{2\alpha^2} \alpha^2 (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 = \frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 \quad (4)$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} \quad (5)$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$$

$$A_{1-2} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2^2 - P_1^2) = \frac{R}{2} \left(\frac{P_2^2}{\alpha^2} - \frac{P_1^2}{\alpha^2} \right) = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{R}{2}(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1) \quad (6)$$

Подставим (4) и (6) в (3), найдем КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{\frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{2R(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}$$

$$\eta = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} + 1} = \frac{1}{12} = 0,083$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $q = CU = \varepsilon_0 SE = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$.

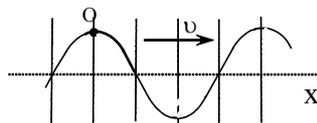
Так как пластины замкнуты, то они имеют один и тот же потенциал, т.е. поле внутри конденсатора равно нулю. Это значит, что на пластинах появились заряды, создавшие поле, напряженность которого равна по модулю и противоположна по направлению напряженности внешнего поля. Зная напряженность поля $E = 2,0 \cdot 10^3 \text{ В/м}$, и площадь каждой пластины конденсатора $S = 100 \text{ см}^2$, вычислим заряд:

$$q = CU = \varepsilon_0 \frac{S}{d} Ed = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

Заряд на одной пластине равен $+q$, на другой $-q$.

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $a_{\text{max}} = \frac{A \cdot 4\pi^2}{\lambda^2} v^2 = 887 \text{ м/с}^2$.



Точка O находится в крайнем положении, её ускорение максимально и равно

$$a = a_{\text{max}} = A\omega^2, \quad \text{где } \omega = 2\pi\nu.$$

Т.к: $\nu = \frac{v}{\lambda}$, где v – скорость волны, то $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$.

Следовательно, $a_{\text{max}} = \frac{A \cdot 4\pi^2}{\lambda^2} v^2 = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 3,14^2}{0,4^2} 3600 = 887 \text{ м/с}^2$

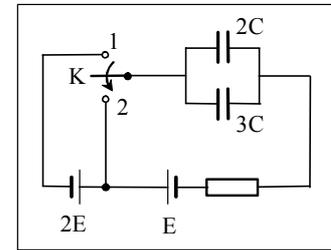
ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $Q = qE = 10CE^2$

При переключении ключа через источник тока E протечет некоторый заряд q . Работа батареи равна Eq . Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в батарее конденсаторов, частично на выделение тепла в цепи. Как видно из рисунка, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в батарее конденсаторов, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки зарядов на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через источник тока протекает заряд $q = 2C_{\text{БАТ}}E$,

где $C_{\text{БАТ}} = 5C$ т.е. $q = 10CE$

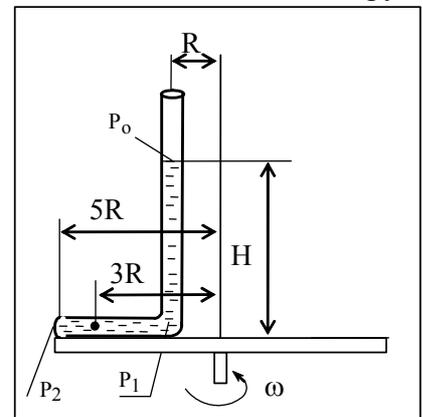
и в цепи выделилось количество тепла $Q = qE = 10CE^2$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $p_2 = p_o + \rho gH + 12\rho R^2\omega^2$.

Пусть p_1 - давление в месте изгиба трубки и p_2 - у запаянного конца трубки. Рассмотрим столб масла в вертикальном колене трубки, найдем, что давление жидкости в месте изгиба трубки $p_1 = p_o + \rho gH$. Центр масс масла в горизонтальном колене трубки находится на расстоянии $3R$ от оси вращения и имеет ускорение $a = \omega^2 \cdot 3R$. Масса масла в горизонтальном колене $m = \rho 4RS$, где S - площадь поперечного сечения трубки. Запишем второй закон Ньютона для этой массы жидкости $ma = p_2S - p_1S$. Подставив в это уравнение выражения m и a , находим $\rho S 4R \cdot 3R\omega^2 = (p_2 - p_1)S$. Подставив в это уравнение выражения для p_1 , находим $p_2 = p_1 + 12\rho R^2\omega^2 = p_o + \rho gH + 12\rho R^2\omega^2$.



КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

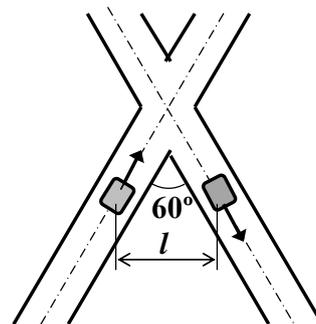
- Максимальный балл за каждую задачу – МАХ = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это МАХ = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

1

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 1

1-1. По двум дорогам, пересекающимся под углом 60° , движутся с постоянными скоростями $v = 60$ км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось $l = 500$ м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями увеличится вдвое?



Решение.

I способ (движущаяся система отсчета)

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t, \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t. \quad (1-1)$$

Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

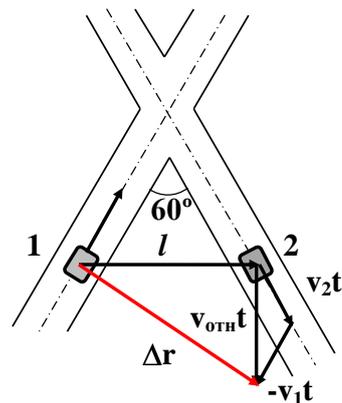
$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{\text{отн}} t,$$

где \vec{l} – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.

Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v \cos 30^\circ = v\sqrt{3}$. (1-2)

Из геометрии рисунка следует $|\Delta\vec{r}|^2 = l^2 + v_{\text{отн}}^2 t^2$. По условию $|\Delta\vec{r}| = 2l$. Тогда $t = \frac{l}{v} = 30\text{с} = 0,5\text{ мин.}$ (1-3)

Ответ. $t = \frac{l}{v} = 30\text{с} = 0,5\text{ мин.}$



Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 4 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

II способ (неподвижная система отсчета)

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент, тогда $l_0 = \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$, (1-4)

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях $l_1 = |l_0 - vt|$ и $l_2 = l_0 + vt$. (1-5)

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha$. **(1-6)**

Подставляем выражения для l_0 , l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

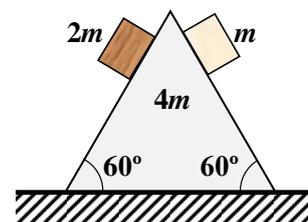
$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v \cos \frac{\alpha}{2}}. \text{ Подставляем } \alpha = 60^\circ \text{ и } s = 2l, \text{ получим } t = \frac{l}{v} = 30 \text{ с.}$$

Критерии оценивания задачи 1 (2 способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 4 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

3

2-1. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $4m$, имеющий форму правильной треугольной призмы (см. рисунок). На клин осторожно поставили два гладких тела, массами $2m$ и m . Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?

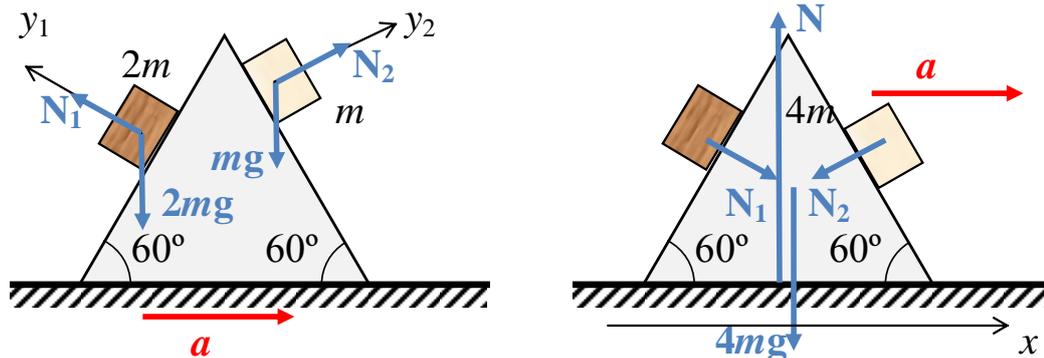


Решение

Очевидно, что клин движется вправо. Пусть ускорение клина равно a . Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)

$$y_1 : N_1 - 2mg \cos 60^\circ = -2ma \sin 60^\circ, \quad \mathbf{(2-1)}$$

$$y_2 : N_2 - mg \cos 60^\circ = ma \sin 60^\circ. \quad \mathbf{(2-2)}$$



Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин, которые равны N_1 и N_2 .

Тогда $N_1 = mg - ma\sqrt{3}$, (2-3)

$$N_2 = \frac{1}{2}mg + ma\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (2-4)$$

Уравнение движения клина в проекции на ось x :

$$x: N_1 \sin 60^\circ - N_2 \sin 60^\circ = 4ma. \quad (2-5)$$

Подставим в (2-5) формулы для N_1 и N_2 из (2-3) и (2-4) и найдем уско-

рение клина $a = \frac{\sqrt{3}}{25}g = 0,68 \text{ м/с}^2$.

4

Ответ. Кли́н движется вправо с ускорением $a = \frac{\sqrt{3}}{25}g = 0,68 \text{ м/с}^2$.

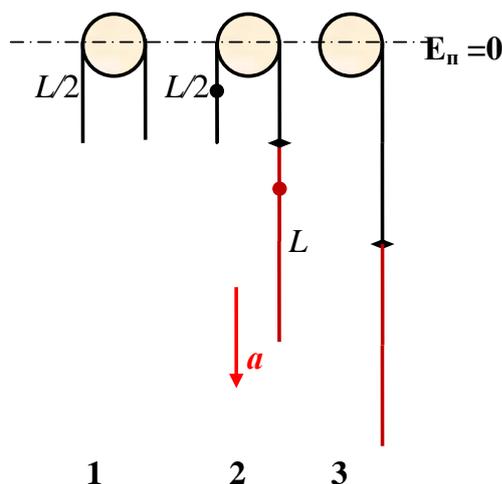
Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Установлено, что клин движется вправо	от 1 до 2 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей	по 2 балла для каждого тела (всего 4 балла)
4	Получены выражения сил давления каждого тела, в зависимости от ускорения клина (2-3), (2-4)	по 2 балла за каждую формулу (всего 4 балла)
5	Записаны уравнения динамики для клина (2-5) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 2 баллов

6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для ускорения a клина	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
7	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ	1 балл

3.1 Однородный канат длиной L переброшен через блок. В начальный момент канат покоится и по обе стороны блока свешиваются равные его отрезки. На одном конце каната имеется маленький невесомый крючок, на который подвешивается еще один такой же канат. В результате равновесие системы нарушается, и она приходит в движение. Определите ускорение системы в начальный момент движения. Чему равна ее скорость в момент, когда канат полностью соскользнет с блока? Массой блока и его размерами пренебречь, трение между блоком и канатом не учитывать.

Решение



5

На рисунке: 1 – первоначальное положение каната, 2 – начальный момент, когда к канату подвесили второй канат, 3 – конечное положение, когда канат полностью соскользнет с блока. Обозначим m первоначальную массу каната длиной L .

В начальный момент (рис. 2) справа на канат действует сила тяжести $\frac{3}{2}mg$, а слева $\frac{1}{2}mg$. Тогда ускорение каната $a = \frac{1}{m} \left(\frac{3}{2}mg - \frac{1}{2}mg \right) = \frac{g}{2}$. **(3-1)**

Выберем уровень, на котором потенциальная энергия равна нулю: $E_n = 0$, (см. рис.).

Начальная энергия (рис. 2)

$$E_{нач} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m}{2} g \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3m}{2} g \cdot \frac{3L}{2} = -\frac{5}{4}mgL. \quad \text{(3-2)}$$

Конечная энергия (рис. 3)

$$E_{кон} = \frac{2mv^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2mg \cdot 2L = mv^2 - 2mgL. \quad \text{(3-3)}$$

Записываем закон сохранения энергии: $E_{нач} = E_{кон} \Rightarrow$

$$v = \frac{\sqrt{3gL}}{2}. \quad (3-4)$$

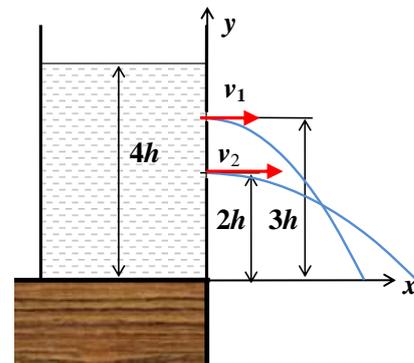
Ответ. $a = \frac{g}{2}, v = \frac{\sqrt{3gL}}{2}.$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Получена формула (3-1) для ускорения в начальный момент	от 1 до 5 баллов
2	Для нахождения скорости используется закон сохранения энергии	1 балл
3	Получена формула для начальной энергии системы	от 1 до 5 баллов
4	Получена формула для конечной энергии системы	от 1 до 5 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

6

4.1. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $4h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $2h$ и $3h$ от поверхности стола (см. рисунок). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



Решение

Начальные скорости струй найдем с помощью теоремы Торричелли (уравнение Бернулли):

$$v_1 = \sqrt{2g(4h - 3h)} = \sqrt{2gh}, \quad v_2 = \sqrt{2g(4h - 2h)} = \sqrt{4gh}. \quad (4-1)$$

Оси координат выберем, как на рисунке и запишем кинематические уравнения движения частиц струй.

$$\text{Струя 1: } \begin{cases} x = v_1 t, \\ y_1 = 3h - \frac{gt^2}{2} \end{cases}, \text{ струя 2: } \begin{cases} x = v_2 t, \\ y_2 = 2h - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (4-2)$$

Исключим t из уравнений (4-2) и получим уравнения струй:

$$y_1 = 3h - \frac{gx^2}{2v_1^2}, \quad y_2 = 2h - \frac{gx^2}{2v_2^2}. \quad (4-3)$$

Струи пересекутся, когда $y_1 = y_2$. (4-4)

Приравнивая функции (4-3), подставляя в них формулы для начальных скоростей струй (4-1), найдем координаты точки пересечения струй.

$$x = 2\sqrt{2}h, \quad y_1 = y_2 = h. \quad (4-5)$$

Ответ. $y = h$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Для нахождения начальных скоростей струй используется уравнение Бернулли или теорема Торричелли	2 балла
2	Получены формулы для начальных скоростей струй (4-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения (по 2 балла за каждую формулу)
3	Записаны уравнения движения для частиц струй (4-2)	по 1 баллу за каждое уравнение для каждой струи (максимум 4 балла)
4	Получены уравнения струй (4-3)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
5	Сформулировано условие пересечения струй (4-4)	1 балл
6	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

7

5.1. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается от $4T$ до T , затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты $pV^\gamma = const$. Показатель адиабаты γ для одноатомного газа равен $5/3$.

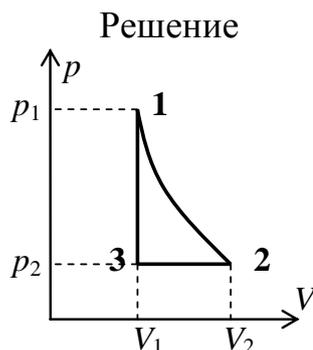


График цикла изображен на рисунке. $T_1 = 4T$, $T_2 = T$.

КПД цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_{пол}}$. **(5-1)**

Работа за цикл $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, **(5-2)**

$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\frac{3}{2}\nu R(T - 4T) = \frac{9}{2}\nu RT$, **(5-3)**

$A_{23} = -p_2(V_2 - V_1) = -\nu R(T - T_3)$, **(5-4)**

$A_{31} = 0$. **(5-5)**

$Q_{пол} = Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}\nu R(4T - T_3)$. **(5-6)**

Чтобы получить связь температуры T_3 с температурами газа в состояниях 1 и 2, запишем сначала уравнение адиабаты и уравнение состояния.

$$\begin{cases} p_1 V_1^{5/3} = p_2 V_2^{5/3}, \\ \frac{p_1 V_1}{4T} = \frac{p_2 V_2}{T}. \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{2/3} = 4, \frac{V_2}{V_1} = 4^{3/2} = 8. \quad \text{(5-7)}$$

Закон Гей-Люссака для изохоры 2-3: $\frac{V_1}{T_3} = \frac{V_2}{T}$, $\Rightarrow T_3 = T \frac{V_1}{V_2} = \frac{T}{8}$. **(5-8)**

Подставляем температуру T_3 в формулы для работы газа и $Q_{пол}$.

$A = \nu R\left(\frac{7}{2}T + T_3\right) = \frac{29}{8}\nu RT$, $Q_{пол} = \frac{3}{2}\nu R\left(4T - \frac{T}{8}\right) = \frac{93}{16}\nu RT$. **(5-9)**

Тогда $\eta = \frac{A}{Q_{пол}} = \frac{58}{93} = 62,4\%$. **(5-10)**

Ответ. $\eta = \frac{58}{93} = 62,4\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Правильно построен график цикла в PV-координатах	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
2	Записана формула для КПД цикла (5-1)	1 балл
3	Записана формула для вычисления работы в адиабатном процессе 1-2 (5-3)	от 1 до 2 баллов
4	Записана формула для вычисления работы в изобарном процессе 2-3 (5-4)	от 1 до 2 баллов
5	Записана работа в изохорном процессе 3-1 (5-5)	1 балл
6	Указано, что газ получает тепло в процессе 3-1	1 балл
7	Записана формула для $Q_{\text{пол.}}$ (5-6)	от 1 до 2 баллов
8	Получено значение температуры в состоянии 3 (5-8)	от 1 до 4 баллов
9	Посчитана работа за цикл (5-9)	от 1 до 2 баллов
10	Посчитано $Q_{\text{пол.}}$ (5-9)	1 балл
11	Получено значение КПД цикла	1 балл

9

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

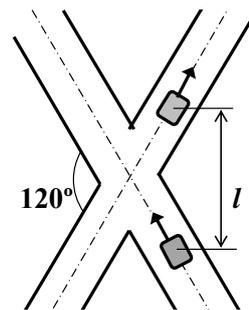
- Максимальный балл за каждую задачу – МАХ = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это МАХ = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

1

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 2

1-2. По двум дорогам, пересекающимся под углом 120° , движутся с постоянными скоростями $v = 60$ км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось $l = 300$ м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями станет равным $s = 500$ м?



Решение.

I способ (движущаяся система отсчета)

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t, \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t. \quad (1-1)$$

Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{\text{отн}} t,$$

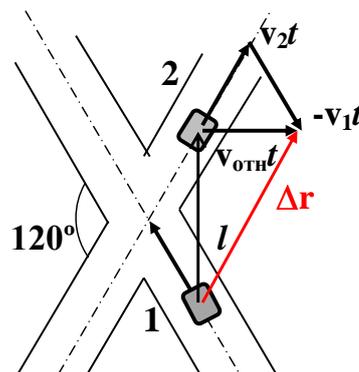
где \vec{l} – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.

Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v \cos 60^\circ = v$. **(1-2)**

Из геометрии рисунка следует $|\Delta \vec{r}|^2 = l^2 + v_{\text{отн}}^2 t^2$. По условию $|\Delta \vec{r}| = s$. Тогда

$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.} \quad \textbf{(1-3)}$$

Ответ. $t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.}$



Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 4 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

II способ (неподвижная система отсчета)

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент, тогда $l_0 = \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$, **(1-4)**

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях $l_1 = |l_0 - vt|$ и $l_2 = l_0 + vt$. **(1-5)**

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha$. (1-6)

Подставляем выражения для l_0 , l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

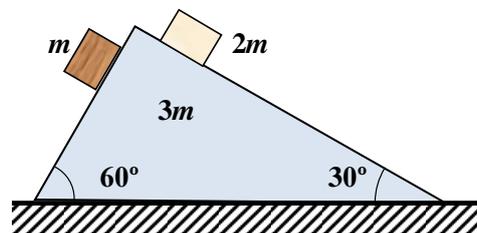
$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v \cos \frac{\alpha}{2}}. \text{ Подставляем } \alpha = 120^\circ, \text{ получим } t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.}$$

Критерии оценивания задачи 1 (2 способ).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 4 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 6 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

3

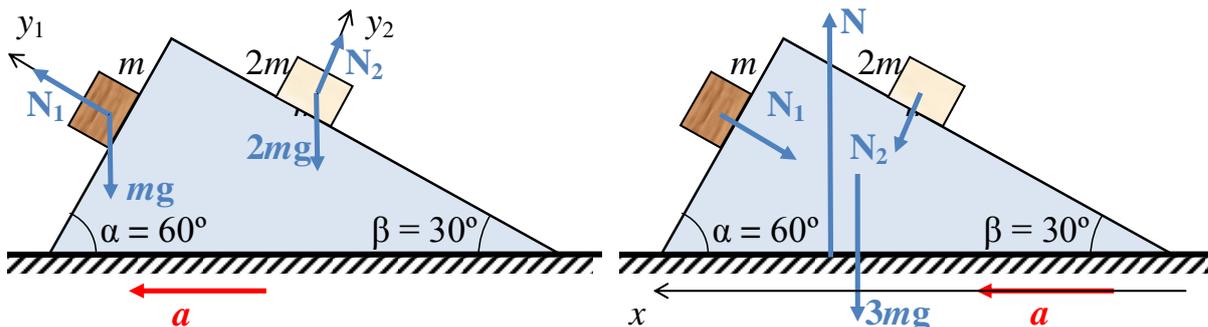
2-2. На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $3m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами 60° и 30° . На клин осторожно поставили два гладких тела, массами m и $2m$, как показано на рисунке.



Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?

Решение

Предположим, что клин движется влево. Пусть ускорение клина равно a . Запишем уравнения динамики для обоих тел (см. рисунок)



$$y_1 : N_1 - mg \cos \alpha = ma \sin \alpha, \quad (2-1)$$

$$y_2 : N_2 - 2mg \cos \beta = -2ma \sin \beta. \quad (2-2)$$

Этих двух уравнений достаточно для нахождения сил давления на клин, которые равны N_1 и N_2 .

$$\text{Тогда } N_1 = m(g \cos \alpha + a \sin \alpha), \quad (2-3)$$

$$N_2 = 2m(g \cos \beta - a \sin \beta). \quad (2-4)$$

Уравнение движения клина в проекции на ось x :

$$x : -N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta = 3ma. \quad (2-5)$$

Подставим в (2-5) формулы для N_1 и N_2 из (2-3) и (2-4) и найдем уско-

4

$$\text{рение клина } a = \frac{g \left(\sin 2\beta - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)}{3 + \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{17} g = 0,1 \text{ м/с}^2.$$

Т.к. $a > 0$, значит предположение, что клин движется влево верно.

Ответ. Клин движется влево с ускорением $a = \frac{\sqrt{3}}{17} g = 0,1 \text{ м/с}^2$.

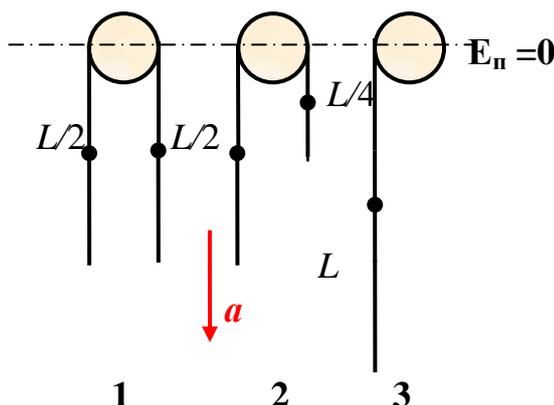
Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Установлено, что клин движется влево	от 1 до 2 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей	по 2 балла для каждого тела (всего 4 балла)
4	Получены выражения сил давления каждого тела, в зависимости от ускорения клина (2-3), (2-4)	по 2 балла за каждую формулу (всего 4 балла)

5	Записаны уравнения динамики для клина (2-5) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 2 баллов
6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для ускорения a клина	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
7	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ	1 балл

3.2 Однородная веревка длиной L переброшена через блок. В начальный момент веревка покоится и по обе стороны блока свешиваются равные ее отрезки. С одной стороны веревки отрезают от нее кусок длиной $L/4$. В результате равновесие веревки нарушается, и она приходит в движение. Определите ускорение веревки в начальный момент движения. Чему равна скорость веревки в момент, когда она полностью соскользнет с блока? Массой блока и его размерами пренебречь, трение между блоком и веревкой не учитывать.

Решение



5

На рисунке: 1 – первоначальное положение каната, 2 – начальный момент, когда от каната отрезали кусок длиной $L/4$, 3 – конечное положение, когда канат полностью соскользнет с блока. Обозначим m первоначальную массу каната длиной L .

В начальный момент (рис. 2) справа на канат действует сила тяжести $\frac{mg}{4}$, а слева $\frac{mg}{2}$. Тогда ускорение каната $a = \frac{\frac{mg}{2} - \frac{mg}{4}}{\frac{3}{4}m} = \frac{g}{3}$. (3-1)

Выберем уровень, на котором потенциальная энергия равна нулю: $E_n = 0$, (см. рис.).

Начальная энергия (рис. 2)

$$E_{нач} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{m}{2} g \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{4} g \cdot \frac{L}{4} = -\frac{5}{32} mgL. \quad (3-2)$$

Конечная энергия (рис. 3)

$$E_{\text{кон}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3m}{4} \right) v^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} mg \cdot \frac{3}{4} L = \frac{3}{8} mv^2 - \frac{9}{32} mgL. \quad (3-3)$$

Записываем закон сохранения энергии: $E_{\text{нач}} = E_{\text{кон}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gL}{3}}. \quad (3-4)$

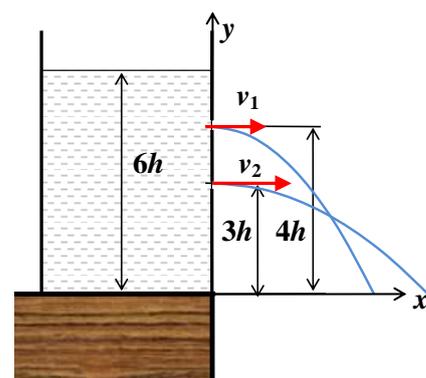
Ответ. $a = \frac{g}{3}, v = \sqrt{\frac{gL}{3}}.$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Получена формула (3-1) для ускорения в начальный момент	от 1 до 5 баллов
2	Для нахождения скорости используется закон сохранения энергии	1 балл
3	Получена формула для начальной энергии системы	от 1 до 5 баллов
4	Получена формула для конечной энергии системы	от 1 до 5 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

6

4.2. На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $6h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $3h$ и $4h$ от поверхности стола (см. рисунок). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий? Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



Решение

Начальные скорости струй найдем с помощью теоремы Торричелли (уравнение Бернулли):

$$v_1 = \sqrt{2g(6h - 4h)} = \sqrt{4gh}, \quad v_2 = \sqrt{2g(6h - 3h)} = \sqrt{6gh}. \quad (4-1)$$

Сост. Белолипецкий С.Н.

belols@mail.ru

Буду признателен, если сообщите мне о найденных в этом тексте ошибках или опечатках

Оси координат выберем, как на рисунке и запишем кинематические уравнения движения частиц струй.

$$\text{Струя 1: } \begin{cases} x = v_1 t, \\ y_1 = 4h - \frac{gt^2}{2} \end{cases}, \text{ струя 2: } \begin{cases} x = v_2 t, \\ y_2 = 3h - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (4-2)$$

Исключим t из уравнений (4-2) и получим уравнения струй:

$$y_1 = 4h - \frac{gx^2}{2v_1^2}, \quad y_2 = 3h - \frac{gx^2}{2v_2^2}. \quad (4-3)$$

Струи пересекутся, когда $y_1 = y_2$. (4-4)

Приравнивая функции (4-3), подставляя в них формулы для начальных скоростей струй (4-1), найдем координаты точки пересечения струй.

$$x = 2\sqrt{6h}, \quad y_1 = y_2 = h. \quad (4-5)$$

Ответ. $y = h$.

Критерии оценивания задачи 4.

7

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Для нахождения начальных скоростей струй используется уравнение Бернулли или теорема Торричелли	2 балла
2	Получены формулы для начальных скоростей струй (4-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения (по 2 балла за каждую формулу)
3	Записаны уравнения движения для частиц струй (4-2)	по 1 баллу за каждое уравнение для каждой струи (максимум 4 балла)
4	Получены уравнения струй (4-3)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
5	Сформулировано условие пересечения струй (4-4)	1 балл
6	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

5.2. Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически сжимается, при этом его температура увеличивается от T до $4T$, затем расширяется изобарно до первоначального объема и, наконец, охлаждается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты $pV^\gamma = const$. Показатель адиабаты γ для одноатомного газа равен $5/3$.

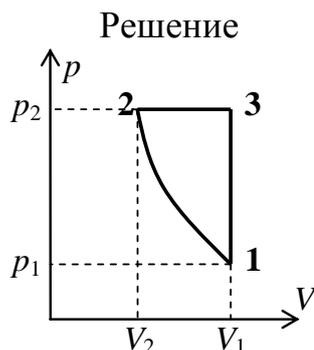


График цикла изображен на рисунке. $T_1 = T$, $T_2 = 4T$.

КПД цикла равен $\eta = \frac{A}{Q_{пол}}$. (5-1)

Работа за цикл $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, (5-2)

$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\frac{3}{2}\nu R(4T - T) = -\frac{9}{2}\nu RT$, (5-3)

$A_{23} = p_2(V_1 - V_2) = \nu R(T_3 - 4T)$, (5-4)

$A_{31} = 0$. (5-5)

$Q_{пол} = Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - 4T)$. (5-6)

Чтобы получить связь температуры T_3 с температурами газа в состояниях 1 и 2, запишем сначала уравнение адиабаты и уравнение состояния.

$$\begin{cases} p_1 V_1^{5/3} = p_2 V_2^{5/3}, \\ \frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{4T}. \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/3} = 4, \frac{V_1}{V_2} = 4^{3/2} = 8. \quad (5-7)$$

Закон Гей-Люссака для изохоры 2-3: $\frac{V_1}{T_3} = \frac{V_2}{4T}$, $\Rightarrow T_3 = 4T \frac{V_1}{V_2} = 32T$. (5-8)

Подставляем температуру T_3 в формулы для работы газа и $Q_{пол}$.

$A = \nu R \left(T_3 - \frac{17}{2}T \right) = \frac{47}{2}\nu RT$, $Q_{пол} = \frac{5}{2}\nu R (32T - 4T) = 70\nu RT$. (5-9)

Тогда $\eta = \frac{A}{Q_{пол}} = \frac{47}{140} = 33,6\%$. (5-10)

Ответ. $\eta = \frac{47}{140} = 33,6\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Правильно построен график цикла в PV-координатах	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
2	Записана формула для КПД цикла (5-1)	1 балл
3	Записана формула для вычисления работы в адиабатном процессе 1-2 (5-3)	от 1 до 2 баллов
4	Записана формула для вычисления работы в изобарном процессе 2-3 (5-4)	от 1 до 2 баллов
5	Записана работа в изохорном процессе 3-1 (5-5)	1 балл
6	Указано, что газ получает тепло в процессе 2-3	1 балл
7	Записана формула для $Q_{\text{пол.}}$ (5-6)	от 1 до 2 баллов
8	Получено значение температуры в состоянии 3 (5-8)	от 1 до 4 баллов
9	Посчитана работа за цикл (5-9)	от 1 до 2 баллов
10	Посчитано $Q_{\text{пол.}}$ (5-9)	1 балл
11	Получено значение КПД цикла	1 балл

9

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

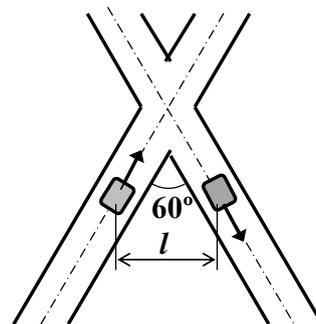
- Максимальный балл за каждую задачу – **МАХ**. (указан в условии)
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до **МАХ**. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это **МАХ**.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

1

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 1

1-1. (МАХ = 30 баллов) По двум дорогам, пересекающимся под углом 60° , движутся с постоянными скоростями $v = 60$ км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось $l = 500$ м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями увеличится вдвое?



Решение.

I способ (движущаяся система отсчета)

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t, \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t. \quad (1-1)$$

Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

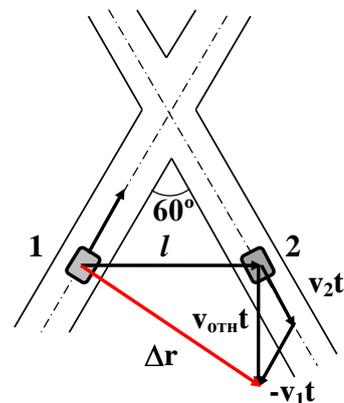
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{\text{отн}}t,$$

где \vec{l} – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.

Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v \cos 30^\circ = v\sqrt{3}$. (1-2)

Из геометрии рисунка следует $|\Delta\vec{r}|^2 = l^2 + v_{\text{отн}}^2 t^2$. По условию $|\Delta\vec{r}| = 2l$. Тогда $t = \frac{l}{v} = 30\text{с} = 0,5 \text{ мин.}$ (1-3)

Ответ. $t = \frac{l}{v} = 30\text{с} = 0,5 \text{ мин.}$



Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 30 баллов)
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 3 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 6 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 6 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 10 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

II способ (неподвижная система отсчета)

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент,

тогда $l_0 = \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$, (1-4)

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях $l_1 = |l_0 - vt|$ и $l_2 = l_0 + vt$. (1-5)

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha$. (1-6)

Подставляем выражения для l_0 , l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

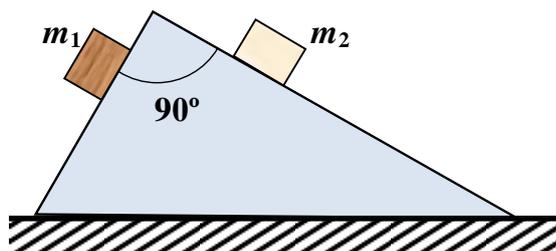
$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v \cos \frac{\alpha}{2}}. \text{ Подставляем } \alpha = 60^\circ \text{ и } s = 2l, \text{ получим } t = \frac{l}{v} = 30 \text{ с.}$$

Критерии оценивания задачи 1(2 способ) .

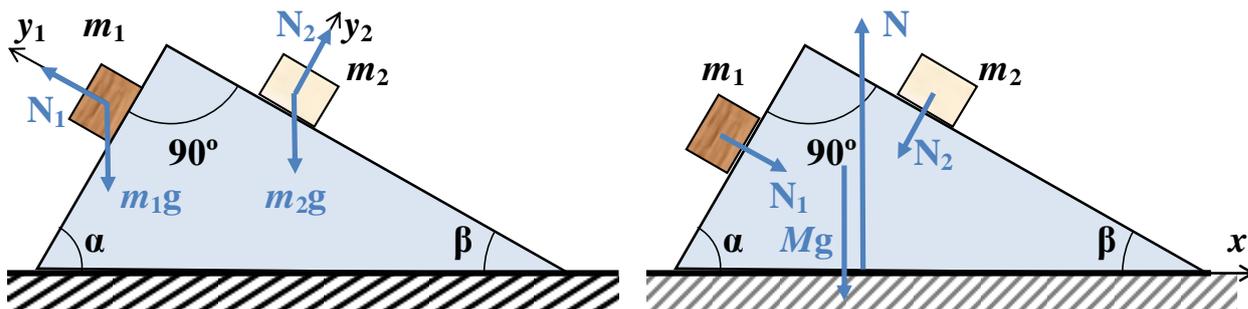
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 30 баллов)
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 3 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 6 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 6 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 10 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

3

2-1. (МАХ = 25 баллов) На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник. На клин осторожно поставили два гладких тела, массами m_1 и m_2 , как показано на рисунке. Определите, при каком отношении масс m_1/m_2 клин будет оставаться неподвижным, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



Решение



Пусть углы прямоугольного треугольника в основании клина равны α и β . На первом рисунке показаны силы, действующие на оба тела, на втором – силы, действующие на клин. Найдем силы нормальной реакции, действующие на оба тела со стороны клина.

$$y_1 : N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0, \Rightarrow N_1 = m_1 g \cos \alpha. \quad (2-1)$$

$$y_2 : N_2 - m g \cos \beta = 0, \Rightarrow N_2 = m g \cos \beta. \quad (2-2)$$

Силы давления, действующие на клин, по третьему закону Ньютона, равны силам нормальной реакции N_1 и N_2 . Запишем уравнение второго закона Ньютона для неподвижного клина в проекции на ось x (см. второй рис).

$$x : N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \beta = 0. \quad (2-3)$$

Подставим в (2-3) формулы для N_1 и N_2 из (2-1) и (2-2) и учтем, что $\alpha + \beta = 90^\circ$.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin(180^\circ - 2\alpha)}{\sin 2\alpha} = 1. \quad (2-4)$$

Ответ. $\frac{m_1}{m_2} = 1.$

4

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 25 баллов)
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 2 баллов для каждого тела системы (максимум 6 баллов)
2	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей и получены формулы для сил N_1 и N_2 .	от 1 до 3 баллов для каждого тела (всего 6 балла)
3	Для нахождения сил давления на клин использован 3 закон Ньютона	2 балла

4	Записаны уравнения динамики для клина (2-3) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 3 баллов
5	Сделаны необходимые алгебраические и тригонометрические преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов

3.1. (МАХ = 25 баллов) Легкий шарик опускают в воду на большую глубину. Если его освободить, он начинает всплывать, достигая максимальной скорости v . Такой же по размеру, но тяжелый шарик, тонет в воде, достигая максимальной скорости $2v$. Будет ли тонуть или всплывать система из этих двух шариков, связанных нитью (сверху легкий, снизу тяжелый), если ее опустить в воду, так что нить будет натянутой? Какой максимальной скорости достигнут при этом шарик? Считать, что сила сопротивления пропорциональна скорости.

Решение

1. Легкий шарик массой m_1 всплывает с максимальной скоростью v (при максимальной скорости ускорение равно нулю): $F_A - F_{c1} - m_1g = 0$, **(3-1)**

где $F_A = \rho_0 g V$ – сила Архимеда, ρ_0 – плотность воды, V – объем шарика, $F_{c1} = kv$ – сила сопротивления, $k = const$.

2. Тяжелый шарик массой m_2 тонет с максимальной скоростью $2v$: $m_2g - F_A - F_{c2} = 0$, **(3-2)**

где $F_{c2} = k \cdot 2v$.

3. Система связанных шариков будет тонуть с максимальной скоростью v' : $m_1g + m_2g - 2F_A - 2F_c = 0$, **(3-3)**

где $F_c = k \cdot v'$.

Решая систему (3-1) – (3-3), получим $v' = \frac{v}{2}$. **(3-4)**

Ответ. Система будет тонуть с максимальной скоростью $v' = \frac{v}{2}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 25 баллов)
1	Установлено, что при движении с максимальной скоростью, ускорение равно нулю	2 балла
2	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на легкий шарик	от 1 до 2 баллов
3	Записано уравнение движения легкого шарика (3-1)	от 1 до 3 баллов

4	Записана формула для силы Архимеда	1 балл
5	Записана формула для силы сопротивления	1 балл
6	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на тяжелый шарик	от 1 до 2 баллов
7	Записано уравнение движения легкого шарика (3-2)	от 1 до 3 баллов
8	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на систему связанных шариков в целом или на каждое тело системы в отдельности	от 1 до 2 баллов
9	Указано, что система шариков будет тонуть	2 балла
10	Записано уравнение движения системы (3-3) связанных шариков или уравнения для каждого шарика системы	от 1 до 3 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

6

4-1. (МАХ = 20 баллов) В калориметре с некоторым количеством воды находится электронагреватель постоянной мощности. Если включить нагреватель в сеть, а в калориметр добавлять воду с температурой 0°С со скоростью 1 г/с, то установившаяся температура воды в калориметре будет равна 50°С. Найдите мощность электронагревателя. Какая температура установится в калориметре, если в него вместо воды добавлять лед с температурой 0°С со скоростью 0,5 г/с? Теплообменом калориметра с окружающей средой пренебречь.

Удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 335 кДж/кг.

Решение

Обозначим: N – мощность электронагревателя, $\Delta t = 1$ сек, $c_в$ – удельная теплоёмкость воды, $\Delta m_в$ – масса воды, $\Delta t = 50^\circ\text{C}$. Тогда

$$Q = N \Delta \tau = c_в \Delta m_в \Delta t. \Rightarrow N = c_в \frac{\Delta m_в}{\Delta \tau} \Delta t = 210 \text{ Вт.} \quad (1-1)$$

Во втором случае уравнение теплового баланса имеет вид:

$$Q = N \Delta \tau = \lambda \Delta m_л + c_в \Delta m_л (t' - 0^\circ\text{C}). \quad (1-2)$$

$$\Rightarrow t' = \frac{N - \lambda \frac{\Delta m_л}{\Delta \tau}}{c_в \frac{\Delta m_л}{\Delta \tau}} = 20^\circ\text{C}. \quad (1-3)$$

$$\text{Ответ. } t' = \frac{N - \lambda \frac{\Delta m_л}{\Delta \tau}}{c_в \frac{\Delta m_л}{\Delta \tau}} = 20^\circ\text{C}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записано уравнение закона сохранения энергии для первого случая и получена формула для мощности нагревателя(1-1).	от 1 до 8 баллов
2	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов
3	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая и получена формула для установившейся температуры t' (1-1).	от 1 до 8 баллов
4	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

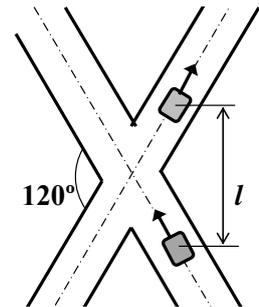
- Максимальный балл за каждую задачу – **МАХ.** (указан в условии)
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до **МАХ.** Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это **МАХ.**
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

1

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 2

1-2. По двум дорогам, пересекающимся под углом 120° , движутся с постоянными скоростями $v = 60$ км/ч два автомобиля, один – к перекрестку, другой – от него (см. рисунок). В момент времени, когда автомобили оказались на одинаковых расстояниях от перекрестка, расстояние между ними равнялось $l = 300$ м. Через какое время после этого момента расстояние между автомобилями станет равным $s = 500$ м?



Решение.

I способ (движущаяся система отсчета)

Свяжем неподвижную систему отсчета с дорогой, а движущуюся с одним из автомобилей, например 1 (см. рисунок). В неподвижной системе отсчета радиус-векторы автомобилей (их координаты) меняются по закону:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_1 t, \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_2 t. \quad (1-1)$$

Вектор относительного расстояния между автомобилями равен

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{l} + \vec{v}_{\text{отн}} t,$$

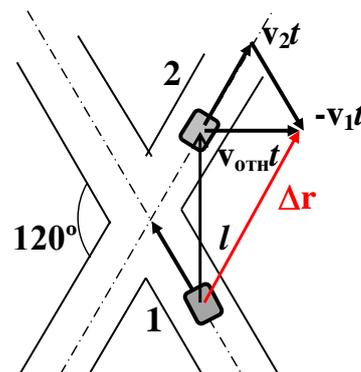
где \vec{l} – вектор начального расстояния между автомобилями, $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – вектор относительной скорости автомобилей.

Т.к. в начальный момент автомобили находятся на одинаковых расстояниях от перекрестка, и т.к. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$ и $v_{\text{отн}} = 2v \cos 60^\circ = v$. (1-2)

Из геометрии рисунка следует $|\Delta \vec{r}|^2 = l^2 + v_{\text{отн}}^2 t^2$. По условию $|\Delta \vec{r}| = s$. Тогда

$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.} \quad (1-3)$$

Ответ. $t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.}$



Критерии оценивания задачи 1 (1 способ).

2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 30 баллов)
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 3 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-1) (в векторном виде или в проекциях на оси)	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для относительной скорости автомобилей (1-2).	от 1 до 6 баллов
4	Установлено, что $\vec{v}_{\text{отн}} \perp \vec{l}$	от 1 до 6 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 10 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

II способ (неподвижная система отсчета)

Обозначим через l_0 – расстояние до перекрестка в начальный момент,

тогда $l_0 = \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$, (1-4)

где α – угол, между дорогами, по которым движутся автомобили.

Спустя время t автомобили окажутся от перекрестка на расстояниях

$l_1 = |l_0 - vt|$ и $l_2 = l_0 + vt$. (1-5)

Расстояние между автомобилями s находим с помощью теоремы косинусов: $s = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha$. **(1-6)**

Подставляем выражения для l_0 , l_1 и l_2 (1-4) и (1-5) в формулу (1-6). После упрощающих алгебраических преобразований получим

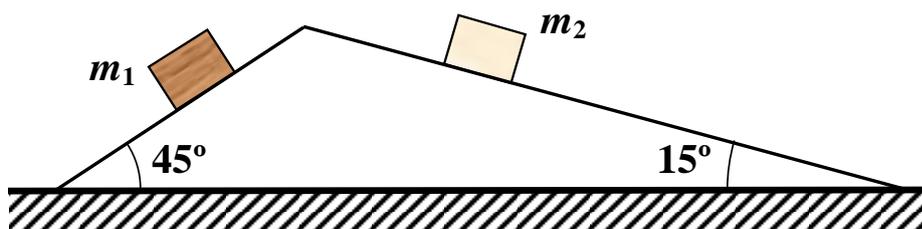
$$t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{2v \cos \frac{\alpha}{2}}. \text{ Подставляем } \alpha = 120^\circ, \text{ получим } t = \frac{\sqrt{s^2 - l^2}}{v} = 24 \text{ с.}$$

Критерии оценивания задачи 1 (2 способ) .

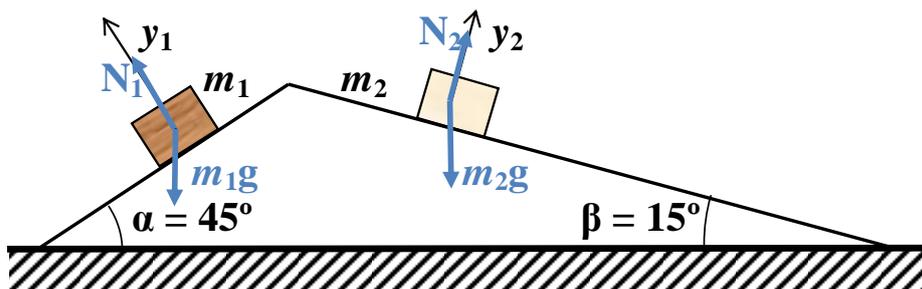
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 30 баллов)
1	Сделан рисунок к задаче с необходимыми пояснениями	от 1 до 3 баллов
2	Записаны уравнения равномерного движения автомобилей (1-5) для изменения расстояний до перекрестка	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для начального расстояния l_0 (1-4).	от 1 до 6 баллов
4	Получена формула для расстояния s между автомобилями спустя время t (1-6)	от 1 до 6 баллов
5	Получена формула для искомого времени t (1-3)	от 1 до 10 баллов
6	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

3

2-2. (МАХ = 25 баллов) На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит треугольник, острые углы которого равны 45° и 15° . На клин осторожно поставили два гладких тела, массами m_1 и m_2 , как показано на рисунке. Определите, при каком отношении масс m_1/m_2 клин будет оставаться неподвижным, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям?



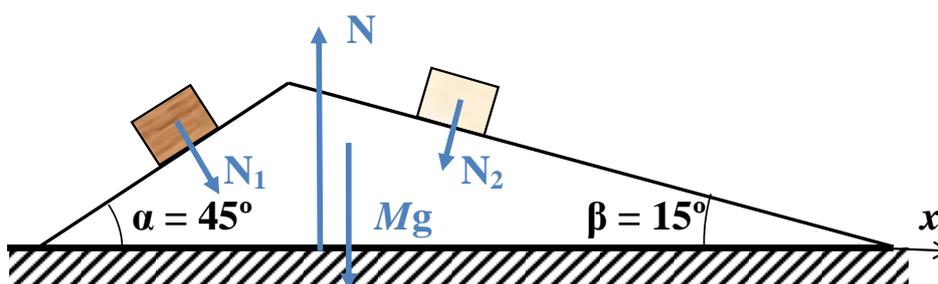
Решение



На рисунке показаны силы, действующие на оба тела. Найдем силы нормальной реакции, действующие на оба тела со стороны клина.

$$y_1 : N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0, \Rightarrow N_1 = m_1 g \cos \alpha. \quad (2-1)$$

$$y_2 : N_2 - m_2 g \cos \beta = 0, \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos \beta. \quad (2-2)$$



На этом рисунке показаны силы, действующие на клин. Силы давления, действующие на клин, по третьему закону Ньютона, равны силам нормальной реакции N_1 и N_2 . Запишем уравнение второго закона Ньютона для неподвижного клина в проекции на ось x .

$$x : N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \beta = 0. \quad (2-3)$$

Подставим в (2-3) формулы для N_1 и N_2 из (2-1) и (2-2).

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2}. \quad (2-4)$$

Ответ. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 25 баллов)
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на оба тела и на клин	от 1 до 2 баллов для каждого тела системы (максимум 6 баллов)
2	Записаны уравнения динамики для каждого тела (2-1) и (2-2) или аналогичные при выборе других осей и получены формулы для сил N_1 и N_2 .	от 1 до 3 баллов для каждого тела (всего 6 балла)

3	Для нахождения сил давления на клин использован 3 закон Ньютона	2 балла
4	Записаны уравнения динамики для клина (2-3) или аналогичные при выборе других осей	от 1 до 3 баллов
5	Сделаны необходимые алгебраические и тригонометрические преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов

3.2. (МАХ = 25 баллов) Тяжелый шарик опускают в воду. Он начинает тонуть, достигая максимальной скорости v . Если такой же по размеру, но легкий, шарик опустить в воду на большую глубину, то он начинает всплывать, достигая максимальной скорости $2v$. Будет ли тонуть или всплывать система из этих двух шариков, связанных нитью (сверху легкий, снизу тяжелый), если ее опустить в воду, так что нить будет натянутой? Какой максимальной скорости достигнут при этом шарик? Считать, что сила сопротивления пропорциональна скорости.

Решение

1. Тяжелый шарик массой m_1 тонет с максимальной скоростью v (при максимальной скорости ускорение равно нулю): $m_1g - F_A - F_{c1} = 0$, **(3-1)**

где $F_A = \rho_0 g V$ – сила Архимеда, ρ_0 – плотность воды, V – объем шарика, $F_{c1} = kv$ – сила сопротивления, $k = const$.

2. Легкий шарик массой m_2 всплывает с максимальной скоростью $2v$: $m_2g - F_A + F_{c2} = 0$, **(3-2)**

где $F_{c2} = k \cdot 2v$.

3. Система связанных шариков будет всплывать с максимальной скоростью v' : $m_1g + m_2g - 2F_A + 2F_c = 0$, **(3-3)**

где $F_c = k \cdot v'$.

Решая систему (3-1) – (3-3), получим $v' = \frac{v}{2}$. **(3-4)**

Ответ. Система будет всплывать с максимальной скоростью $v' = \frac{v}{2}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 25 баллов)
1	Установлено, что при движении с максимальной скоростью, ускорение равно нулю	2 балла
2	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на тяжелый шарик	от 1 до 2 баллов

XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 9 класс 2 тур 2014-2015 уч. год

3	Записано уравнение движения тяжелого шарика (3-1)	от 1 до 3 баллов
4	Записана формула для силы Архимеда	1 балл
5	Записана формула для силы сопротивления	1 балл
6	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на легкий шарик	от 1 до 2 баллов
7	Записано уравнение движения легкого шарика (3-2)	от 1 до 3 баллов
8	Сделан рисунок, на котором указаны силы, действующие на систему связанных шариков в целом или на каждое тело системы в отдельности	от 1 до 2 баллов
9	Указано, что система шариков будет всплывать	2 балла
10	Записано уравнение движения системы (3-3) связанных шариков или уравнения для каждого шарика системы	от 1 до 3 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен ответ (3-4)	от 1 до 4 баллов

6

4-1. (МАХ = 20 баллов) В калориметре с некоторым количеством льда находится электронагреватель постоянной мощности. Если включить нагреватель в сеть, а в калориметр добавлять лед с температурой 0°С со скоростью 1 г/с, то установившаяся температура в калориметре будет равна 20°С. Найдите мощность электронагревателя. Какая температура установится в калориметре, если в него вместо льда добавлять воду с температурой 0°С со скоростью 2 г/с? Теплообменом калориметра с окружающей средой пренебречь.

Удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 335 кДж/кг.

Решение

Обозначим: N – мощность электронагревателя, $\Delta\tau = 1$ сек, $c_в$ – удельная теплоёмкость воды, $\Delta m_л$ – масса льда, $\Delta t = 20^\circ\text{C}$. Тогда

$$Q = N\Delta\tau = \lambda\Delta m_л + c_в\Delta m_л\Delta t . \Rightarrow N = (\lambda + c_в\Delta t) \frac{\Delta m_л}{\Delta\tau} = 419 \text{ Вт.} \quad \text{(1-1)}$$

Во втором случае уравнение теплового баланса имеет вид:

$$Q = N\Delta\tau = c_в\Delta m_в(t' - 0^\circ\text{C}). \quad \text{(1-2)}$$

$$\Rightarrow t' = \frac{N}{c_в \frac{\Delta m_в}{\Delta\tau}} = 50^\circ\text{C}. \quad \text{(1-3)}$$

Ответ. $t' = \frac{N}{c_в \frac{\Delta m_в}{\Delta\tau}} = 50^\circ\text{C}.$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записано уравнение закона сохранения энергии для первого случая и получена формула для мощности нагревателя(1-1).	от 1 до 8 баллов
2	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов
3	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая и получена формула для установившейся температуры t' (1-1).	от 1 до 8 баллов
4	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов
ФИЗИКА 2 тур (очный)
2014-2015 учебный год
8 класс

Возможные решения и критерии оценивания решений

Каждая задача оценивается в 20 баллов. Оценка не снижается за решения не оптимальным способом, а также за численный ответ, выраженный в иной системе единиц.

Вариант № 08-01-2015

1. Некоторое количество воды нагревается нагревателем мощностью 500 Вт. При включении нагревателя на время 2 мин температура воды повысилась на 1 °С, а при отключении понизилась за 1 мин на столько же градусов. Какая масса воды, если потери тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорционально времени? Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/кг К

Возможное решение:

«Потери тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорционально времени» - «ключевая» фраза в задаче. Для процесса нагревания воды уравнение теплового баланса имеет вид:

$$cm\Delta t = P\tau_1 - P_{\text{потерь}}\tau_1 \quad (1)$$

а для процесса охлаждения:

$$cm\Delta t = P_{\text{потерь}}\tau_2 \quad (2)$$

Из полученной системы уравнений: $m = \frac{P\tau_1\tau_2}{c\Delta t(\tau_1 + \tau_2)} = 4,76 \text{ кг}$

Вариант № 08-02-2015

1. Вода массой 500 г нагревается нагревателем неизвестной мощности. При включении нагревателя на время 2 мин температура воды повысилась на 1 °С, а при отключении понизилась за 1 мин на столько же градусов. Какая мощность нагревателя, если потери тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорционально времени? Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/кг К.

Возможное решение:

«Потери тепла за счёт рассеяния в окружающую среду прямо пропорционально времени» - ключевая фраза в задаче. Для процесса нагревания воды уравнение теплового баланса имеет вид:

$$cm\Delta t = P\tau_1 - P_{\text{потерь}}\tau_1 \quad (1)$$

а для процесса охлаждения:

$$cm\Delta t = P_{\text{потерь}}\tau_2 \quad (2)$$

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов
ФИЗИКА 2 тур (очный)
2014-2015 учебный год
8 класс

Решая полученную систему уравнений (1) и (2), получается выражение для расчёта искомой мощности нагревателя:

$$P = \frac{cm\Delta t(\tau_1 + \tau_2)}{\tau_1\tau_2} = 52,5 \text{ Вт}$$

Критерии оценивания решений по задаче 1:

- верно составлено каждое уравнение в системе (1-2) – 5 баллов,
- верно выведена расчётная формула (для расчёта массы в варианте 1 и для расчёта мощности нагревателя в варианте 2) – (+5) баллов,
- получен верный численный ответ – (+5) баллов. Итого – 20 баллов

Вариант 08-01-15.

2. При длительном пропускании тока 1,4 А через проволоку последняя нагрелась до 55°C, а при силе тока 2,8 А – до 160 °С. До какой температуры нагревается проволока при силе тока 5,6А? Сопротивление проволоки не зависит от температуры. Температура окружающего воздуха постоянна. Теплоотдача прямо пропорциональна разности температур проволоки и воздуха.

Возможное решение

«Теплоотдача прямо пропорциональна разности температур проволоки и воздуха»
- ключевая фраза в задаче.

$UI_1\tau = k(t_1 - t_0)$, $UI_2\tau = k(t_2 - t_0)$, $UI_3\tau = k(t_3 - t_0)$. Решая полученную систему уравнений, находится искомое значение температуры: 370 °С.

Вариант 08-02-15.

2 При длительном пропускании тока 1,4 А через проволоку последняя нагрелась до 55°C, а при силе тока 2,8 А – до 160 °С. При какой силе тока проволока нагреется до температуры 250 °С? Сопротивление проволоки не зависит от температуры. Температура окружающего воздуха постоянна. Теплоотдача прямо пропорциональна разности температур проволоки и воздуха.

Возможное решение

«Теплоотдача прямо пропорциональна разности температур проволоки и воздуха»
- ключевая фраза в задаче.

$UI_1\tau = k(t_1 - t_0)$, $UI_2\tau = k(t_2 - t_0)$, $UI_3\tau = k(t_3 - t_0)$. Решая полученную систему уравнений, находится искомое значение силы тока: 3,8 А.

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов
ФИЗИКА 2 тур (очный)
2014-2015 учебный год
8 класс

Критерии оценивания решений по задаче 2:

- верно составлена указанная система уравнений – 5 баллов.
- верное решение системы уравнений в общем виде – 15 баллов (суммарный)
- получен численный ответ – (+5) баллов.

Вариант 08-01-15.

3. Эскалатор поднимает стоящего человека за 3 мин. По неработающему эскалатору метро человек вбегает за 1 мин. Какое время понадобится человеку для того, чтобы подняться по поднимающемуся эскалатору бегом?

Возможное решение:

Пусть u – переносная скорость, v^* - относительная скорость. Тогда, записывая уравнение движения человека для каждого случая, получается система уравнений:

$s = ut_0$, $s = v^*t^*$, $s = (v^* + u)t$. Решая полученную систему уравнений, получается $t = \frac{t_0t^*}{t^*+t_0} = 45c$

Вариант 08-02-15.

3 Эскалатор поднимает стоящего человека за 3 мин. По неработающему эскалатору метро человек вбегает за 1 мин. Какое время понадобится человеку для того, чтобы спуститься по поднимающемуся эскалатору бегом?

Возможное решение:

Пусть u – переносная скорость, v^* - относительная скорость. Тогда, записывая уравнение движения человека для каждого случая, получается система уравнений:

$s = ut_0$, $s = v^*t^*$, $s = (v^* - u)t$. Решая полученную систему уравнений, получается $t = \frac{t_0t^*}{t^*-t_0} = 1,5$ мин

Критерии оценивания решений по задаче 3:

- верно составлена указанная система уравнений – 5 баллов.
- верное решение системы уравнений в общем виде – 15 баллов (суммарный)
- получен численный ответ – (+5) баллов.

Вариант 08-01-15

4. Пожарный насос выбрасывает воду. На что расходуется энергия насоса?

Ответ: энергия насоса расходуется на работу по преодолению силы тяжести, сил сопротивления и на сообщение кинетической энергии струе воды.

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов
ФИЗИКА 2 тур (очный)
2014-2015 учебный год
8 класс

Вариант 08-02-15

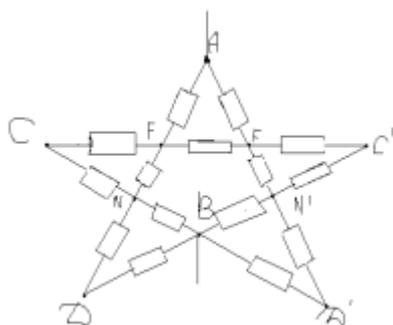
4 Одним из видов лёгкой атлетики являются прыжки с шестом в высоту. Зачем спортсмен должен сильно разбежаться перед прыжком?

Ответ: в соответствии с законом сохранения механической энергии чем больший «запас» кинетической энергии будет иметь человек перед прыжком, тем большую потенциальную энергию ему удастся набрать во время полёта.

Критерии оценивания ответов по задаче 4:

- полное, грамотное объяснения – 20 баллов,
- чрезмерное использование «бытового» языка – 15 баллов
- в объяснении есть грубые логические ошибки – 10 баллов.
- в объяснении есть рациональные, ведущие к правильному ответу рассуждения, но в основном рассуждения неверные – 5 баллов

Вариант 08-01-15



5. Узлы P и P имеют одинаковые потенциалы, поэтому через резистор, который находится на этом участке цепи, ток не течет. В связи с этим, он не играет никакой роли в этой цепи, значит его можно «вырезать». Узлы N и N также эквипотенциальны. «Склеивая» попарно узлы P и P, и N и N, получается цепь, сопротивление которой теперь уже можно легко найти методом последовательных и параллельных соединений. Искомое значение – $7/3$ Ом.

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

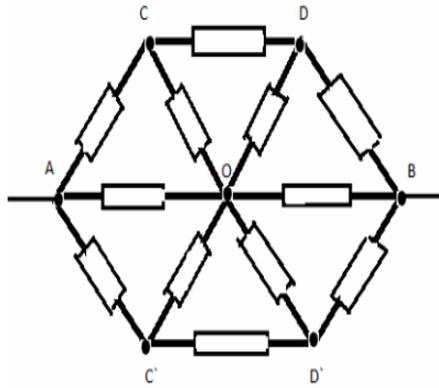
XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8-10 классов

ФИЗИКА 2 тур (очный)

2014-2015 учебный год

8 класс

Вариант 08-02-15



5 Схема преобразуется, разрезая «центральный» узел на три эквипотенциальных. Далее сопротивление рассчитывается методом последовательных и параллельных соединений. Искомое значение – $8/5$ Ом.

Критерии оценивания решений по задаче 5:

- верно преобразована схема – 15 баллов,
- верно рассчитано сопротивление – (+5) баллов.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, численных расчетов или единиц физических величин при верном решении задачи можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Теннисная ракетка движется навстречу мячу. В момент удара ракетка находится на высоте $h = 1,76$ м от поверхности корта, при этом скорости ракетки и мяча параллельны корту и равны соответственно $u = 2$ м/с (скорость ракетки) и $v = 1$ м/с (скорость мяча). Считая удар мяча по ракетке упругим, определите, долетит ли мяч до вертикальной стенки, расположенной на расстоянии $L = 2$ м от ракетки? Если долетит, то на какой высоте от поверхности корта мяч ударится о стенку? Мяч после удара о ракетку движется в направлении стенки; плоскость, в которой лежит траектория мяча, перпендикулярна стенке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

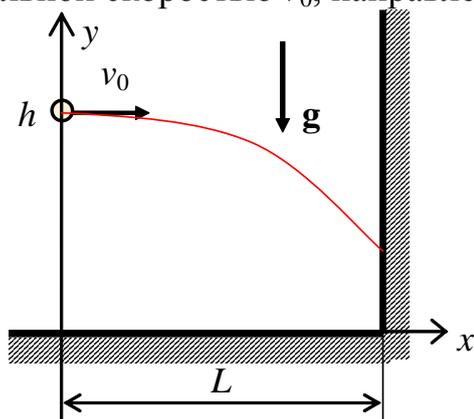
Решение.

1. Скорость мяча v_0 после упругого удара о ракетку можно получить, если воспользоваться законом сложения скоростей. Для этого сначала перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью ракетки u . В этой системе отсчета, скорость мяча относительно ракетки равна $v_{i\delta i} = v + u$. После упругого удара эта скорость поменяет направление, но модуль ее в движущейся

системе отсчета не изменится. Перейдем обратно в неподвижную систему отсчета, связанную с землей и получим $v_0 = v_{i\delta i} + u = v + 2u = 5 \text{ м/с}$ (1-1).

Можно также получить выражение для скорости v_0 , если воспользоваться уравнениями законов сохранения импульса и энергии для упругого столкновения. В этих уравнениях будут присутствовать массы мяча и ракетки. Чтобы получить формулу (1-1) следует принять, что масса ракетки много больше массы мяча.

2. Движение мяча после удара о ракетку – баллистическое движение с начальной скоростью v_0 , направленной горизонтально (см. рис).



Уравнения движения мяча в выбранных на рисунке осях координат:

$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = h - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

3. В момент удара о стенку $x = L$, тогда $t = \frac{L}{v_0}$ (3-1).

$$y = h - \frac{gL^2}{2v_0^2} = 1 \text{ м} \quad (3-2).$$

Ответ. Мяч долетит до стенки и ударится о нее на высоте

$$y = h - \frac{gL^2}{2v_0^2} = 1 \text{ м}.$$

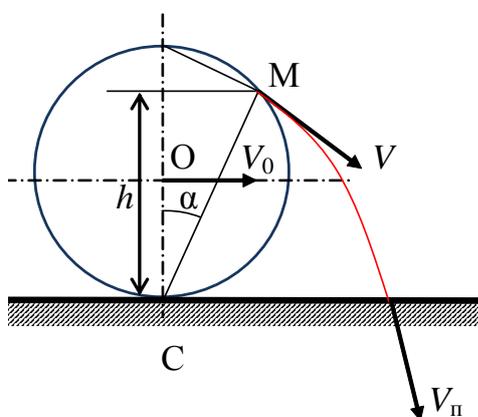
Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Рассмотрено упругое столкновение мяча с ракеткой и получен ответ для скорости мяча после удара v_0 .	от 1 до 10 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

2	Записаны уравнения движения для координат мяча после удара о ракетку	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
3а	Получена формула для времени движения мяча до стенки (3-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3б	Получена формула для высоты, на которой мяч ударился о стенку (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3в	Сделан вывод, что мяч долетит до стенки	2 балла
3	Проделан расчет и получено правильное числовое значение y (3-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

2. Колесо диаметра D катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Скорость центра колеса равна V_0 . С точки обода колеса, находящейся на высоте $h = \frac{3D}{4}$, срывается комок грязи. С какой скоростью этот комок упадет на плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение



1. При движении колеса без проскальзывания скорость точки C соприкосновения колеса с плоскостью равна нулю, поэтому через эту точку можно провести мгновенную ось вращения. Тогда скорость точки M обода колеса, с которой срывается комок грязи, равна $V = \omega \cdot |CM| = 2V_0 \cos \alpha$ (1-1),

где $\omega = \frac{V_0}{R}$ – угловая скорость вращения колеса. Длину хорды CM можно получить с помощью геометрии:

$$\cos \alpha = \frac{h}{|CM|} = \frac{|CM|}{D}, \Rightarrow |CM| = \sqrt{hD} = D \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Угол α равен $\alpha = 30^\circ$.

Тогда $V = V_0\sqrt{3}$ (1-2).

2. Скорость падения $V_{\text{п}}$ комка грязи массой m на плоскость найдем с помощью закона сохранения энергии.

$$\frac{mV^2}{2} + mgh = \frac{mV_i^2}{2}, \Rightarrow V_i = \sqrt{V^2 + 2gh} = \sqrt{3\left(V_0^2 + \frac{gD}{2}\right)}.$$

Эта формула может быть также получена из кинематики баллистического движения.

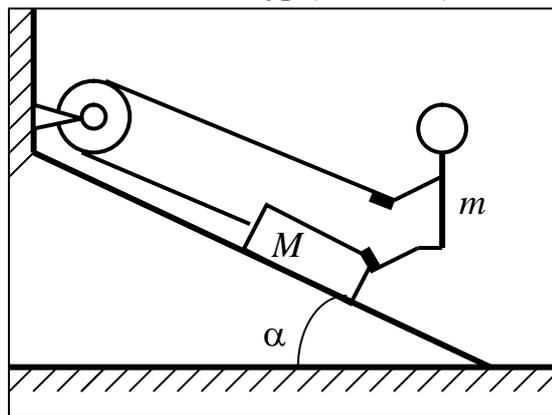
Ответ. $V_i = \sqrt{3\left(V_0^2 + \frac{gD}{2}\right)}.$

Критерии оценивания задачи 2.

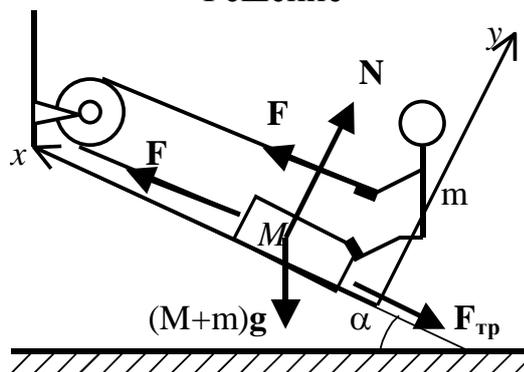
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1а	Получена формула для скорости V точки М колеса (1-1)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1б	С помощью геометрии получено значение угла α (или соответствующего ему центрального угла) или длины хорды СМ	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1в	Получена связь скорости V и V_0 (1-2)	от 1 до 2 баллов
2а	Для нахождения скорости падения на плоскость используется закон сохранения энергии или формулы кинематики, даже если сами формулы записаны неверно	2 балла (только за идею)
2б	Получено выражение для скорости падения камня на плоскость	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

3. Человек массой m , упиравшись ногами в ящик массой M , подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом наклона α (см. рис.). С какой минимальной силой надо тянуть канат человеку, чтобы подтянуть ящик к блоку?

Известно также, что если человек, стоя на ящике, отпустит канат, то ящик будет двигаться вниз с постоянной скоростью. Части каната, не соприкасающиеся с блоком, параллельны наклонной плоскости. Массой блока и каната пренебречь.



Решение



1. На рисунке показаны силы, действующие на систему – человек + ящик. Уравнения, описывающие движение этой системы, имеют вид:

$$\begin{cases} 2F - (M + m)g \sin \alpha - F_{\text{тр}} = (M + m)a > 0, \\ N = (M + m)g \cos \alpha, \end{cases} \quad (1-1)$$

где $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(M + m)g \cos \alpha$ (1-2).

2. Тогда $F > \frac{1}{2}(M + m)g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ (2-1).

3. При равномерном движении вниз $F_{\text{тр}} = \mu(M + m)g \cos \alpha = (M + m)g \sin \alpha, \Rightarrow \mu = \tan \alpha$ (3-1),

$$\Rightarrow F_{\text{min}} = (M + m)g \sin \alpha \quad (3-2).$$

Ответ. $F_{\text{min}} = (M + m)g \sin \alpha$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы,	от 1 до 2 баллов

XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 10 класс 1 тур (заочный) 2014-2015 уч. год

	действующие на ящик и человека (или систему в целом)	
1б	Записаны уравнения динамики, описывающие движение человека и ящика или системы в целом (1-1)	от 1 до 2 баллов за каждое уравнение (всего не более 4 баллов)
1в	Записана формула для силы трения, действующей на ящик (1-2)	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для силы F натяжения каната (2-1) или аналогичное ей равенство для минимальной силы	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы, действующие на систему во втором случае, когда ящик с человеком равномерно движется по наклонной плоскости	1 балл
3б	Записаны уравнения динамики во втором случае (для ящика и человека или системы в целом)	по 1 баллу за каждое правильное уравнение (всего не более 2 баллов)
3в	Получена формула, связывающая коэффициент трения и угол наклона плоскости (3-1)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3г	Получена формула для минимальной силы (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

4. Время свободного падения шара массой M с некоторой высоты равно t_0 . Каким будет время свободного падения с той же высоты этого шара, если на половине пути в него попала и застряла пуля массой m , летящая горизонтально?

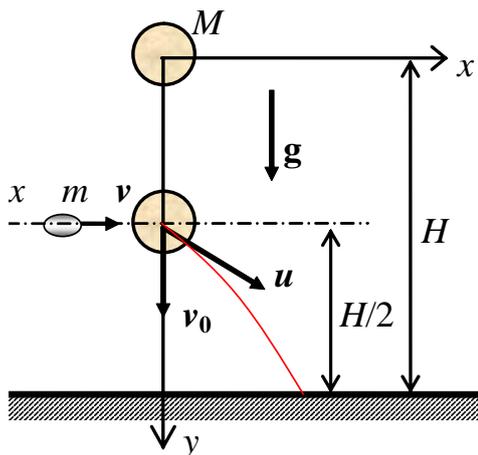
В каком случае время падения шара будет больше, когда масса пули гораздо меньше массы шара ($m \ll M$), или, когда масса пули гораздо больше массы шара ($m \gg M$)? Сопротивление воздуха не учитывать. Размеры пули в обоих случаях гораздо меньше размеров шара, пуля попадает в центр шара. Начальная скорость шара в обоих случаях равна нулю.

Решение

1. Пусть шар падает с высоты H (см. рисунок). Тогда $H = \frac{gt_0^2}{2}$ (1-1).

Расстояние $\frac{H}{2}$ шар пролетает за время t_1 : $\frac{H}{2} = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{2}}$ (1-2). Обозна-

чим скорость шара в момент попадания пули v_0 : $v_0 = gt_1 = \frac{gt_0}{\sqrt{2}}$ (1-3).



2. Столкновение шара и пули. Обозначим скорость пули \vec{v} , скорость шара с пулей после столкновения \vec{u} и запишем закон сохранения импульса:
 $m\vec{v} + M\vec{v}_0 = (m + M)\vec{u}$. (2-1)

Проецируя его на оси координат, получим проекции скорости \vec{u} :

$$u_x = \frac{mv}{m + M}, \quad u_y = \frac{Mv_0}{m + M} = \frac{M}{m + M} \cdot \frac{gt_0}{\sqrt{2}} \quad (2-2).$$

3. Найдем время падения t тела с пулей с высоты $\frac{H}{2}$: $\frac{H}{2} = u_y t + \frac{gt^2}{2}$.

Подставляя выражения (1-1) и (2-2), получим квадратное уравнение.

$$t^2 + \frac{M\sqrt{2}}{m + M} t_0 \cdot t - \frac{t_0^2}{2} = 0 \quad (3-1).$$

Из двух корней этого уравнения выбираем положительный корень, который обозначим t_2 .

$$t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m + M)} \left(-M + \sqrt{(m + M)^2 + M^2} \right) \quad (3-2).$$

4. Полное время падения шара

$$t = t_1 + t_2 = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m + M)} \left(m + \sqrt{(m + M)^2 + M^2} \right) \quad (4-1).$$

5. Анализ предельных случаев.

Если $m \ll M$, то $t = t_0$.

Если $m \gg M$, то $t = t_0 \sqrt{2} > t_0$.

В случае, когда масса пули гораздо больше массы шара, время падения шара будет больше.

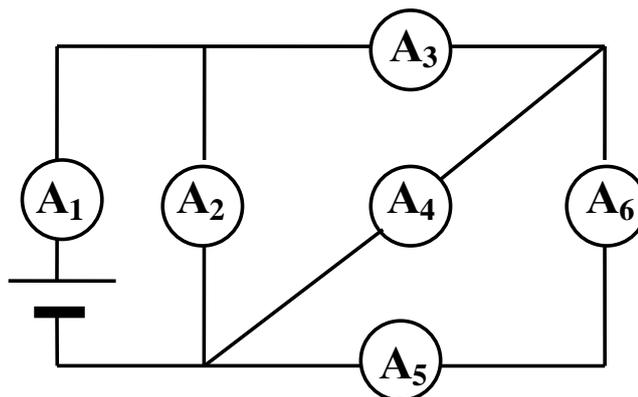
Ответ. $t = \frac{t_0}{\sqrt{2}(m + M)} \left(m + \sqrt{(m + M)^2 + M^2} \right)$. В случае, когда масса пули

гораздо больше массы шара, время падения шара будет больше.

Критерии оценивания задачи 4.

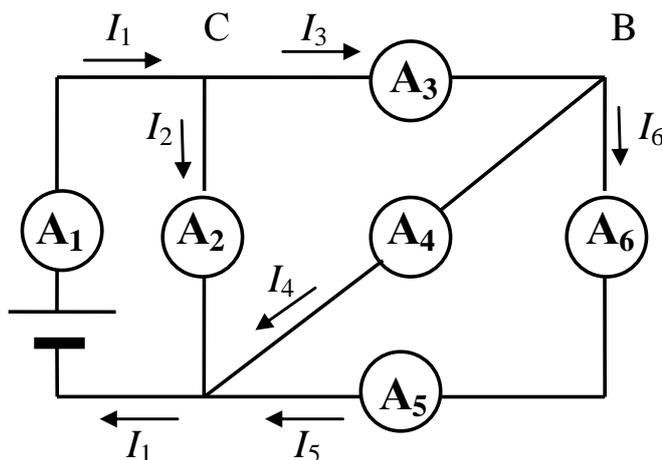
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1а	Получена связь высоты и времени падения (1-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1б	Получена формула для времени прохождения шаром первой половины пути (1-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
1в	Получена формула для скорости шара на первой половине пути (1-3)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Записано уравнение закона сохранения импульса в векторной форме (2-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2б	Записано уравнение закона сохранения импульса в проекциях на оси координат (2-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3а	Получено уравнение для нахождения времени прохождения второй половины пути (3-1)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3б	Выбран правильный корень (3-2) квадратного уравнения	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
4	Записана формула для нахождения времени падения тела (4-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Проведен анализ предельных случаев и выбран правильный ответ	от 1 до 3 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

5. Схема, приведенная на рисунке, содержит шесть одинаковых амперметров и источник постоянного напряжения. Наибольший ток, который показывает один из амперметров, равен $I = 1$ А. Определите показания всех амперметров.



Решение

1. Выберем направления токов через амперметры, как на рисунке. Обозначим ток, текущий через амперметр A_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), I_i , а сопротивления амперметров R . Показания амперметров A_5 и A_6 одинаковы $I_5 = I_6$. Выразим показания всех амперметров через I_5 .



2. Напряжения на амперметре A_4 равно сумме напряжений на амперметрах A_5 и A_6 : $U_4 = I_4 R = I_5 R + I_6 R = 2I_5 R$. Тогда $I_4 = 2I_5$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле В и найдем силу тока I_3 через амперметр A_3 : $I_3 = I_4 + I_6 = 3I_5$.

Напряжение на амперметре A_2 равно сумме напряжений на амперметрах A_3 и A_4 : $U_2 = I_2 R = I_3 R + I_4 R = 5I_5 R$. Тогда $I_2 = 5I_5$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле С и найдем силу тока I_1 через амперметр A_1 : $I_1 = I_3 + I_2 = 8I_5$.

3. Таким образом, максимальный ток будет течь через амперметр A_1 :

$$I_1 = 1 \text{ А. Тогда } I_5 = I_6 = \frac{I_1}{8} = \frac{1}{8} \text{ А} = 125 \text{ мА}; I_4 = 2I_5 = \frac{1}{4} I_1 = \frac{1}{4} \text{ А} = 250 \text{ мА};$$

$$I_3 = 3I_5 = \frac{3}{8} I_1 = \frac{3}{8} \text{ А} = 375 \text{ мА}; I_2 = 5I_5 = \frac{5}{8} I_1 = \frac{5}{8} \text{ А} = 625 \text{ мА}.$$

Ответ.

Амперметр	A₁	A₂	A₃	A₄	A₅	A₆
Сила тока в А	1	5/8	3/8	1/4	1/8	1/8
Сила тока в мА	1000	625	375	250	125	125

Критерии оценивания задачи 5.

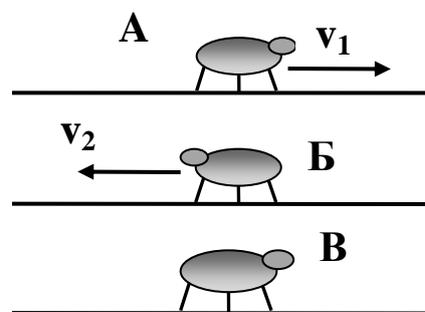
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Установлено, что наибольший ток течет через амперметр A ₁ .	2 балла
2	Получены правильные значения токов через все амперметры (см. Ответ)	по 2 балл за каждое правильное значение тока (всего 12 балла)
3	При расчете токов правильно записана хотя бы одна формула закона Ома для однородного участка цепи (связь напряжения и тока) или аналогичное ей выражение второго правила Кирхгофа (обход замкнутого контура).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула
4	При расчете токов правильно записана хотя бы одна формула для токов в узлах (первое правило Кирхгофа).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, численных расчетов или единиц физических величин при верном решении задачи можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Три таракана сидят на трех тонких жердочках, находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга (см. рис.). Тараканы одновременно начинают двигаться. Таракан А (Алеша) – вправо со скоростью $v_1 = 0,1$ см/с, таракан Б (Боря) – влево со скоростью $v_2 = 0,2$ см/с.



С какой скоростью и в какую сторону должен двигаться таракан В (Вася), чтобы он все время находился на одной прямой с двумя другими тараканами?

Решение.

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью $v_{\hat{i} \partial i} = v_2$. В этой системе отсчета таракан Б неподвижен, а скоростью таракана А равна $v_{\hat{i} \partial i} = v_1 + v_2$ и направлена вправо. Чтобы все три таракана находились на одной прямой, скорость таракана В в движущейся системе отсчета должна быть равна по модулю $v_{\hat{i} \partial i} = v_1 + v_2$ и направлена влево.

Тогда в неподвижной системе отсчета скорость таракана В направлена влево и равна $v_{\hat{A}} = v_{\hat{A}i\delta i} + v_{i\hat{a}\delta} = v_1 + 2v_2 = 0,5 \text{ см/с}$.

Ответ. Скорость таракана В направлена влево и равна $v_{\hat{A}} = v_1 + 2v_2 = 0,5 \text{ см/с}$

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записан правильный ответ для скорости таракана В, даже если правильное решение отсутствует или содержит существенные ошибки	от 1 до 3 баллов
2	Указано правильное направление скорости таракана В	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Идея решения правильная (например, используется закон сложения скоростей или подобие треугольников и тому подобное),	от 1 до 5 баллов
	Задача содержит правильные элементы решения (например верные формулы или рассуждения), но не доведена до конца	от 1 до 10 баллов (можно, например, дать за каждую правильную формулу или другой правильный элемент решения от 1 до 2 баллов, но в сумме не более 10 баллов)

2. Таня уронила мячик на длинную дощечку, наклоненную под углом $\alpha = 30^\circ$ к полу. Мячик упруго ударился о дощечку, отскочил от нее, затем снова ударился, и т.д.. Время между первым и вторым ударами мяча равно $t = 1 \text{ с}$. С какой высоты упал мячик? Высоту считать от точки броска до точки удара о дощечку.

Чему будет равно время между первым и вторым ударами мяча, если Таня уронит его с той же высоты, но на дощечку, наклоненную под углом $\beta = 60^\circ$ к полу?

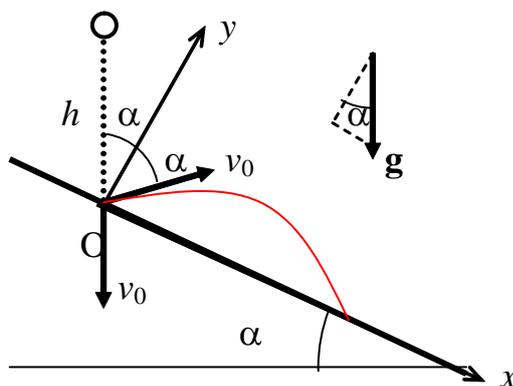
Таня в обоих случаях роняет мяч без придания ему начальной скорости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

1. Обозначим скорость мячика в момент первого удара о дощечку $v_0 = \sqrt{2gh}$ (1-1).

2. Выберем ось Ox вдоль дощечки, а ось Oy перпендикулярно ей. Уравнение движения мячика после удара о дощечку (см. рис.):

$$y = v_0 t \cos \alpha - g \cos \alpha \cdot \frac{t^2}{2} \quad (2-1).$$



3. В момент падения мяча на наклонную плоскость $y = 0$. Тогда

$$v_0 t \cos \alpha - g \cos \alpha \cdot \frac{t^2}{2} = 0. \quad (3-1)$$

4. Решая уравнение (3-1) получил выражение для времени между первым и вторым ударами мяча

$$t = \frac{2v_0}{g} \quad (4-1),$$

которое не зависит от угла α .

5. Из (4-1) $v_0 = \frac{gt}{2} = 5 \text{ м/с}$.

$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{gt^2}{8} = 1,25 \text{ м}$ (5-1) – высота, с которой Таня уронила мячик.

6. Т.к. время t между первым и вторым ударами не зависит от угла α , то, если дощечку наклонить под другим углом, время между ударами не изменится.

Ответ. $h = \frac{gt^2}{8} = 1,25 \text{ м}; t = 1 \text{ с}$.

Критерии оценивания задачи 2.

Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент реше-	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
---	--

ния суммируются		
1а	Сделан рисунок к задаче и правильно определены углы, равные углу α (при отражении, и при проектировании скорости и ускорения)	от 1 до 2 баллов
1б	Записана правильно формула, связывающая высоту h и скорость мячика v_0 в момент падения (формула (1-1) или ей аналогичные)	2 балла
2	Выбраны оси координат и написаны уравнения движения. (Для изображенных на рисунке осей это уравнение (2-1)). Оси координат могут отличаться от выбранных на рисунке.	от 1 до 2 баллов
3	Получено уравнение (система уравнений) для нахождения времени t между первым и вторым ударами о плоскость (в выбранных осях – это уравнение (3-1))	2 балла
4	Приведено решение уравнения типа (3-1) и получена формула для времени t (4-1)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Получена формула, проведен численный расчет и получен числовой ответ для высоты h падения мячика (5-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Получен ответ на второй вопрос задачи (когда угол наклона дощечки изменился и стал равным $\beta = 60^\circ$)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

3. Человеку массой m требуется подтянуть к стене ящик массой $M = 3m$ с помощью каната, перекинутого через блок. Если человек стоит на горизонтальном полу (рис. а), то для достижения цели ему надо тянуть канат с минимальной силой $F_1 = 600$ Н. С какой минимальной силой F_2 необходимо тянуть этому человеку канат, если он упрется в ящик ногами (рис. б)? Части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массой блока и каната пренебречь.

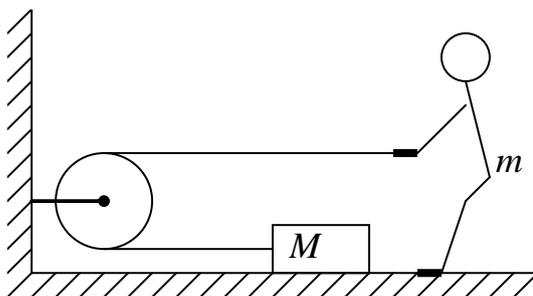


Рис. а.

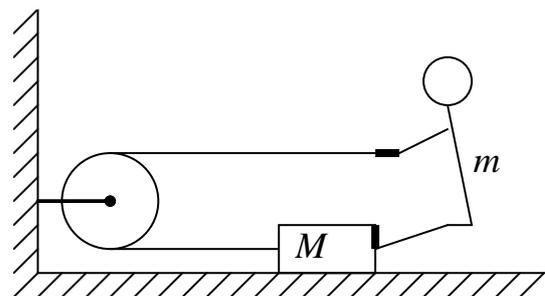


Рис. б.

Решение

1. Пусть коэффициент трения скольжения между ящиком и полом равен μ . Т. к. F_1 – минимальная сила, то $F_1 = \mu Mg$, $\Rightarrow \mu = \frac{F_1}{Mg}$ (1-1).

2. Во втором случае, когда сила натяжения каната равна F_2 , на систему – ящик + человек в горизонтальном направлении будет действовать сила, равная $2F_2$. Условие минимальности силы означает, что $2F_2 = \mu(M + m)g$.

3. Из полученных уравнений следует:

$$F_2 = \frac{F_1(M + m)}{2M} = \frac{2}{3} F_1 = 400 \text{ Н. (3-1)}$$

Ответ. $F_2 = \frac{F_1(M + m)}{2M} = \frac{2}{3} F_1 = 400 \text{ Н.}$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы, действующие на ящик в случае а	от 1 до 2 баллов
1б	Записана формула для силы трения, действующей на ящик	1 балл
1в	Записаны уравнения динамики в случае а и получена формула для коэффициента трения (1-1)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2а	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы, действующие на ящик в случае б	от 1 до 2 баллов
2б	Записаны уравнения динамики в случае б (для ящика и человека или системы в целом)	от 1 до 4 баллов
3а	Получена формула для вычисления минимальной силы F_2 (3-1)	от 1 до 5 баллов
3б	Проделан расчет и получено правильное числовое значение (3-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

4. Чтобы приготовить волшебный эликсир молодости граф Калиостро взял три стакана: с молоком, водой и быстродействующим ядом. Массы жидко-

стей равны. Ему было известно, что яд стоит правее молока. Он выпил половину правого стакана, затем нагрел средний стакан на 10°C , потом опрокинул и разлил треть жидкости из левого стакана, после чего нагрел его на 30°C . Отчаявшись получить волшебный эликсир, он смешал все три жидкости. Какую температуру имеет полученная смесь?

Начальная температура жидкостей 30°C , удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$, молока $c_{\text{м}} = 3900 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$, яда $c_{\text{я}} = 2500 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$. Теплоемкостью стакана и тепловыми потерями пренебречь.

Решение

1. Граф Калиостро выпил половину правого стакана, а затем продолжил эксперимент, следовательно, жидкости расположены в следующем порядке (слева направо): **молоко, яд, вода**.

2. Обозначим через m начальные массы жидкостей. Тогда перед смешиванием имеем жидкости со следующими состояниями

Жидкость	масса	температура	теплоемкость
вода	$m/2$	$t_0 = 30^{\circ}$	$c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$
яд	m	$t_{\text{я}} = t_0 + 10^{\circ} = 40^{\circ}$	$c_{\text{я}} = 2500 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$
молоко	$2m/3$	$t_{\text{м}} = t_0 + 30^{\circ} = 60^{\circ}$	$c_{\text{м}} = 3900 \text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$

3. Обозначим через t температуру смеси ($30^{\circ} < t < 60^{\circ}$). Запишем уравнение теплового баланса

$$\frac{2m}{3} c_{\text{м}} (t - t_{\text{м}}) + m c_{\text{я}} (t - t_{\text{я}}) + \frac{m}{2} c_{\text{в}} (t - t_{\text{в}}) = 0. \Rightarrow$$

$$t = \frac{\frac{2}{3} c_{\text{м}} t_{\text{м}} + c_{\text{я}} t_{\text{я}} + \frac{1}{2} c_{\text{в}} t_{\text{в}}}{\frac{2}{3} c_{\text{м}} + c_{\text{я}} + \frac{1}{2} c_{\text{в}}} = 44,3^{\circ}.$$

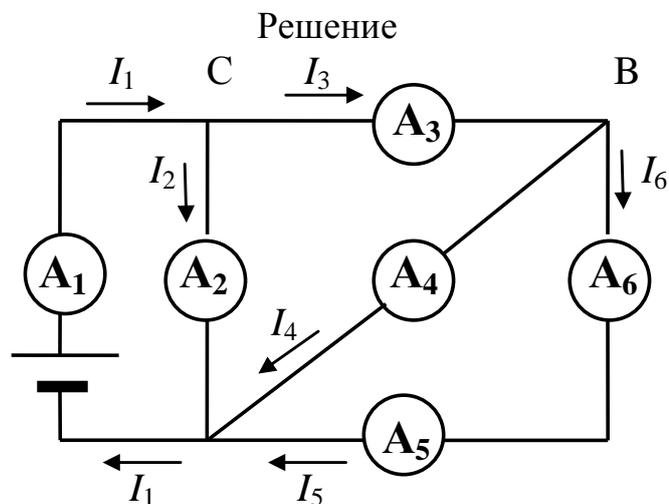
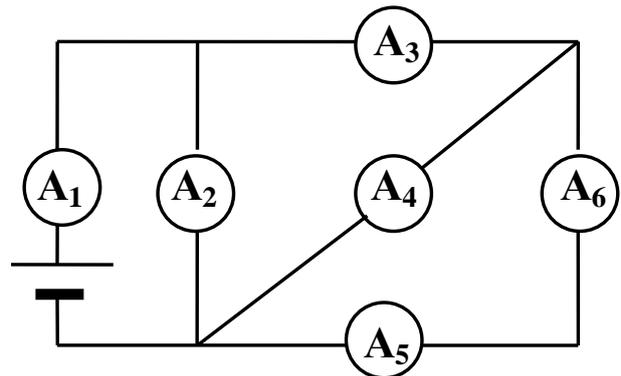
Ответ. $t = \frac{\frac{2}{3} c_{\text{м}} t_{\text{м}} + c_{\text{я}} t_{\text{я}} + \frac{1}{2} c_{\text{в}} t_{\text{в}}}{\frac{2}{3} c_{\text{м}} + c_{\text{я}} + \frac{1}{2} c_{\text{в}}} = 44^{\circ}.$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Определен порядок расположения жидко-	от 1 до 2 баллов

	стей	
2	Определены начальные условия: масса и температура каждой жидкости перед смешиванием (см таблицу)	по 1 баллу за каждую правильную ячейку столбцов 2 и 3 таблицы (масса и температура жидкостей) – всего 6 баллов
3	Записано уравнение теплового баланса. Правильным будет считаться уравнение, в котором вместо некоторых буквенных обозначений сразу подставлены числовые значения.	6 баллов Если верно записаны уравнения теплового баланса для каждой жидкости – по 1 баллу за каждое уравнение.
	Проделаны необходимые преобразования и получена правильная формула для температуры смеси	от 1 до 4 баллов
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности

5. Схема, приведенная на рисунке, содержит шесть одинаковых амперметров и источник постоянного напряжения. Наименьшая сила тока, которую показывают амперметры, равна $I = 1$ А. Определите показания всех амперметров.



1. Выберем направления токов через амперметры, как на рисунке. Обозначим ток, текущий через амперметр A_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), – I_i , а сопротивления

амперметров R . Наименьший ток течет через амперметры A_5 и A_6 , поэтому $I_5 = I_6 = I = 1\text{ А}$.

2. Напряжения на амперметре A_4 равно сумме напряжений на амперметрах A_5 и A_6 : $U_4 = I_4 R = I_5 R + I_6 R = 2IR$. Тогда $I_4 = 2I = 2\text{ А}$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле В и найдем силу тока I_3 через амперметр A_3 : $I_3 = I_4 + I_6 = 3I = 3\text{ А}$.

Напряжение на амперметре A_2 равно сумме напряжений на амперметрах A_3 и A_4 : $U_2 = I_2 R = I_3 R + I_4 R = 5IR$. Тогда $I_2 = 5I = 5\text{ А}$.

Запишем первое правило Кирхгофа в узле С и найдем силу тока I_1 через амперметр A_1 : $I_1 = I_3 + I_2 = 8I = 8\text{ А}$.

Ответ.

Амперметр	A₁	A₂	A₃	A₄	A₅	A₆
Сила тока в А	8	5	3	2	1	1

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Установлено, что наименьший ток течет через амперметры A_5 и A_6 .	2 балла
2	Получены правильные значения токов через все амперметры (см. Ответ)	по 2 балл за каждое правильное значение тока (всего 12 балла)
3	При расчете токов правильно записана хотя бы одна формула закона Ома для однородного участка цепи (связь напряжения и тока) или аналогичное ей выражение второго правила Кирхгофа (обход замкнутого контура).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула
4	При расчете токов правильно записана хотя бы одна формула для токов в узлах (первое правило Кирхгофа).	от 1 до 3 баллов (не более), 3 балла ставится, если есть одна правильная формула

Возможные решения и критерии оценивания олимпиады
МГТУ им. Н. Э. Баумана, 8 класс, 2014-15 учебный год

1. Девочки вылепили из пластилина бюст победителя школьной олимпиады по физике и поручили мальчикам отлить из золота его точную копию, но в 2 раза бóльшей высоты. Какую массу будет иметь отливка, если на изготовление образца пошло $V = 100 \text{ см}^3$ пластилина? Плотность золота $19,3 \text{ г/см}^3$. (10 баллов)

Возможное решение.

Объёмы подобных тел относятся как кубы их линейных размеров.

$$\text{Таким образом, } m = \rho V_{\text{копии}} = \rho \frac{h_{\text{копии}}^3}{h_{\text{оригинала}}^3} V_{\text{пластилина}} = 15,4 \text{ кг}$$

Возможные критерии частично верных решений:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записана формула расчёта массы	2
Записано отношение объёмов подобных тел как кубов линейных размеров	2
Выведена конечная формула в общем виде, но при этом допущена ошибка в расчётах	8
Верное решение	10

2. Удав ползет по джунглям со скоростью $V = 4 \text{ м/мин}$, а рядом с ним ходит Мартышка и меряет его длину в попугаях. За 3 минуты Мартышка успевает пройти от головы Удава до его хвоста и обратно, и объявить, что длина Удава – 45 попугаев. Найдите, с какой скоростью ходила Мартышка относительно земли, если в одном попугае - 0,2м.

Возможное решение.

Время, за которое Мартышка посчитала Удава, можно выразить следующим образом:

$$\tau = \frac{S}{U+V} + \frac{S}{U-V} = \frac{2SU}{U^2 - V^2}, \text{ где } S \text{ – длина Удава, а } U \text{ – скорость Мартышки.}$$

Тогда скорость Мартышки можно найти из квадратного уравнения:

$$U^2 - \frac{2S}{\tau}U - V^2 = 0$$

$$U = \frac{2S}{\tau} \pm \sqrt{\frac{4S^2}{\tau^2} + 4V^2} = \frac{S}{\tau} \pm \sqrt{\frac{S^2}{\tau^2} + V^2}, \text{ очевидно, что корень с минусом нам не}$$

подходит. т.к. соответствует отрицательной скорости. Таким образом:

$$U = \frac{S}{\tau} + \sqrt{\frac{S^2}{\tau^2} + V^2}.$$

Подставляя длину Удава в метрах (45попугаев = 9м), получаем:

$$U = \frac{9\text{м}}{3\text{с}} + \sqrt{\frac{(9\text{м})^2}{(3\text{мин})^2} + (4\text{м/мин})^2} = 8\text{м/мин}$$

Критерии частично верных решений:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записан закон сложения скоростей отдельно для движения «туда» и «Обратно»	По 2 балла за каждый
Верно выведено выражение для общего времени движения мартышки	10
Получено верное квадратное уравнение	15
Верное решение квадратного уравнения в общем виде	18
Получен верный ответ	30

3. Если полностью открыть только горячий кран, то ведро объёмом 10 л наполняется за 100 с, а если полностью открыть только холодный кран, то банка объёмом 3 л наполняется за 24 с. Температура горячей воды 70 °С, холодной – 20 °С. Определите, за какое время наполнится водой кастрюля ёмкостью 4,5 л, если оба крана открыты полностью и тепловое равновесие устанавливается, пока вода находится в смесителе. Найдите температуру воды, которая установится в смесителе.

Возможное решение

Введём скорости наполнения ёмкости водой из каждого крана:

$$v_1 = \frac{V_1}{\tau_1}, : v_2 = \frac{V_2}{\tau_2}$$

Объём наполняемой ёмкости обоими кранами: $V = (v_1 + v_2)\tau$, а значит

$$\tau = \frac{V}{\frac{V_1}{\tau_1} + \frac{V_2}{\tau_2}} = 20 \text{ с}$$

Для ответа на второй вопрос составим уравнение теплового баланса:

$c\rho v_1 \tau (\vartheta - t_{гор}) + c\rho v_2 \tau (\vartheta - t_{хол}) = 0$. Решая полученное уравнение, получаем температуру равновесия $42,2^\circ$

Критерии частично верных решений:

Каждый правильный ответ – 15 баллов.

Этапы решения задачи	Баллы
Введены выражения для скоростей наполнения бака	1 балл за каждую
Верно записано выражение для расчёта объёма наполняемого бака обоими кранами	6 баллов
Верно получено выражение для расчёта времени наполнения	8 баллов
Верно рассчитано время	15 баллов
Верно составлено уравнение теплового баланса	5 баллов
Получен второй ответ в общем виде	8 баллов
Верно рассчитана температура	15 баллов

4. В калориметр, содержащий 1 кг воды неизвестной начальной температуры, друг за другом бросают одинаковые кубики льда, каждый массой 100 г с температурой 0°C , каждый раз дожидаясь установления теплового равновесия. Первый и второй кубики растаяли полностью, третий – частично. Четвёртый кубик плавиться так и не стал. В каком интервале могла находиться начальная температура воды? Удельная теплота плавления льда 335 кДж/кг , удельная теплоёмкость воды $4,2 \text{ кДж/кг град}$.

Возможное решение

- 1) Минимальная температура соответствует условию, когда два кубика льда растаяли:

$$c_в m_в (t_{нл} - t_в) + 2\lambda m_л = 0 \quad , \text{ откуда } t_в = t_{нл} + \frac{2\lambda m_л}{c_в m_в} = 16^\circ\text{C}$$

- 2) Максимальная температура соответствует условию, когда два кубика льда растаяли:

XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 8 класс 1 тур (заочный) 2014-2015 уч. год

$$c_6 m_6 (t_{нл} - t_6) + 3\lambda m_l = 0 \quad , \text{откуда } t_6 = t_{нл} + \frac{3\lambda m_l}{c_6 m_6} = 23,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Критерии оценивания частично верного решения:

За каждую верно найденную границу – 15 баллов, из них:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записано уравнение теплового баланса	5 баллов
Выведена формула для температуры	8 баллов
Верный расчёт	15 баллов

Рекомендуемая литература по подготовке к олимпиаде по физике

1. Сборник тем научных работ для участников научно-образовательного соревнования «Шаг в будущее, Москва». — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 104 с.
2. Сборник организационных и методических материалов для профильных школ и поступающих в МГТУ им. Н.Э. Баумана. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 20 с.
3. Сборник лучших работ Одиннадцатой научной конференции «Шаг в будущее, Москва» — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. — 256 с.
4. Бендриков Г.А., Буховцев Б.Б., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Задачи по физике для поступающих в вузы. — М.: Наука, 1987. — 384 с.
5. Буховцев Б.Б., Кривченко В.Д., Мякишев Г.Я., Сараева И.М. Сборник задач по элементарной физике. — М.: Наука, 1987. — 415 с.
6. Бутиков Е.И., Быков А.А., Кондратьев А.С. Физика для поступающих в вузы. — М.: Наука, 1979. — 608 с.
7. Дмитриев С.Н., Васюков В.И., Струков Ю.А. Физика: сборник задач для поступающих в вузы. Изд. 5. — М.: Ориентир, 2003. — 208 с.
8. Задачи вступительных экзаменов. / Сост.: А.А. Егоров, В.А. Тихомирова. — М.: Бюро Квантум, 2008. — 176 с.
9. Яворский Б.М., Селезнев Ю.А. Справочное руководство по физике для поступающих в вузы и самообразования. — М., 1979. — 512 с.