XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 9 класс 2 тур 2013-2014 уч. год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – **MAX**.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до MAX. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- **Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.**
- **Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.**
- **Верные решения задач могут отличаться от авторских.**
- **За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.**
- **В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.**

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1-1. (MAX = 20 баллов) На уроке физкультуры ученик 9 класса Петя Петров бросает вверх мяч и затем ловит его, не сходя с места. В первый раз мяч вернулся к нему через $t = 1$ с. Когда Петя во второй раз бросил мяч, сообщив ему вдвое большую скорость, чем в первый раз, он заметил, что мяч вернулся к нему через такое же время, что и в первый раз. Определите высоту потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка, зная, что Петя бросал и ловил мяч в обоих случаях на одной и той же высоте $h = 1{,}5$ м. Удар мяча о потолок спортзала можно считать упругим, что означает, что скорость мяча перед ударом и после удара одинакова.

Решение.

1. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, а начальные скорости отличаются в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

2. Пусть v_0 – начальная скорость мяча в первом броске, тогда

$$v_0 - g\frac{t}{2} = 0, \Rightarrow \ v_0 = g\frac{t}{2}. \ (2)$$

3. Когда Петя во второй раз бросает мяч, его начальная скорость равна $2v_0$; мяч ударяется о потолок.

$$H-h=2v_0\cdot\frac{t}{2}-\frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2=\frac{gt^2}{2}-\frac{gt^2}{8}=\frac{3gt^2}{8}. \qquad (3)$$

$$\Rightarrow\ H=h+\frac{3gt^2}{8}=5{,}25\,\text{м}.$$

Ответ. $H=h+\dfrac{3gt^2}{8}=5{,}25\,\text{м}.$

1-2. (MAX = 20 баллов) На уроке физкультуры ученик 9 класса Петя Петров бросает вверх мяч и затем ловит его, не сходя с места. В первый раз он бросил мяч с некоторой начальной скоростью v_0. Когда Петя во второй раз бросил мяч, сообщив ему вдвое большую скорость, чем в первый раз, он заметил, что мяч вернулся к нему через такое же время, что и в первый раз. Определите начальную скорость v_0, которую Петя сообщил мячу в первый раз. Петя бросает и ловит мяч в обоих случаях на одной и той же высоте h = 1,4 м. Высота потолка, т.е. расстояние от пола до потолка H = 5 м. Удар мяча о потолок спортзала можно считать упругим, что означает, что скорости мяча перед ударом и после удара одинаковы.

Решение.

1. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, а начальные скорости отличаются в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

2. Пусть t_n – время движения мяча вверх, тогда

$$v_0-gt_{\ddot{\imath}}=0,\ \Rightarrow\ t_{\ddot{\imath}}=\frac{v_0}{g}. \quad (2)$$

3. Когда Петя во второй раз бросает мяч, его начальная скорость равна $2v_0$; мяч ударяется о потолок.

$$H-h=2v_0t_{\ddot{\imath}}-\frac{g}{2}t_{\ddot{\imath}}^2=\frac{3v_0^2}{2g}. \qquad (3)\ \Rightarrow\ v_0=\sqrt{\frac{2g(H-h)}{3}}=4{,}9\,\text{м/с}.$$

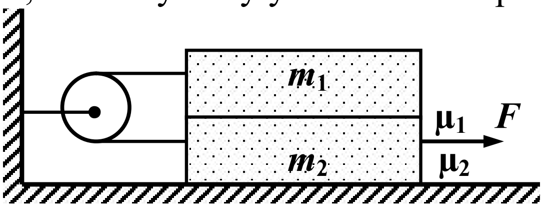
Ответ. $v_0=\sqrt{\dfrac{2g(H-h)}{3}}=4{,}9\,\text{м/с}.$

Критерии оценивания задачи 1 (MAX = 20 баллов).

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Указано (или правильно понято), что в пер-	от 1 до 2 баллов

	вом случае мяч не долетает до потолка	
2	Записаны уравнения кинематики для движения мяча в первом случае и получена формула (2)	от 1 до 4 баллов
	Указано (или правильно понято), что во втором случае мяч ударяется о потолок	от 1 до 2 баллов
3	Записаны уравнения кинематики для движения мяча во втором случае и получена формула (3)	от 1 до 6 баллов
4	Проведены необходимые преобразования и получена аналитическая формула ответа	от 1 до 4 баллов
5	Проведен правильный численный расчет и записан ответ	от 1 до 2 баллов

2-1. (MAX = 30 баллов) Две длинные доски массами m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг лежат на горизонтальной поверхности, одна на другой (см. рисунок). Коэффициент трения между досками равен μ_1 = 0,2, а между нижней доской и поверхностью μ_2 = 0,4. Доски связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий неподвижный блок, закрепленный на неподвижной стенке. Какую минимальную горизонтально направленную силу F следует приложить к нижней доске, чтобы сдвинуть ее с места? С каким ускорением будут двигаться бруски, если эту силу увеличить в 2 раза?



Решение

<u>I часть. Найдем минимальную горизонтально направленную силу F, при которой доски начнут двигаться</u>

1. Расставим силы и запишем уравнения динамики для нижней доски

$F - F_{\text{òð}1} - F_{\text{òð}2} - T = 0$, (1-1)

$N_2 - m_2 g - N_1 = 0$, (1-2)

где $F_{\text{òð}1}$ – сила трения, действующие между обеими досками, $F_{\text{òð}2}$ – сила трения между нижней доской и горизонтальной поверхностью, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы нормальной реакции между поверхностями досок и между нижней доской и горизонтальной поверхностью соответственно.

2. Расставим силы и запишем уравнения динамики для верхней доски

$T - F_{\text{òð}1} = 0$, (2-1)

$N_1 - m_1 g = 0$. (2-2)

3. $F_{\text{òð}1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g$ (3)

4. $F_{\text{òð}2} = \mu_2 N_2 = \mu_2(m_1 + m_2)g$ (4)

5. Решаем полученную систему и находим минимальную силу F

$F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2(m_1 + m_2)g = 16$ Н. (5)

<u>II часть. Найдем ускорение системы, когда на нижнюю доску действует сила равная $2F$.</u>

6. Уравнения динамики для нижней доски

$2F - F_{\text{òð}1} - F_{\text{òð}2} - T = m_2 a$, (6)

7. Уравнение динамики для верхней доски

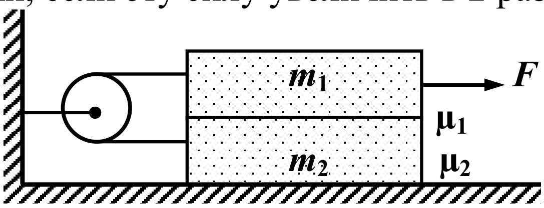
$T - F_{\text{òð}1} = m_1 a$, (7)

8. Складывая уравнения (6) и (7), и с учетом написанных выше уравнений, получим формулу для вычисления ускорения системы

$a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = 5{,}3$ м/с^2. (8)

Ответ. $F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2(m_1 + m_2)g = 16$ Н, $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = 5{,}3$ м/с^2.

2-2. (MAX = 30 баллов) Две длинные доски массами m_1 = 2 кг и m_2 = 1 кг лежат на горизонтальной поверхности, одна на другой (см. рисунок). Коэффициент трения между досками равен μ_1 = 0,4, а между нижней доской и поверхностью μ_2 = 0,2. Доски связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через легкий неподвижный блок, закрепленный на неподвижной стенке. Какую минимальную горизонтально направленную силу F следует приложить к верхней доске, чтобы сдвинуть ее с места? С каким ускорением будут двигаться бруски, если эту силу увеличить в 2 раза?



Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 2.1*, за исключением уравнений* (1-1) *и* (2-1)*, а также уравнений* (6) *и* (7)*. Выделены цветом уравнения, которые изменяются.*

<u>I часть. Найдем минимальную горизонтально направленную силу F, при которой доски начнут двигаться</u>

1. Расставим силы и запишем уравнения динамики для нижней доски

$T - F_{\text{òð}1} - F_{\text{òð}2} = 0$, (1-1)

$N_2 - m_2 g - N_1 = 0$, (1-2)

где $F_{\text{òð}1}$ – сила трения, действующие между обеими досками, $F_{\text{òð}2}$ – сила трения между нижней доской и горизонтальной поверхностью, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы нормальной реакции между поверхностями досок и между нижней доской и горизонтальной поверхностью соответственно.

2. Расставим силы и запишем уравнения динамики для верхней доски

$F - F_{\text{òð}1} - T = 0$, (2-1)

$N_1 - m_1 g = 0$. (2-2)

3. $F_{\text{òð}1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g$ (3)

4. $F_{\text{òð}2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (m_1 + m_2) g$ (4)

5. Решаем полученную систему и находим минимальную силу F

$F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 22$ Н. (5)

<u>II часть. Найдем ускорение системы, когда на нижнюю доску действует сила равная 2*F*.</u>

6. Уравнения динамики для нижней доски

$T - F_{\text{òð}1} - F_{\text{òð}2} = m_2 a$, (6)

7. Уравнение динамики для верхней доски

$2F - T - F_{\text{òð}1} = m_1 a$, (7)

8. Складывая уравнения (6) и (7), и с учетом написанных выше уравнений, получим формулу для вычисления ускорения системы

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 7{,}3 \text{ м/с}^2. \quad (8)$$

Ответ. $F = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = 22$ Н, $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = 7{,}3$ м/с^2.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на доски	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Записаны уравнения динамики для нижней доски (1-1) и (1-2) в первом случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
3	Записаны уравнения динамики для верхней доски (2-1) и (2-2) в первом случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
4	Записаны формулы закона Кулона-Амонтона для сил трения	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
5	Приведено решение полученной системы для первой части задачи и получена правильная формула для силы F (5)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

6	Проведен правильный численный расчет и получен числовой ответ для силы F	от 1 до 2 баллов
7	Записаны уравнения динамики вдоль горизонтального направления для нижней доски (6) и верхней доски (7) во втором случае	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
8	Приведено решение полученной системы для второй части задачи и получена правильная формула для ускорения a (8)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
9	Проведен правильный численный расчет и записан ответ для tgα или угла α в виде неравенства	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения

3.1. (MAX = 25 баллов) Тело, состоящее из куска льда и вмерзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится α = 95% объёма тела. Под действием солнечных лучей лед начинает таять. Сколько процентов льда должно растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 0{,}9\cdot10^3$ кг/м^3, плотность алюминия $\rho_а = 2{,}7\cdot10^3$ кг/м^3. Изменением уровня воды при таянии льда пренебречь.

Решение

1. Пусть V_0 – начальный объём льда, V_a – объём алюминиевого бруска, m_0, m_a – начальная масса льда и масса алюминиевого бруска соответственно. Запишем условие плавания тела в начальный момент

$$(m_0 + m_{\grave{a}})g = \rho_{\hat{a}} g (V_0 + V_{\grave{a}})\alpha\,, \quad (1\text{-}1)$$

где $m_0 = \rho_{\ddot{e}} V_0$ (1-2), $m_{\grave{a}} = \rho_{\grave{a}} V_{\grave{a}}$. (1-3)

2. Пусть растаяла часть β льда, тогда конечный объём льда $V = (1-\beta)V_0$.

$$(m + m_{\grave{a}})g = \rho_{\hat{a}} g (V + V_{\grave{a}})\,, \qquad (2)$$

где $m = \rho_{\ddot{e}} V$.

3. Из записанной выше системы уравнений можно получить

$$V_{\grave{a}} = \frac{V_0(\alpha\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})}{\rho_{\grave{a}} - \alpha\rho_{\hat{a}}} = \frac{1}{35}V_0\,,$$

$$\beta = 1 - \frac{(\rho_{\grave{a}} - \rho_{\hat{a}})(\alpha\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})}{(\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})(\rho_{\grave{a}} - \alpha\rho_{\hat{a}})} = 0{,}51\,. \ (3)$$

Ответ. $\beta = \left[1 - \frac{(\rho_{\grave{a}} - \rho_{\hat{a}})(\alpha\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})}{(\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})(\rho_{\grave{a}} - \alpha\rho_{\hat{a}})}\right]\cdot 100\% = 51\%\,.$

3.2 (MAX = 25 баллов) Тело, состоящее из куска льда и вмерзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится α = 95% объёма тела. Под действием солнечных лучей лед начинает таять. Сколько процентов объема тела окажется под водой, когда растает 25% льда?

Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность алюминия $\rho_а = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3. Изменением уровня воды при таянии льда пренебречь.

Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 3.1, *за исключением уравнения* (2). *Выделены цветом уравнения, которые изменяются.*

1. Запишем условие плавания тела в начальный момент

$$(m_0 + m_{\grave{a}})g = \rho_{\hat{a}} g (V_0 + V_{\grave{a}})\alpha \,, \quad (1\text{-}1)$$

где $m_0 = \rho_{\ddot{e}} V_0$ (1-2), $m_{\grave{a}} = \rho_{\grave{a}} V_{\grave{a}}$. (1-3)

2. Т.к. растаяло 25% льда, то конечный объём льда $V = \frac{3}{4} V_0$. Пусть γ – искомая часть погруженного объема тела.

$$(m + m_{\grave{a}})g = \rho_{\hat{a}} g \gamma (V + V_{\grave{a}})\,, \quad (2)$$

где $m = \rho_{\ddot{e}} V = \frac{3}{4} \rho_{\ddot{e}} V_0$.

3. Из записанной выше системы уравнений можно получить

$$V_{\grave{a}} = \frac{V_0(\alpha\rho_{\hat{a}} - \rho_{\ddot{e}})}{\rho_{\grave{a}} - \alpha\rho_{\hat{a}}} = \frac{1}{35} V_0 \,,$$

$$\gamma = \frac{\rho_{\ddot{e}} \cdot \frac{3}{4} V_0 + \rho_{\grave{a}} V_{\grave{a}}}{\rho_{\hat{a}}\left(\frac{3}{4} V_0 + V_{\grave{a}}\right)} = \frac{\rho_{\ddot{e}} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{35}\rho_{\grave{a}}}{\rho_{\hat{a}}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{35}\right)} = \frac{105\rho_{\ddot{e}} + 4\rho_{\grave{a}}}{109\rho_{\hat{a}}} = 0{,}966 \,. \ (3)$$

Ответ. $\gamma = \left(\frac{105\rho_{\ddot{e}} + 4\rho_{\grave{a}}}{109\rho_{\hat{a}}}\right) \cdot 100\% = 96{,}6\%$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записана связь массы и объёма льда и алюминиевого бруска (1-2) и (1-3).	по 2 баллу за каждую формулу (всего 4 балла)
2	Записано условие плавания тела в начальный момент (1-1)	от 1 до 5 баллов
3	Записано условие плавания тела после таяния части льда (2)	от 1 до 5 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ (3)	от 1 до 9 баллов

5	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

4-1. (MAX = 25 баллов) Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника нагрелось за время $\tau_1 = 1$ мин на $\Delta t_1 = 10$ºС. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника нагрелось за время $\tau_2 = 2$ мин на $\Delta t_2 = 10$ºС. На сколько градусов нагреется в чайнике за время $\tau_3 = 1$ мин то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые.

Решение

1. Обозначим: $c_в$ – удельная теплоёмкость воды, $c_я$ – удельная теплоёмкость яйца, C – теплоёмкость чайника; $m_в$ – масса воды, $m_я$ – масса яйца; N – мощность чайника. Будем считать, что вся электрическая энергия идет на нагревание чайника и его содержимого: $N\tau_i = Q_i$. Тогда

$$N\tau_1 = (C + c_{\hat{a}}m_{\hat{a}} + c_{\ddot{y}}m_{\ddot{y}})\Delta t_1, \quad (1\text{-}1)$$

$$N\tau_2 = (C + c_{\hat{a}}m_{\hat{a}} + 3c_{\ddot{y}}m_{\ddot{y}})\Delta t_2, \quad (1\text{-}2)$$

$$N\tau_3 = (C + c_{\hat{a}}m_{\hat{a}})\Delta t_3. \quad (1\text{-}3)$$

2. Приведенная выше система легко решается с помощью замены переменных:

$$x = \frac{C + c_{\hat{a}}m_{\hat{a}}}{N},\ y = \frac{c_{\ddot{y}}m_{\ddot{y}}}{N}.$$

Тогда

$$\begin{cases} x + y = \dfrac{\tau_1}{\Delta t_1}, \\ x + 3y = \dfrac{\tau_2}{\Delta t_2}, \Rightarrow\ x = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3\tau_1}{\Delta t_1} - \dfrac{\tau_2}{\Delta t_2}\right) \\ x = \dfrac{\tau_3}{\Delta t_3}. \end{cases}$$

3. Окончательно получим

$$\Delta t_3 = \frac{2\tau_3 \Delta t_1 \Delta t_2}{3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1} = 20^\circ\text{C}. \quad (3)$$

Ответ. $\Delta t_3 = \dfrac{2\tau_3 \Delta t_1 \Delta t_2}{3\tau_1 \Delta t_2 - \tau_2 \Delta t_1} = 20^\circ\text{C}$.

4-2. (MAX = 25 баллов) Юный исследователь Петя Петров налил в электрический чайник воды и положил туда куриное яйцо. Он заметил, что содержимое чайника за время $\tau_1 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_1 = 10$ºС. Когда Петя положил в чайник с тем же количеством воды 3 яйца, содержимое чайника за время $\tau_2 = 1$ мин нагрелось на $\Delta t_2 = 5$ºС. За какое время нагреется в чайнике на Δt_3 = 20ºС то же самое количество воды, но уже без яиц? Во всех трех процессах кипения воды не происходит. Яйца одинаковые.

Решение

Решение этой задачи аналогично, решению задачи 4.1. *Отличается только окончательная формула.*

3. $\tau_3 = \dfrac{(3\tau_1\Delta t_2 - \tau_2\Delta t_1)\Delta t_3}{2\Delta t_1\Delta t_2} = 1$ мин. (3)

Ответ. $\tau_3 = \dfrac{(3\tau_1\Delta t_2 - \tau_2\Delta t_1)\Delta t_3}{2\Delta t_1\Delta t_2} = 1$ мин.

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записано уравнение закона сохранения энергии для первого случая (1-1).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
2	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая (1-2).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
3	Записано уравнение закона сохранения энергии для второго случая (1-3).	от 1 до 5 баллов Если не учтена теплоемкость чайника - минус 1 балл
4	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов