## Вариант № 17

**1.** Имеется 5 кусков прозрачного стекла одинаковой квадратной формы и одинакового размера. Каждое стекло своими диагоналями условно разделено на 4 одинаковые части (прямоугольные треугольники), и один из этих треугольников закрашен непрозрачной краской своего индивидуального цвета, отличного от цветов закраски других стекол. Затем все эти стекла укладываются друг на друга в стопку (с точным выравниванием границ и вершин) закрашенными частями вверх. Сколько существует различных способов укладки стекол в стопку так, чтобы вся она в итоге оказалась полностью непрозрачной в вертикальном направлении. (12 баллов)

**2.** Решите уравнение $\sin^4(2025x)+\cos^{2019}(2016x)\cdot\cos^{2018}(2025x)=1$. (12 баллов)

**3.** На сторонах $AB$ и $AC$ треугольника $ABC$ выбраны точки $D$ и $E$ так, что площадь треугольника $ADE$ равна $0{,}5$. Вписанная в четырехугольник $BDEC$ окружность касается стороны $AB$ в точке $K$, причем $AK=3$. Найдите тангенс угла $BAC$, если около четырехугольника $BDEC$ можно описать окружность, и $BC=15$. (16 баллов)

**4.** Решите неравенство $\frac{2}{3}g\left(\frac{g(x)}{3}\right)+2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}}\geq 50g(g^2(x))$, где $g(x)=\frac{3}{x^2-4x+5}$. (20 баллов)

**5.** Найдите все значения параметров $a$ и $b$, при которых уравнение $6a-2ab\,\widetilde{\operatorname{tg}}x+\sqrt{2(x+|x+b\,\widetilde{\operatorname{tg}}x|+b\,\widetilde{\operatorname{tg}}x)}=4+2ax$ имеет единственное решение, если $\widetilde{\operatorname{tg}}x=\operatorname{tg}x$ при $x\neq\pi/2+\pi n$, и $\widetilde{\operatorname{tg}}x=0$ при $x=\pi/2+\pi n$, $n\in Z$. Укажите это решение при каждом из найденных значений $a$ и $b$. (20 баллов)

**6.** Найдите объемы частей, на которые делит правильную треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$ плоскость, параллельная диагонали $AC_1$ боковой грани $AA_1C_1C$, проходящая через вершину $C$ и центр симметрии боковой грани $AA_1B_1B$, если площадь сечения призмы этой плоскостью равна 21, а сторона основания призмы равна $2\sqrt{14}$. (20 баллов)



## Вариант № 20

**1.** Имеется 5 кусков прозрачного стекла одинакового размера и одинаковой формы – равносторонних треугольников. Каждый треугольник отрезками, соединяющими его центр с вершинами, условно разделен на 3 одинаковые части (равнобедренные треугольники), и одна из этих частей закрашена непрозрачной краской (цвета закраски частей различных стекол различны). Затем все эти стекла укладываются друг на друга в стопку (с точным выравниванием границ и вершин по вертикали), причем закрашенными поверхностями вверх. Сколько существует различных способов укладки стекол в стопку так, чтобы вся эта стопка в итоге оказалась хотя бы частично прозрачной (не закрашенной во всех слоях) в вертикальном направлении. (12 баллов)

**2.** Решите уравнение $\sin^4(2019x)+\cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2018}(2019x)=1$. (12 баллов)

**3.** На сторонах $AB$ и $AC$ треугольника $ABC$ выбраны точки $D$ и $E$ так, что площадь треугольника $ADE$ равна $1/18$. Вписанная в четырехугольник $BDEC$ окружность касается стороны $AB$ в точке $K$, причем $AK=1$. Найдите тангенс угла $BAC$, если около четырехугольника $BDEC$ можно описать окружность, и $BC=5$. (16 баллов)

**4.** Решите неравенство $\frac{7}{9}g\left(\frac{g(x)}{3}\right)+2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}}\geq 13g(g^2(x))$, где $g(x)=\frac{9}{x^2-6x+12}$. (20 баллов)

**5.** Найдите все значения параметров $a$ и $b$, при которых уравнение $2a-ab\,\widetilde{\operatorname{ctg}}x+2\sqrt{2(x+|x+b\,\widetilde{\operatorname{ctg}}x|+b\,\widetilde{\operatorname{ctg}}x)}=6+ax$ имеет единственное решение, если $\widetilde{\operatorname{ctg}}x=\operatorname{ctg}x$ при $x\neq\pi n$, и $\widetilde{\operatorname{ctg}}x=0$ при $x=\pi n$, $n\in Z$. Укажите это решение при каждом из найденных значений $a$ и $b$. (20 баллов)

**6.** Найдите объемы частей, на которые делит правильную треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$ плоскость, параллельная диагонали $AC_1$ боковой грани $AA_1C_1C$, проходящая через вершину $C$ и центр симметрии боковой грани $AA_1B_1B$, если площадь сечения призмы этой плоскостью равна $7\sqrt{3}/4$, а сторона основания призмы равна $\sqrt{14/3}$. (20 баллов)