

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», осень 2017 г.**

Вариант №4

Задача 1 (8 баллов). Существует ли система счисления, в которой $4 + 5 = 10$ и $4 * 5 = 24$ и $39 + 29 = 70$?

Задача 2 (8 баллов). Некто N жил в XIX в. Суммы цифр года его рождения и смерти одинаковы. Число прожитых им лет начинается цифрой 8. Определить год рождения N.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость 15 прямых?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $A(A \rightarrow B)(A \leftrightarrow \neg(CB))$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Задача 5 (8 баллов). В шахматном турнире участвовали два ученика седьмого класса и несколько учеников восьмого класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же количество очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире? Найти все решения, зная, что каждый с каждым играл один раз.

Задача 6 (8 баллов). Замените инфиксное выражение $(a^2+b)*(c+d^2)$, где ^ - знак операции возведения в степень, префиксным.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n-ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 0, a_2 = -4$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} + 4 \cdot a_n = 0$.

Задача 8 (12 баллов). Учитель предложил трем ученикам перемножить два числа. После умножения множимого на отдельные цифры множителя один из учеников при сложении частных произведений забыл удержать в уме одну единицу некоторого разряда. Разделив при проверке результат на множитель, он получил в частном 971, а в остатке 214. Второй ученик в указанном разряде не сделал ошибки, но при сложении цифр следующего разряда забыл прибавить двойку. Делая проверку таким же образом, как первый, он получил в частном 365, а в остатке 198. Третий сделал подобную же ошибку на единицу в следующем высшем разряде и получил при проверке в частном 940, а в остатке 48. Определить данные для умножения числа и указать, в каких местах были сделаны ошибки.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=54; b: byte=108; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=54, b=108; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и вычислите сумму элементов строго ниже побочной диагонали:

Pascal	C
<pre> const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 <> 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for j:=0 to n-1 do for i:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end. </pre>	<pre> #define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 != 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (j=0; j<n; j++) for (i=0; i<n; i++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; } </pre>

Решение варианта №4

Задача 1 (8 баллов). Существует ли система счисления, в которой $4 + 5 = 10$ и $4 * 5 = 24$ и $39 + 29 = 70$?

Ответ: НЕТ.

Задача 2 (8 баллов). Некто N жил в XIX в. Суммы цифр года его рождения и смерти одинаковы. Число прожитых им лет начинается цифрой 8. Определить год рождения N .

Ответ: 1809 г.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость 15 прямых?

Ответ: 121. В общем случае решение будет таким: n прямых могут разделить плоскость на $1+n(n+1)/2$ частей.

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $A(A \rightarrow B)(A \leftrightarrow \neg(CB))$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Ответ: $AB\neg C$.

Задача 5 (8 баллов). В шахматном турнире участвовали два ученика седьмого класса и несколько учеников восьмого класса. Два семиклассника набрали 8 очков, а каждый из восьмиклассников набрал одно и то же количество очков. Сколько восьмиклассников участвовало в турнире? Найти все решения, зная, что каждый с каждым играл один раз.

Ответ: 7 или 14.

Задача 6 (8 баллов). Замените инфиксное выражение $(a^2+b)(c+d^2)$, где \wedge - знак операции возведения в степень, префиксным.

Ответ: $*+^2a2b+c^2d$

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 0, a_2 = -4$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} + 4 \cdot a_n = 0$.

Ответ: $a_n = (1-n)2^n$.

Задача 8 (12 баллов). Учитель предложил трем ученикам перемножить два числа. После умножения множимого на отдельные цифры множителя один из учеников при сложении частных произведений забыл удержать в уме одну единицу некоторого разряда. Разделив при проверке результат на множитель, он получил в частном 971, а в остатке 214. Второй ученик в указанном разряде не сделал ошибки, но при сложении цифр следующего разряда забыл прибавить двойку. Делая проверку таким же образом, как первый, он получил в частном 365, а в остатке 198. Третий сделал подобную же ошибку на единицу в следующем высшем разряде и получил при проверке в частном 940, а в остатке 48. Определить данные для умножения числа и указать, в каких местах были сделаны ошибки.

Ответ: 972 и 314. Первый ученик уменьшил на единицу число сотен, второй уменьшил на две единицы число тысяч, третий уменьшил на единицу число десятков тысяч.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=54; b: byte=108; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=54, b=108; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Ответ: 111.

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и вычислите сумму элементов строго ниже побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 <> 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for j:=0 to n-1 do for i:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 != 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (j=0; j<n; j++) for (i=0; i<n; i++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

Окончательный вид матрицы D:

```
-4   -5   -9   -10  -10
-7   -8   -12  -13  -13
-13  -14  -26  -27  -27
-16  -17  -29  -30  -30
-18  -19  -31  -32  -32
```

Ответ: Сумма элементов матрицы D строго ниже побочной диагонали: -270.