

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», осень 2017 г.**

Вариант №2

Задача 1 (8 баллов). Число **10,2**, заданное в десятичной системе счисления, перевели в восьмеричную систему счисления. Найти **1998**-ю цифру после запятой.

Задача 2 (8 баллов). Сумма цифр трехзначного числа равна **11**, сумма квадратов тех же цифр **45**. Если от искомого числа отнять **198**, то получится обращенное число. Найти это число.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость **15** прямых?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $((\neg A \leftrightarrow \neg B \neg C) \rightarrow \neg C) \rightarrow (\neg A + \neg C + \neg B)$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Задача 5 (8 баллов). Найти трехзначное число по следующим условиям: а) его цифры составляют геометрическую прогрессию; б) если из него вычесть **297**, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке; в) если к цифрам данного числа прибавить соответственно **8, 5 и 1**, то полученные суммы составят арифметическую прогрессию.

Задача 6 (8 баллов). Замените префиксное выражение $a^2 + b^2 + c^2$, где \wedge - знак операции возведения в степень, инфиксным. В искомом результате допустимы лишние круглые скобки, которые не являются ошибкой.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для **n**-ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 2, a_2 = 4$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} + 4 \cdot a_n = 0$.

Задача 8 (12 баллов). Некоторую сумму денег следует выдать нескольким лицам. Первое лицо должно получить сначала **a** рублей и еще $1/n$ -ю часть того, что останется после этой предварительной выдачи. После того, как выдана первая часть, второе лицо должно получить $2 \cdot a$ рублей и еще $1/n$ -ю часть остатка. После уплаты первых двух частей третье лицо должно получить $3 \cdot a$ рублей и $1/n$ -ю часть остатка. Наконец, последнее **q**-е лицо получает $q \cdot a$ руб. Какова первоначальная сумма денег, и каково количество лиц, если известно, что все лица получили одинаковые суммы?

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=141; b: byte=77; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=141, b=77; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее побочной диагонали:

Pascal	C
<pre> const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=max(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end. </pre>	<pre> #define MAX(X,Y) ((X) > (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) D[i][j]= D[i][k]+D[k][j]); return 0; } </pre>

Решение варианта №2

Задача 1 (8 баллов). Число **10,2**, заданное в десятичной системе счисления, перевели в восьмеричную систему счисления. Найти **1998**-ю цифру после запятой.

Решение.

Поскольку надо найти 1998-ю цифру после запятой, достаточно перевести в восьмеричную систему счисления дробную часть, т.е. число 0,2.

$$0,2 \cdot 8 = 1,6$$

$$0,6 \cdot 8 = 4,8$$

$$0,8 \cdot 8 = 6,4$$

$$0,4 \cdot 8 = 3,2$$

$$0,2 \cdot 8 = 1,6$$

Получили $0,2_{10} = 0,(1463)_8$.

Число 1998 не кратно 4-м. Ближайшее число кратное 4-м, но не превосходящее 1998, будет 1996.

Следовательно, 1998-й цифрой будет 4.

Ответ: 4.

Задача 2 (8 баллов). Сумма цифр трехзначного числа равна **11**, сумма квадратов тех же цифр **45**. Если от искомого числа отнять **198**, то получится обращенное число. Найти это число.

Ответ: 452.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость **15** прямых?

Ответ: В общем случае решение будет таким: n прямых могут разделить плоскость на $1+n(n+1)/2$ частей. При $n=15$ будем иметь 121.

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $((\neg A \leftrightarrow \neg B \neg C) \rightarrow \neg C) \rightarrow (\neg A + \neg C + \neg B)$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Ответ:

Задача 5 (8 баллов). Найти трехзначное число по следующим условиям: а) его цифры составляют геометрическую прогрессию; б) если из него вычесть **297**, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке; в) если к цифрам данного числа прибавить соответственно **8, 5** и **1**, то полученные суммы составят арифметическую прогрессию.

Ответ: 421.

Задача 6 (8 баллов). Замените префиксное выражение $a^2 + b^2 + c^2$, где \wedge - знак операции возведения в степень, инфиксным. В искомом результате допустимы лишние круглые скобки, которые не являются ошибкой.

Ответ: $(a^2 + b^2 + c^2)^3$.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = 2, a_2 = 4$ и зная соответствующее количество первых членов последовательности $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} + 4 \cdot a_n = 0$.

Ответ: $a_n = 2^n$.

Задача 8 (12 баллов). Некоторую сумму денег следует выдать нескольким лицам. Первое лицо должно получить сначала a рублей и еще $1/n$ -ю часть того, что останется после этой предварительной выдачи. После того, как выдана первая часть, второе лицо должно получить $2*a$ рублей и еще $1/n$ -ю часть остатка. После уплаты первых двух частей третье лицо должно получить $3*a$ рублей и $1/n$ -ю часть остатка. Наконец, последнее q -е лицо получает $q*a$ руб. Какова первоначальная сумма денег, и каково количество лиц, если известно, что все лица получили одинаковые суммы?

Ответ: $(n - 1)^2 a$; число лиц $n - 1$.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=141; b: byte=77; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=141, b=77; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Ответ: 124.

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу D после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=max(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MAX(X,Y) ((X) > (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) D[i][j]= MAX(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

Решение задачи 10.

Исходный вид матрицы D:

-1	1	-2	2	-3
3	-4	4	-5	5
-6	6	-7	7	-8
8	-9	9	-10	10
-11	11	-12	12	-13

Вид матрицы D для k=0:

-1	1	-2	2	-3
3	4	4	5	5
-6	6	-7	7	-8
8	9	9	10	10
-11	11	-12	12	-13

Вид матрицы D для k=1:

4	5	9	10	10
7	8	12	13	13
13	14	26	27	27
16	17	29	30	30
18	19	31	32	32

Ответ: Элементы побочной диагонали: 18 17 26 13 10