

**Первый (отборочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Информатика», осень 2017 г.**

Вариант №1

Задача 1 (8 баллов). Число **357,45**, заданное в десятичной системе счисления, перевели в восьмеричную систему счисления. Найти **1997**-ю цифру после запятой.

Задача 2 (8 баллов). Найти два целых положительных числа, зная, что их разность равна **66**, а их наименьшее общее кратное равно **360**.

Задача 3 (8 баллов). На сколько частей можно разделить поверхность шара плоскостями, проходящими через его центр, при условии, что никакие три плоскости не проходят через один и тот же диаметр?

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $(C \rightarrow (A \leftrightarrow \neg B + C)) \rightarrow (A \neg C + \neg B \leftrightarrow A \neg BC)$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Задача 5 (8 баллов). Ученик должен перемножить два трехзначных числа и полученное произведение разделить на пятизначное число. Но он не заметил знака умножения и принял оба рядом стоящие числа за одно шестизначное. Поэтому полученное частное оказалось в три раза больше истинного. Определить все три числа

Задача 6 (8 баллов). Замените инфиксное выражение $(a^2+b^3)^4$, где \wedge - знак операции возведения в степень, префиксным.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = -1, a_2 = 1$ и каждое a_n , начиная с a_3 , есть $a_n = -2 \cdot a_{n-1} - a_{n-2}$.

Задача 8 (12 баллов). Некоторое количество денег было разложено на n кучек. После этого из первой кучи переложили во вторую $1/n$ -ю часть бывших в первой кучке денег. Затем из второй кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после перекладывания денег переложили в третью кучку. Далее $1/n$ -ю часть денег, получившихся после этого в третьей кучке, переложили в четвертую и т. д. Наконец, из n -ой кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после предшествующего перекладывания денег переложили в первую кучку. После этого в каждой кучке стало A руб. Сколько денег в каждой кучке было до перекладывания (рассмотреть случай $n=5$)?

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=217; b: byte=101; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=217, b=101; printf("%d\n", (byte)(~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу D после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer;</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n];</pre>

```

begin
k:=0; l:=0;
for i:=0 to n-1 do
for j:=0 to n-1 do
if ((i+j) mod 2 = 0)
then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end
else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end;
for k:=0 to 1 do
for i:=0 to n-1 do
for j:=0 to n-1 do
D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]);
end.

```

```

int main() {
int i, j, k=0, l=0;
for (i=0; i<n; i++)
for (j=0; j<n; j++)
if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=--k;
else D[i][j]=++l;
for (k=0; k<2; k++)
for (i=0; i<n; i++)
for (j=0; j<n; j++)
D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]);
return 0;
}

```

Решение варианта №1

Задача 1 (8 баллов). Число **357,45**, заданное в десятичной системе счисления, перевели в восьмеричную систему счисления. Найти **1997**-ю цифру после запятой.

Решение.

Поскольку надо найти 1997-ю цифру после запятой, достаточно перевести в восьмеричную систему счисления дробную часть, т.е. число 0,45.

$$0,45 \cdot 8 = 3,6$$

$$0,6 \cdot 8 = 4,8$$

$$0,8 \cdot 8 = 6,4$$

$$0,4 \cdot 8 = 3,2$$

$$0,2 \cdot 8 = 1,6$$

Получили $0,45_{10} = 0,3(4631)_8$.

Первая цифра после запятой – три; остаются 1996 цифр, находящихся в периодической части. Число 1996 кратно 4-м. Следовательно, 1997-й цифрой будет 1.

Ответ: 1.

Задача 2 (8 баллов). Найти два целых положительных числа, зная, что их разность равна **66**, а их наименьшее общее кратное равно **360**.

Ответ: 24 и 90.

Задача 3 (8 баллов). На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость **15** прямых?

Ответ: В общем случае решение будет таким: n прямых могут разделить плоскость на $1+n(n+1)/2$ частей. При $n=15$ будем иметь 121.

Задача 4 (8 баллов). Упростить логическую функцию $(C \rightarrow (A \leftrightarrow \neg B + C)) \rightarrow (A \neg C + \neg B \leftrightarrow A \neg BC)$. Упрощенный вид должен содержать не более 3-х логических операций.

Ответ: $C + B \neg A$.

Задача 5 (8 баллов). Ученик должен перемножить два трехзначных числа и полученное произведение разделить на пятизначное число. Но он не заметил знака умножения и принял оба рядом стоящие числа за одно шестизначное. Поэтому полученное частное оказалось в три раза больше истинного. Определить все три числа

Ответ: 167 и 334; пятизначное число 27889.

Задача 6 (8 баллов). Замените префиксное выражение $a^2 + b^2 + c^2$, где \wedge - знак операции возведения в степень, инфиксным. В искомом результате допустимы лишние круглые скобки, которые не являются ошибкой.

Ответ: $(a^2 + b^2 + c^2)^3$.

Задача 7 (12 баллов). Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n -ого члена ряда чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, если $a_1 = -1, a_2 = 1$ и каждое a_n , начиная с a_3 , есть $a_n = -2 \cdot a_{n-1} - a_{n-2}$.

Ответ: $a_n = (-1)^n$.

Задача 8 (12 баллов). Некоторое количество денег было разложено на n кучек. После этого из первой кучи переложили во вторую $1/n$ -ю часть бывших в первой кучке денег. Затем из второй кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после перекладывания денег переложили в третью кучку. Далее $1/n$ -ю часть денег, получившихся после этого в третьей кучке, переложили в четвертую и т. д. Наконец, из n -ой кучки $1/n$ -ю часть оказавшихся в ней после предшествующего перекладывания денег переложили в первую кучку. После этого в каждой кучке стало A руб. Сколько денег в каждой кучке было до перекладывания (рассмотреть случай $n=5$)?

Ответ: $x_1 = n(n-2)/(n-1)^2 * A$, $x_2 = (n^2 - 2n + 2)/(n-1)^2 * A$, $x_3 = x_4 = \dots = x_n = A$.

Задача 9 (12 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=217; b: byte=101; begin writeln(byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=217, b=101; printf("%d\n", (byte)~((byte)(b << 1) & (byte)(b >> 1))) & ((byte)((a b) >> 1) (byte)((a & b) << 1))); return 0; }</pre>

Ответ: 252.

Задача 10 (16 баллов). Постройте матрицу D после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее побочной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=--k; else D[i][j]=++l; for (k=0; k<2; k++) for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

Решение задачи 10.

После первичного заполнения матрица D будет иметь вид:

-1	1	-2	2	-3
3	-4	4	-5	5
-6	6	-7	7	-8
8	-9	9	-10	10
-11	11	-12	12	-13

Для $k=0$ матрица D будет иметь вид:

-2	-1	-4	0	-5
1	-4	-3	-5	-4
-8	-9	-12	-8	-13

6	-9	2	-10	1
-13	-14	-17	-13	-18

Для $k=1$ матрица D будет иметь вид:

-2	-5	-8	-10	-9
-3	-8	-11	-13	-12
-12	-17	-28	-30	-29
-12	-17	-28	-30	-29
-17	-22	-33	-35	-34

Ответ: Элементы побочной диагонали: -17 -17 -28 -13 -9.