

**Второй (заключительный) этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету  
«Информатика», весна 2017 г.**

**Вариант № 6**

**Задача 1 (8 баллов).** Перевести число 123,0703125 из десятичной системы счисления в четверичную систему счисления.

**Задача 2 (8 баллов).** Некто N жил в XIX в. В 1901 г. суммы цифр числа лет, прожитых им, равнялась сумме цифр года его рождения. В каком году родился N?

**Задача 3 (8 баллов).** На сколько частей можно разделить поверхность шара плоскостями, проходящими через его центр, при условии, что никакие три плоскости не проходят через один и тот же диаметр?

**Задача 4 (8 баллов).** Упростить логическую функцию  $(A \rightarrow (B + C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) + \neg(A \rightarrow C))$ . Упрощенный вид должен содержать не более  $2^x$  логических операций.

**Задача 5 (8 баллов).** В шахматном турнире участвовали ученики девятых и десятых классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4.5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники, если каждый с каждым играл один раз.

**Задача 6 (8 баллов).** Замените инфиксное выражение  $(a^2+b^3)^4$ , где  $\wedge$  - знак операции возведения в степень, префиксным.

**Задача 7 (12 баллов).** Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для n-ого члена ряда чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , если  $a_1 = 2, a_2 = 8$  и зная соответствующее количество первых членов последовательности  $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} - 4 \cdot a_n = 0$ .

**Задача 8 (12 баллов).** Знаменатель дроби меньше квадрата ее числителя на единицу; если к числителю и знаменателю прибавить по 2, то значение дроби будет больше  $1/4$ ; если от числителя и знаменателя отнять по 3, то значение дроби будет меньше  $1/10$ . Найти эту дробь.

**Задача 9 (12 баллов).** Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=22; b: byte=220; begin writeln( byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=22, b=220; printf( "%d\n", (byte)(~((byte)(b &lt;&lt; 1) &amp; (byte)(b &gt;&gt; 1))) &amp; ((byte)((a   b) &gt;&gt; 1)   (byte)((a &amp; b) &lt;&lt; 1)) ); return 0; }</pre>

**Задача 10 (16 баллов).** Постройте матрицу D после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее главной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k+1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l-1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) &lt; (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i&lt;n; i++) for (j=0; j&lt;n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=++k; else D[i][j]=--l; for (k=0; k&lt;2; k++) for (i=0; i&lt;n; i++) for (j=0; j&lt;n; j++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

## Ответы для варианта 6

**Задача 1 (8 баллов).** Перевести число **123,0703125** из десятичной системы счисления в четверичную систему счисления.

**Ответ: 1323,0102<sub>4</sub>.**

**Задача 2 (8 баллов).** Некто **N** жил в XIX в. В 1901 г. суммы цифр числа лет, прожитых им, равнялась сумме цифр года его рождения. В каком году родился **N**?

**Ответ: 1810 г.**

**Задача 3 (8 баллов).** На сколько частей можно разделить поверхность шара плоскостями, проходящими через его центр, при условии, что никакие три плоскости не проходят через один и тот же диаметр?

**Ответ:  $2 + n(n-1)$ .**

**Задача 4 (8 баллов).** Упростить логическую функцию  $(A \rightarrow (B + C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) + \neg(A \rightarrow C))$ . Упрощенный вид должен содержать не более  $2^x$  логических операций.

**Ответ:  $\neg A + B$  или  $A \rightarrow B$ .**

**Задача 5 (8 баллов).** В шахматном турнире участвовали ученики девятых и десятых классов. Десятиклассников было в 10 раз больше, чем девятиклассников, и они набрали вместе в 4.5 раза больше очков, чем все девятиклассники. Сколько очков набрали девятиклассники, если каждый с каждым играл один раз.

**Ответ: 10.**

**Задача 6 (8 баллов).** Замените инфиксное выражение  $(a^2 + b^3)^4$ , где  $\wedge$  - знак операции возведения в степень, префиксным.

**Ответ:  $\wedge + \wedge a^2 \wedge b^3 4$ .**

**Задача 7 (12 баллов).** Решить рекуррентную функцию, т. е. найти формулу для **n**-ого члена ряда чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , если  $a_1 = 2, a_2 = 8$  и зная соответствующее количество первых членов последовательности  $a_{n+2} - 4 \cdot a_{n+1} - 4 \cdot a_n = 0$ .

**Ответ:  $a_n = n \cdot 2^n$ .**

**Задача 8 (12 баллов).** Знаменатель дроби меньше квадрата ее числителя на единицу; если к числителю и знаменателю прибавить по 2, то значение дроби будет больше  $1/4$ ; если от числителя и знаменателя отнять по 3, то значение дроби будет меньше  $1/10$ . Найти эту дробь.

**Ответ:**  $3/8$ , или  $4/15$ , или  $5/24$ .

**Задача 9 (12 баллов).** Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=22; b: byte=220; begin writeln( byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=22, b=220; printf( "%d\n", (byte)(~((byte)(b &lt;&lt; 1) &amp; (byte)(b &gt;&gt; 1))) &amp; ((byte)((a   b) &gt;&gt; 1)   (byte)((a &amp; b) &lt;&lt; 1)) ); return 0; }</pre>

**Ответ:** 71.

**Задача 10 (16 баллов).** Постройте матрицу **D** после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее главной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 = 0) then begin k:=k+1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l-1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) &lt; (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i&lt;n; i++) for (j=0; j&lt;n; j++) if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]=++k; else D[i][j]=--l; for (k=0; k&lt;2; k++) for (i=0; i&lt;n; i++) for (j=0; j&lt;n; j++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

**Решение задачи 10.**

Исходный вид матрицы D:

```
1 -1 2 -2 3
-3 4 -4 5 -5
6 -6 7 -7 8
-8 9 -9 10 -10
11 -11 12 -12 13
```

Матрица D для k=0:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 3 \\ -3 & -4 & -4 & -5 & -5 \\ 6 & -6 & 7 & -7 & 8 \\ -8 & -9 & -9 & -10 & -10 \\ 11 & -11 & 12 & -12 & 13 \end{pmatrix}$$

Матрица D для k=1:

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 & -9 & -10 & -10 \\ -7 & -8 & -12 & -13 & -13 \\ -13 & -14 & -26 & -27 & -27 \\ -16 & -17 & -29 & -30 & -30 \\ -18 & -19 & -31 & -32 & -32 \end{pmatrix}$$

**Ответ:** главная диагональ: -4 -8 -26 -30 -32.