Второй (заключительный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету «Физика»,

весна 2017 г.

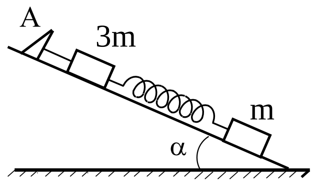
Вариант № 24

З А Д А Ч А 1.

Два тела, находящиеся на одной высоте, брошены одновременно с одинаковыми начальными скоростями $\upsilon_0 = 8\ м/с$, одно – вертикально вверх, а другое – вертикально вниз. Определите τ – разницу во времени движения тел до земли. Принять g = 10 м/с^2.

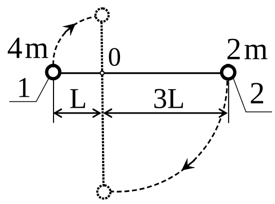
З А Д А Ч А 2.

Бруски массами 3m и m соединены невесомой пружиной и прикреплены лёгкой нитью к упору A, закреплённому на гладкой наклонной плоскости с углом наклона α = 30^0. Найдите силу натяжения нити, если система покоится. Найдите ускорение (направление и модуль) бруска массой 3m сразу после пережигания нити.



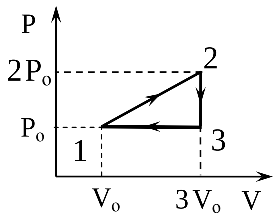
З А Д А Ч А 3.

Вокруг горизонтальной оси O может свободно вращаться легкий рычаг, плечи которого равны L и 3L. На концах рычага укреплены грузы массами 4m и 2m. Первоначально рычаг удерживается в горизонтальном положении, как показано на рисунке. Затем рычаг отпускают без начальной скорости. Определите линейные скорости грузов в момент прохождения стержнем положения равновесия.



З А Д А Ч А 4.

На P - V диаграмме изображен цикл 1–2–3–1, проводимый с одноатомным идеальным газом. Определите отношение количества теплоты Q_{23}, отданной газом в процессе 2–3, к Q_{31}, отданной газом в процессе 3–1.

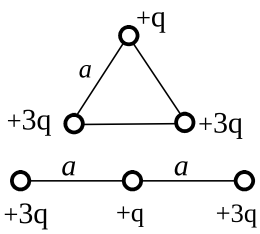


З А Д А Ч А 5.

Сосуд разделён пористой перегородкой на две равные части. В начальный момент в одной части сосуда находится гелий массой $m = 1\ кг$, а в другой –аргон массой $m = 1\ кг$. Атомы гелия могут свободно проникать через поры в перегородке, а атомы аргона – нет. Начальная температура гелия равна температуре аргона: *T=300 K*. Определите внутреннюю энергию гелий-аргоновой смеси после установления равновесия в системе.

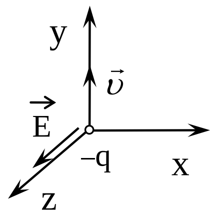
З А Д А Ч А 6.

Три положительных точечных заряда +3q, +q и +3q, связанных между собой нитями, расположены в вершинах правильного треугольника со стороной *a.* После разрыва одной из нитей заряды расположились вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Найдите работу сил электрического поля, необходимую для перестройки системы расположения зарядов.



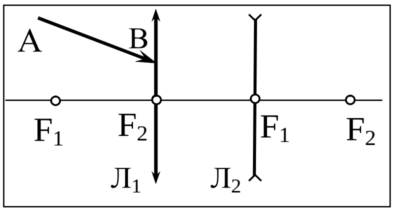
З А Д А Ч А 7.

Отрицательно заряженная частица движется с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}$ вдоль оси y в стационарном однородном электромагнитном поле. Определите модуль и направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$, если вектор напряжённости электрического поля $\vec{E}$ направлен вдоль оси z.



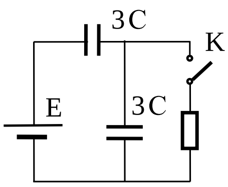
З А Д А Ч А 8.

Оптическая система состоит из собирающей Л$_1$ и рассеивающей Л$_2$ линз с общей главной оптической осью. Главные фокусы собирающей линзы обозначены F$_1$, а рассеивающей линзы – F$_2$. Постройте дальнейший ход луча AB через оптическую систему.



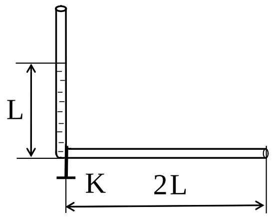
З А Д А Ч А 9.

Какое количество тепла выделится на резисторе после замыкания ключа К? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



З А Д А Ч А 10.

Вертикальная часть тонкой открытой с обоих концов L-образной трубки заполнена на длину L жидкостью и удерживается с помощью клапана K. Найдите, через какое время τ после открытия клапана, скорость жидкости достигнет половины от максимального значения. Силами трения и поверхностного натяжения пренебречь. При течении жидкость заполняет всё сечение трубки.



Решение варианта №24

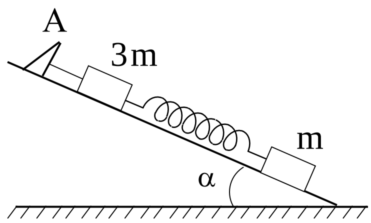
З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = 1{,}6\ \ c}$ **.**

$$\Delta t = 2\frac{\upsilon_0}{g} = \frac{2\cdot 8}{10} = 1{,}6\ \ c\ .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{a = \frac{3m+m}{3m} g\sin\alpha = \frac{2}{3}g}$ Ускорение брусков массой $3m$ *и* m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.



1) Силу натяжения нити находим из условия равновесия системы

$$T = (3m+m)g\sin\alpha = 4mg\cdot\frac{1}{2} = 2mg\ .$$

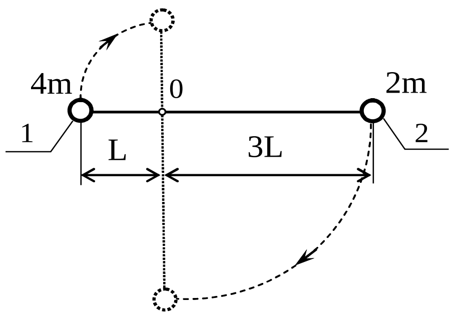
2) Ускорение бруска $3m+m$

$$a == \frac{(3m+m)g\sin\alpha}{3m} = \frac{4m}{3m} g\sin 30^0 = \frac{2}{3}g\ .$$

Ускорение брусков массой $2m$ *и* m направлено вдоль наклонной плоскости вниз.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{11}gL}}$ **,** $\boxed{\upsilon_2 = 3\sqrt{\frac{2}{11}gL}}$ **.**



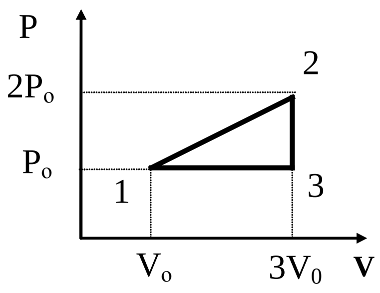
Пусть скорости грузов в момент прохождения положения равновесия равны υ_1 и υ_2. Тогда, пренебрегая трением, в соответствии с законом сохранения механической энергии, запишем:

$$\frac{4m\upsilon_1^2}{2} + \frac{2m\upsilon_2^2}{2} = 2mg\cdot 3L - 4mgL \qquad (1)$$

Поскольку угловая скорость ω вращения грузов одинакова, то $\upsilon_1 = \omega L$ **,** $\upsilon_2 = 3\omega L$ **,** и $\upsilon_2 = 3\upsilon_1$ (2). Подставив (2) в (1), получим $2\upsilon_1^2 + 9\upsilon_1^2 = 6gL - 4gL$**,** $11\upsilon_1^2 = 2gL$**,**

откуда $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{11}gL}$ **,** $\upsilon_2 = 3\sqrt{\frac{2}{11}gL}$ **.**

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{\dfrac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}9}$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(6P_0V_0 - 3P_0V_0) = \frac{9}{2}P_0V_0\,;$$

$$Q_{31} = \frac{5}{2}(3P_0V_0 - P_0V_0) = 5P_0V_0\,;$$

$$\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0{,}9\,.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{U = 560кДж}$.

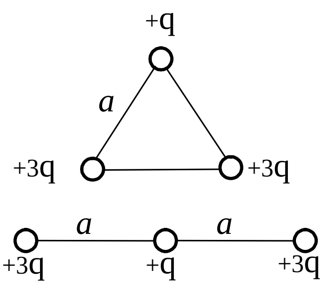
После установления равновесия в системе, гелий равномерно распределится по всему сосуду. В результате в половине сосуда с аргоном окажется $\nu_1 = \dfrac{m}{2M_{He}}$ молей гелия и $\nu_2 = \dfrac{m}{M_{Ar}}$ молей аргона. Здесь m- масса гелия или аргона. Внутренняя энергия смеси пропорциональна температуре и количеству вещества и не зависит от их химического состава:

$$U = (\nu_1 + \nu_2)\frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}mRT\left(\frac{1}{2M_{He}} + \frac{1}{M_{Ar}}\right);$$

$$U = \frac{3}{2}\cdot 8{,}3\cdot 300\cdot\left(1\cdot 0{,}008 + \frac{1}{0{,}04}\right) = 560кДж\,.$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \dfrac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}}$.



Работа сил электрического поля, необходимая для перестройки системы, равна убыли потенциальной энергии взаимодействующих зарядов при изменении конфигурации расположения зарядов $A = W_1 - W_2$.

Начальная энергия системы $W_1 = k\dfrac{3q\cdot q}{a} + k\dfrac{q\cdot 3q}{a} + k\dfrac{3q\cdot 3q}{a} = 15k\dfrac{q^2}{a}$.

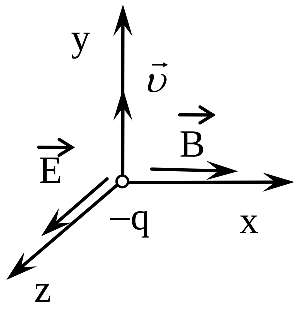
Конечная энергия системы $W_2 = k\dfrac{3q\cdot q}{a} + k\dfrac{3q\cdot 3q}{2a} + k\dfrac{q\cdot 3q}{a} = 10{,}5k\dfrac{q^2}{a}$.

$$A = W_1 - W_2 = 15k\frac{q^2}{a} - 10{,}5k\frac{q^2}{a} = 4{,}5k\frac{q^2}{a} = \frac{4{,}5q^2}{4\pi\varepsilon_o a} = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}. \qquad A = \frac{9q^2}{8\pi\varepsilon_o a}$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

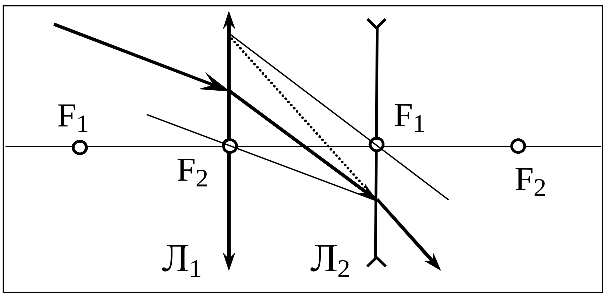
Ответ: На рисунке .

$$\boxed{B = \frac{E}{\upsilon}}$$



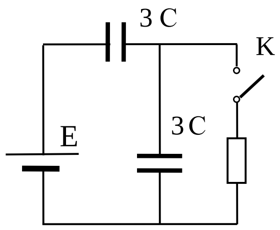
З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ:



З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = \frac{3}{4}\text{C} \cdot E^2}$.



До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{БАТ} = \frac{3C \cdot 3C}{3C + 3C} = \frac{3}{2}C$.

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = \frac{3}{2}C \cdot E$

3) Энергия батареи конденсаторов $\text{W}_1 = \frac{\text{C}_{\text{БАЕ}} \cdot E^2}{2} = \frac{3CE^2}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}CE^2$

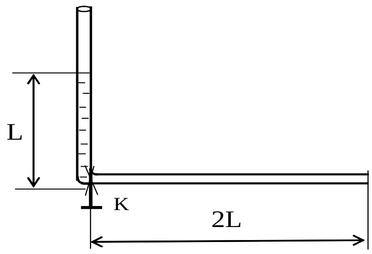
После замыкания ключа конденсатор 3С зарядится до напряжения Е, его заряд станет равным $q_2 = 3CE$, а энергия $\text{W}_2 = \frac{3}{2}\text{C} \cdot E^2$.

Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(3CE - \frac{3}{2}CE\right) = \frac{3}{2}CE^2$

Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{3}{2}CE^2 - \left[\frac{3}{2}C \cdot E^2 - \frac{3}{4}C \cdot E^2\right] = \frac{3}{4}C \cdot E^2, \qquad \boxed{Q = \frac{3}{4}C \cdot E^2}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)



Ответ**:** $\boxed{\tau = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{L}{g}}}$.

Воспользуемся законом сохранения энергии

$$W_o = W_{кин} + W_{пот} = const.$$

Начальная потенциальная энергия столба жидкости длины L равна кинетической энергии жидкости плюс потенциальной энергии столба жидкости длины x

$$mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m}{L}x\frac{x}{2} \cdot g \qquad (1)$$

Так как $\frac{dW_o}{dt} = 0$, то, продифференцировав выражение (1) по времени, получим

$$\frac{m}{2} \cdot 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{m}{L}g \cdot x\dot{x} = 0 \qquad (2)$$

Учитывая, что $\frac{dx}{dt} \neq 0$, получим: $\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 0$ (3)

Итак, вытекание жидкости удовлетворяет уравнению гармонических

колебаний с периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. (4)

Уравнение, описывающее скорость вытекания жидкости из вертикальной части трубки имеет вид: $\upsilon = \upsilon_{max}\sin\omega t$. При $t = \tau$, $\upsilon = \frac{\upsilon_{max}}{2}$. Тогда $\frac{\upsilon_{max}}{2} = \upsilon_{max}\sin\omega\tau$.

Следовательно $\omega\tau = \frac{\pi}{6}$. И тогда время, через которое после открытия клапана скорость жидкости достигнет половины от максимального значения $\tau = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{L}{g}}$.