

**Первый (заочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2016 г.
9 КЛАСС**

Задание 1.

Определить минимальное основание системы счисления, для которого существует решение уравнения $8_{2y} * x_y + 2_y * x_{2y} = 30_y$. X - целое число.

Ответ обоснуйте.

Задание 2. Спортивный лагерь.

В летний спортивный лагерь приехали Женя, Юра, Митя и Вася. Один из них занимается боксом, другой - хоккеем, третий - футболом, четвёртый - бейсболом: один - 1 год, другой - 3 года, третий - 5 лет, четвёртый - 6 лет. В лагере они провели 4, 6, 8 и 12 недель. Определите, кто каким видом спорта и сколько лет занимается, и какое время каждый провёл в лагере, если известно, что:

- 1) тот, кто пробыл в лагере меньше всех, - футболист;
- 2) Митя занимается спортом 3 года, а Юра не хоккеист;
- 3) Вася в спорте на 2 года дольше, чем Митя;
- 4) футболист занимается спортом на 5 лет дольше, чем боксёр;
- 5) хоккеист пробыл в лагере дольше, чем Митя, но меньше, чем Женя.

Ответ обоснуйте.

Задание 3.

20 десятиклассников поехали летом отдыхать в Крым: в Ялту, Судак и Феодосию. В Феодосии отдыхали 15 человек. В Судаке, Феодосии и Ялте отдохнуло 5 человек. В Феодосии и Судаке, но не в Ялте, отдохнуло 4 человека. Если известно, что в Судаке отдыхало 9 человек, а в Феодосии и Ялте, но не в Судаке, не отдыхал никто, сколько человек отдыхало в Ялте?

Ответ обоснуйте.

Задание 4.

На вход автомату подаётся четырёхзначное число в восьмеричной системе счисления.

Автомат выполняет следующие действия:

- переводит число в шестнадцатеричную систему счисления;
- увеличивает разряды числа на 1, при этом разряд F не меняется.

Назовите:

1. максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата,

2. сколько существует различных четырёхзначных чисел в восьмеричной системе счисления, подав которые на вход будет получено максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата.

Ответ обоснуйте.

Задание 5.

Дан кран с водой, канистра ёмкостью 5 литров и банка ёмкостью 3 литра. Как с их помощью набрать ровно 4 литра воды? Разрешается переливать воду из одного сосуда в другой, наполнять их из-под крана или выливать в сток.

Задание 6.

С клавиатуры вводятся действительное число $r > 0$ и натуральное число q_{max} . Необходимо написать программу, которая найдёт и выведет на экран наилучшее приближение r в виде рациональной дроби p/q , где $q \leq q_{max}$ ($r, q_{max} \leq 10000$).

Пример

Входные данные

1,755

500

Выходные данные

351/200

Задание 7.

С клавиатуры вводится последовательность целых чисел (в диапазоне от -30000, до 30000), по одному в строке. Количество чисел неизвестно, но не превышает 1000. Признаком окончания последовательности является ввод числа «0».

Необходимо найти максимальную длину (количество элементов) подпоследовательности состоящей только из простых по модулю чисел.

Например, при вводе «2, -1, -7, 3, 28, 5, -3, 0» есть следующие последовательности простых по модулю чисел: 2 (одно число); -7, 3 (два числа); 5, -3 (два числа). Из них наиболее длинные содержат по 2 элемента, т.е. ответ 2.

Задание 8.

Коля собрался пройти подземелье в World of Warcraft. Для выполнения такой задачи в этой игре нужно ещё четыре человека: один лекарь и трое бойцов, способных наносить монстрам урон. Коля обращается в чат своего клана. Требуется вывести имена игроков, с которыми Коля пойдёт в подземелье.

Формат входных данных:

В первой строке консольного ввода задаётся число N – количество ответов, которые получил Коля в чате. N больше или равно 4. В следующих N строках дисциплинированные товарищи Коли пишут свои ответы. Каждая строчка содержит имя ответившего, записанное в квадратных скобках. Затем стоит двоеточие и пробел, после чего идёт ответ. Ответ гарантированно содержит ровно одно целое неотрицательное число, ограниченное пробелом или концом строки. Это число показывает уровень снаряжения бойца. Также ответ гарантированно содержит роль, которую готов взять на себя игрок: в строке содержится либо слово «*лекарь*», либо слово «*боец*».

Вам необходимо отобрать среди товарищей Коли одного лекаря и трёх бойцов с наилучшим снаряжением, и вывести их имена в произвольном порядке.

Пример входных данных:

6

[Оленек]: лекарь 600

[Эльф]: боец 750 огневик

[Вася]: могу пойти паладином боец 800 илвл

[Дима]: 801 боец

[Оля]: 750 лекарь

[Пушкин]: боец 775....

Ответ:

Вася

Дима

Пушкин

Оля

1г	-	-	-	+	-							
3г	-	-	+	-	+	-	-	-				
5л	+	-	-	-	-							
6л	+	-	-	-	-			-				
Бокс	-	-	-	+			-		+	-	-	-
Фут.	-	+	-	-			-		-	-	-	+
Бей.	-	-	+	-			-		-	+	-	-
Хок.	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	+	-

Из нее получаем:

Вася: хоккей, 8 недель, 5 лет

Юра: футбол, 4 недели, 6 лет

Митя: бейсбол, 6 недель, 3 года

Женя: бокс, 12 недель, 1 год

Задание 3. (10 баллов)

20 десятиклассников поехали летом отдыхать в Крым: в Ялту, Судак и Феодосию. В Феодосии отдыхали 15 человек. В Судаке, Феодосии и Ялте отдохнуло 5 человек. В Феодосии и Судаке, но не в Ялте, отдохнуло 4 человека. Если известно, что в Судаке отдыхало 9 человек, а в Феодосии и Ялте, но не в Судаке, не отдыхал никто, сколько человек отдыхало в Ялте?

Ответ обоснуйте.

Решение:

Всего поехало 20 человек. В Судаке отдохнуло 9 человек. В Феодосии и Судаке, но не в Ялте, отдохнуло 4 человека, во всех трёх городах отдыхало 5 человек. Следовательно, среди отдыхавших в Судаке нет того, кто отдыхал бы только в этом городе. Следовательно, все отдыхавшие и в Ялте, и в Феодосии, отдыхали ещё и в Судаке. Тогда по формуле находим:

$$20 = 15 + x - 5$$

$$x = 10$$

Ответ: 10 человек.

Задание 4. (10 баллов)

На вход автомату подаётся четырёхзначное число в восьмеричной системе счисления.

Автомат выполняет следующие действия:

- переводит число в шестнадцатеричную систему счисления;
- увеличивает разряды числа на 1, при этом разряд F не меняется.

Назовите:

1. максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата,
2. сколько существует различных четырёхзначных чисел в восьмеричной системе счисления, подав которые на вход будет получено максимальное число в шестнадцатеричной системе счисления, которое может быть получено в результате работы автомата.

Ответ обоснуйте.

Решение:

Рассмотрим максимальное 4-х значное число: 777_8

Его двоичное представление $111\ 111\ 111$, а шестнадцатеричное $1\ 1111\ 1111 = 1FF_{16}$

Если его обработает автомат, то мы получим: $2FF_{16}$ ответ на 1-й вопрос.

Как можно еще получить это число: $1FE_{16}$, $1EF_{16}$, $1EE_{16}$ т.е. еще тремя способами. Итак, ответ на второй 4-ре способа.

Задание 5. (10 баллов)

Дан кран с водой, канистра ёмкостью 5 литров и банка ёмкостью 3 литра. Как с их помощью набрать ровно 4 литра воды? Разрешается переливать воду из одного сосуда в другой, наполнять их из-под крана или выливать в сток.

Решение:

Первый способ.

Наполняем банку. Выливаем в канистру. Ещё раз наполняем банку. Наливаем в канистру. В банке остался 1 литр воды. Выливаем канистру в сток. Наливаем воду из банки в канистру. Наполняем банку. Выливаем банку в канистру. В канистре 4 литра.

Второй способ.

Наполняем канистру. Выливаем 3 литра в банку. Выливаем банку. В канистре осталось 2 литра, переливаем их в банку. Наполняем канистру. Переливаем в банку. В канистре осталось 4 литра.

Задание 6. (15 баллов)

С клавиатуры вводятся действительное число $r > 0$ и натуральное число q_{\max} . Необходимо написать программу, которая найдёт и выведет на экран наилучшее приближение r в виде рациональной дроби p/q , где $q \leq q_{\max}$ ($r, q_{\max} \leq 10000$).

Пример

Входные данные

1,755

500

Выходные данные

351/200

Решение:

```
var
  p, q, qmax, np, nq: longint;
  d, r, min: real;

begin
  write('r=');
  readln(r);
  write('qmax=');
  readln(qmax);
  p := 0; q := 1; min := r;
  np := 1; nq := qmax;
  repeat
    if p / q < r THEN // если дробь меньше заданного числа, то
      p := p + 1 // увеличиваем числитель
    ELSE // иначе
      q := q + 1; // увеличиваем знаменатель
    d := abs(r - p / q);
    if d < min THEN
      begin
        min := d;
        np := p;
        nq := q
      end
  until (q >= qmax) OR (d = 0);
  writeln(np:7, '/', nq);
end.
```

Задание 7. (15 баллов)

С клавиатуры вводится последовательность целых чисел (в диапазоне от -30000, до 30000), по одному в строке. Количество чисел неизвестно, но не превышает 1000. Признаком окончания последовательности является ввод числа «0».

Необходимо найти максимальную длину (количество элементов) подпоследовательности состоящей только из простых по модулю чисел.

Например, при вводе «2, -1, -7, 3, 28, 5, -3, 0» есть следующие последовательности простых по модулю чисел: 2 (одно число); -7, 3 (два числа); 5, -3 (два числа). Из них наиболее длинные содержат по 2 элемента, т.е. ответ 2.

Решение:

```
function IsProst(Chislo: integer):boolean;
Var
  Delitel, Kolvo: integer;
begin
  Kolvo := 0;
  for Delitel := 1 to Abs(Chislo) do
    if Chislo mod Delitel = 0 then
      Kolvo := Kolvo + 1;
  IsProst := Kolvo = 2;
end;
```

```
Var
  Chislo, Kolvo, MaxKolvo: Integer;
Begin
  Kolvo := 0;
  MaxKolvo := 0;
  Repeat
    Read(Chislo);
    Chislo := Abs(Chislo);
    if IsProst(Chislo) then
      Kolvo := Kolvo + 1
    else
      Kolvo := 0;
    if Kolvo > MaxKolvo then
      MaxKolvo := Kolvo;
  Until Chislo = 0;
  WriteLn(MaxKolvo);
End.
```

Задание 8. (20 баллов)

Коля собрался пройти подземелье в World of Warcraft. Для выполнения такой задачи в этой игре нужно ещё четыре человека: один лекарь и трое бойцов, способных наносить монстрам урон. Коля обращается в чат своего клана. Требуется вывести имена игроков, с которыми Коля пойдёт в подземелье.

Формат входных данных:

В первой строке консольного ввода задаётся число N – количество ответов, которые получил Коля в чате. N больше или равно 4. В следующих N строках дисциплинированные товарищи Коли пишут свои ответы. Каждая строчка содержит имя ответившего, записанное в квадратных скобках. Затем стоит двоеточие и пробел, после чего идёт ответ. Ответ гарантированно содержит ровно одно целое неотрицательное число, ограниченное пробелом или концом строки. Это число показывает

уровень снаряжения бойца. Также ответ гарантированно содержит роль, которую готов взять на себя игрок: в строке содержится либо слово «*лекарь*», либо слово «*боец*».

Вам необходимо отобрать среди товарищей Коли одного лекаря и трёх бойцов с наилучшим снаряжением, и вывести их имена в произвольном порядке.

Пример входных данных:

```
6
[Оленек]: лекарь 600
[Эльф]: боец 750 огневик
[Вася]: могу пойти паладином боец 800 илвл
[Дима]: 801 боец
[Оля]: 750 лекарь
[Пушкин]: боец 775....
```

Ответ:

```
Вася
Дима
Пушкин
Оля
```

Решение:

```
program instance;
const M=3;
type Tcharacter=record
    nickname:string;
    ilevel:integer;
end;
Tlist = array [1..M] of Tcharacter;

function getilevel(s:string):integer;
var x,code:integer;
    flag:boolean;
    s1:string;
begin
    x:=-1;
    flag:=true; //призак незавершенности работы
    while flag do
        begin
            while pos(' ',s)=1 do
                delete(s,1,1);
            s1:=copy(s,1,pos(' ',s)-1);
            delete(s,1,pos(' ',s));
            val(s1,x,code);
            if code=0 then
                begin
                    flag:=false;
                end;
            end;
        getilevel:=x;
    end;

procedure checkhealer(s,name:string; var healer:Tcharacter);
var k:integer;
```

```

begin
  k:=getilevel(s);
  if k>healer.ilevel then
    begin
      healer.nickname:=name;
      healer.ilevel:=k;
    end;
end;

procedure shift(var damager:Tlist; k:integer);
var i:integer;
begin
  for i:=1 to k-1 do
    damager[i]:=damager[i+1];
  end;

procedure checkdamager(s,name:string; var damager:Tlist);
var k,i:integer;
begin
  k:=getilevel(s);
  i:=M;
  while (i>=1) and (k<damager[i].ilevel) do
    begin
      i:=i-1;
    end;
  if i>=1 then
    begin
      shift(damager,i);
      damager[i].nickname:=name;
      damager[i].ilevel:=k;
    end;
end;

function fullset(healer:Tcharacter; damager:Tlist):boolean;
var i:integer;
    flag:boolean;
begin
  flag:=healer.ilevel>0;
  i:=1;
  while flag and (i<=M) do
    begin
      flag:=damager[i].ilevel>0;
      i:=i+1;
    end;
  fullset:=flag;
end;

procedure output(healer:Tcharacter; damager:Tlist);
var i:integer;
begin
  writeln(healer.nickname);
  for i:=1 to M do
    writeln(damager[i].nickname);
  end;

var healer:Tcharacter;
    damager:Tlist;
    i,n:integer;
    s,name:string;
begin
  for i:=1 to M do           //инициализация
    begin
      damager[i].nickname:='';
      damager[i].ilevel:=-1;
    end;
  end;

```

```

end;
healer.nickname:='';
healer.ilevel:=-1;
readln(n); //узнаем количество участников
For i:=1 to n do //получаем входные данные в цикле
begin
  readln(s);
  name:=copy(s,2,pos(']: ',s)-2); //извлечь имя игрока
  delete(s,1,pos(']: ',s)+1);
  s:=s+' ';
  if pos(' лекарь ',s)>0 then //если игрок лекарь, то
    checkhealer(s,name,healer) //проверить уровень лекаря
  else //иначе
    checkdamager(s,name,damager); //проверить уровень бойца
end;
if fullset(healer,damager) then //если комплект набран, то
  output(healer, damager) //вывести результат
else //иначе
  writeln('Группа не набирается'); //сказать, что партия не набирается
end.

```