

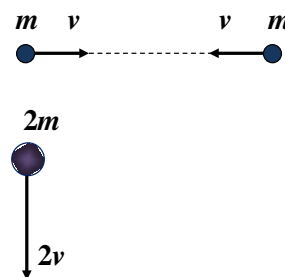
**Первый (заочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Физика», осень 2016 г.**

9 КЛАСС

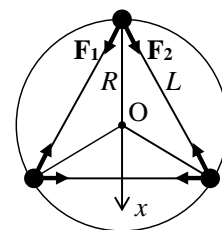
Вариант 1К

1. (20 баллов) Маленький шарик падает с некоторой высоты h без начальной скорости на горизонтальную плоскость и отскакивает от нее. При каждом ударе о плоскость шарик теряет 19% своей энергии. К моменту девятого удара полное время движения шарика равно 120,3 с. С какой высоты h упал шарик? Чему равно максимальное время движения шарика? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения считайте постоянным и равным $g = 10$ м/с.

2. (20 баллов) На две частицы – одну массой m , летящую со скоростью v , другую массой $2m$, летящую со скоростью $2v$, перпендикулярно к траектории первой, – начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время t частица массой m имеет скорость v и движется в противоположном направлении. С какой скоростью будет двигаться частица массой $2m$ спустя время $2t$ после начала действия силы? На какой угол при этом повернется вектор скорости частицы массой $2m$?

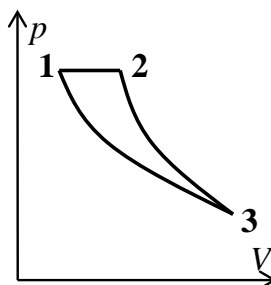


3. (20 баллов) Три звезды массы m каждая сохраняют в своем движении конфигурацию равностороннего треугольника со стороной L . Чему равен период вращения звезд?



4. (20 баллов) Атмосфера планеты состоит из смеси инертных газов – гелия и аргона, причем парциальное давление гелия в 2 раза больше парциального давления аргона. Для изучения планеты, на ее поверхность опускается исследовательский зонд, представляющий собой замкнутую полость, внутри которой вакуум. От удара о поверхность в стенке полости образовалась микротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы. Через эту трещину в полость начали поступать газы из атмосферы планеты. Определите отношение концентраций гелия и аргона в полости через малый промежуток времени после образования микротрещины. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы атмосферы имеют одинаковую кинетическую энергию. Молярная масса гелия $\mu_1 = 4$ г/моль, аргона $\mu_2 = 40$ г/моль.

5. (20 баллов) Тепловая машина, рабочим телом которой является гелий, совершает цикл (см. рисунок), состоящий из изотермы, адиабаты и изобары (какой из линий соответствует какой процесс, определите сами!). Чему равен КПД этого цикла, если известно, что модуль работы, совершаемой гелием, в изотермическом процессе в 2 раза больше, модуля работы, совершаемой в изобарном процессе.



Решения заданий для 9 класса. Вариант 1К.

1. (20 баллов) Маленький шарик падает с некоторой высоты h без начальной скорости на горизонтальную плоскость и отскакивает от нее. При каждом ударе о плоскость шарик теряет 19% своей энергии. К моменту девятого удара полное время движения шарика равно 120,3 с. С какой высоты h упал шарик? Чему равно максимальное время движения шарика? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения считайте постоянным и равным $g = 10$ м/с.

Решение

Обозначим t_0 – время падения шарика до первого удара о плоскость. Тогда $h = \frac{gt_0^2}{2}$.

После первого удара шарик поднимется на высоту h_1 , которую найдем из закона сохранения энергии: $mgh_1 = \eta mgh$ (1), $\Rightarrow h_1 = \eta h = \eta \frac{gt_0^2}{2}$ (2), где $\eta = 1 - 0,19 = 0,81$ – доля энергии, которую имеет шарик после удара о плоскость. В результате время подъема на высоту h_1 равно $t_1 = \sqrt{\eta} \cdot t_0$.

Аналогично после второго удара шарик поднимется на высоту $h_2 = \eta h_1 = \eta^2 \frac{gt_0^2}{2}$, и время его подъема на эту высоту $t_2 = (\sqrt{\eta})^2 t_0$. При этом после n -го удара $t_n = (\sqrt{\eta})^n t_0$.

Интервалы времени t_0, t_1, t_2, \dots образуют геометрическую прогрессию. Полное время движения шарика равно $t = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \dots + 2t_n =$

$$\begin{aligned} &= t_0 + 2 \left[t_0 \sqrt{\eta} + t_0 (\sqrt{\eta})^2 + \dots + t_0 (\sqrt{\eta})^n \right] = \\ &= -t_0 + 2 \left[t_0 + t_0 \sqrt{\eta} + t_0 (\sqrt{\eta})^2 + \dots + t_0 (\sqrt{\eta})^n \right] = -t_0 + 2t_0 \frac{1 - (\sqrt{\eta})^{n+1}}{1 - \sqrt{\eta}}. \\ &\Rightarrow t_0 = \frac{t(1 - \sqrt{\eta})}{1 + \sqrt{\eta} - 2(\sqrt{\eta})^{n+1}} \quad (3). \end{aligned}$$

Численный расчет. $t_0 = \frac{120,3 \cdot 0,1}{1,9 - 2 \cdot 0,9^{10}} = 10$ с. Тогда $h = \frac{gt_0^2}{2} = \underline{\underline{500 \text{ м}}}$.

Посчитаем максимальное время движения шарика до его полной остановки. Т.к. $\eta^{n+1} \rightarrow 0$

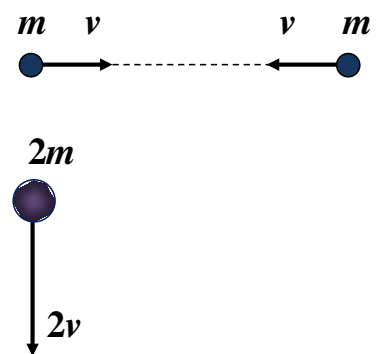
при $n \rightarrow \infty$, то $t_{\max} = t_0 \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}} = \frac{10 \cdot 1,9}{0,1} = 190$ с (4).

Ответ. $h = 500$ м, $t_{\max} = 190$ с.

Критерии оценивания задачи 1.

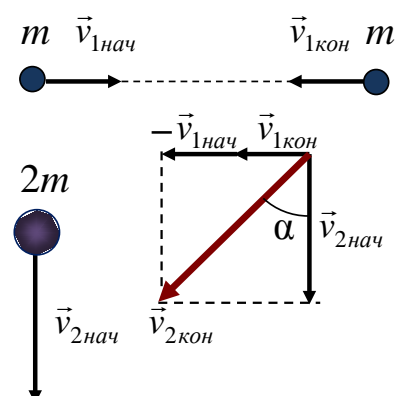
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записаны уравнения для нахождения высоты h_1 (1)	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула (2) для h_1	1 балл
3	Есть понимание, что времена подъемов на максимальную высоту после удара t_1, t_2, t_3 и т.д. образуют геометрическую прогрессию	1 балл
4	Правильно записаны все члены геометрической прогрессии	от 1 до 2 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула (3) для времени t_0	от 1 до 6 баллов
6	Проведены арифметические расчеты и получен числовой ответ для высоты падения h	от 1 до 3 баллов
7	Получена формула для максимального времени движения шарика t_{\max} (4)	от 1 до 4 баллов
8	Получен числовой ответ для t_{\max}	1 балл

2. (20 баллов) На две частицы – одну массой m , летящую со скоростью v , другую массой $2m$, летящую со скоростью $2v$, перпендикулярно к траектории первой, – начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время t частица массой m имеет скорость v и движется в противоположном направлении. С какой скоростью будет двигаться частица массой $2m$ спустя время $2t$ после начала действия силы? На какой угол при этом повернется вектор скорости частицы массой $2m$?



Решение

Запишем закон изменения импульса для обеих частиц:



$\vec{F}t = m\vec{v}_{1кон} - m\vec{v}_{1нач}$, где $|\vec{v}_{1кон}| = |\vec{v}_{1нач}| = v$ для частицы массой m ,

$\vec{F} \cdot 2t = 2m\vec{v}_{2кон} - 2m\vec{v}_{2нач}$, где $|\vec{v}_{2нач}| = 2v$, для частицы массой $2m$.

$$\Rightarrow \vec{v}_{2кон} = \vec{v}_{1кон} - \vec{v}_{1нач} + \vec{v}_{2нач}.$$

Модуль вектора $\vec{v}_{2кон}$ и его направление найдем из рисунка.

Откуда $|\vec{v}_{2кон}| = 2v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

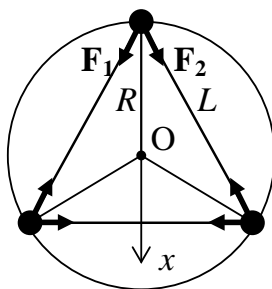
Ответ. $|\vec{v}_{2кон}| = 2v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записан закон изменения импульса для частицы массой m (или, как альтернатива второй закон Ньютона) в векторной форме	от 1 до 3 баллов
2	Записан закон изменения импульса для частицы массой $2m$ (или, как альтернатива, второй закон Ньютона) в векторной форме	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для нахождения вектора конечной скорости частицы массой $2m$	от 1 до 5 баллов
4	Сделан рисунок, поясняющий нахождение конечной скорости частицы массой $2m$	от 1 до 5 баллов
5	Получена формула для модуля конечной скорости частицы массой $2m$	от 1 до 2 баллов
6	Получена величина угла поворота вектора скорости частицы массой $2m$	от 1 до 2 баллов

3. (20 баллов) Три звезды массы m каждая сохраняют в своем движении конфигурацию равностороннего треугольника со стороной L . Чему равен период вращения звезд?

Решение



Запишем уравнение вращения звезд (см. рисунок)

$$x : 2F_1 \cos 30^\circ = m\omega^2 R, \quad (1)$$

где радиус вращения $R = \frac{L/2}{\cos 30^\circ} = \frac{L}{\sqrt{3}}$, $F_1 = F_2 = G \frac{m^2}{L^2}$.

$$\Rightarrow 2G \frac{m^2}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m\omega^2 \frac{L}{\sqrt{3}}, \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3Gm}{L^3}} \quad (2) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{3Gm}}.$$

Ответ. $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{3Gm}}$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мак. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)
1	Сделан рисунок, на котором расставлены силы, действующие на звезды	от 1 до 3 баллов
2	Записано уравнение движения звезды (1)	от 1 до 4 баллов
3	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула (2) для нахождения угловой скорости ω	от 1 до 10 баллов
4	Записана формула для периода T и получен период обращения спутника	от 1 до 3 баллов

4. (20 баллов) Атмосфера планеты состоит из смеси инертных газов – гелия и аргона, причем парциальное давление гелия в 2 раза больше парциального давления аргона. Для изучения планеты, на ее поверхность опускается исследовательский зонд, представляющий собой замкнутую полость, внутри которой вакуум. От удара о поверхность в стенке полости образовалась мик-

ротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы. Через эту трещину в полость начали поступать газы из атмосферы планеты. Определите отношение концентраций гелия и аргона в полости через малый промежуток времени после образования микротрещины. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы атмосферы имеют одинаковую кинетическую энергию. Молярная масса гелия $\mu_1 = 4$ г/моль, аргона $\mu_2 = 40$ г/моль.

Решение

За малое время Δt после образования микротрещины в полость влетает количество атомов

$$\text{гелия } \Delta N_1 = \frac{1}{6} n_1 S v_1 \Delta t, \quad (1)$$

где n_1 – концентрация гелия в атмосфере планеты, v_1 – скорость атомов гелия в атмосфере, S – площадь микротрещины.

Аналогично находим количество атомов аргона, влетевших в полость за то же самое время,

$$\Delta N_2 = \frac{1}{6} n_2 S v_2 \Delta t, \quad (2)$$

где n_2 – концентрация аргона в атмосфере планеты, v_2 – скорость атомов аргона в атмосфере.

Т.к. концентрация атомов в полости $n_{\text{ип}}$ связана с количеством атомов ΔN_i ($i = 1$ – гелий, $i =$

$$2$$
 – аргон) и объемом полости V формулой $n_{\text{ип}} = \frac{\Delta N_i}{V}$, (3)

то отношение концентраций гелия и аргона в полости равно

$$\alpha = \frac{n_{1\text{п}}}{n_{2\text{п}}} = \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{n_1 v_1}{n_2 v_2}. \quad (4)$$

Т.к., по условию, все молекулы (атомы) имеют одинаковую кинетическую энергию

$$E = \frac{3}{2} kT, \text{ то температура газов атмосферы } T = \text{const. Основное уравнение МКТ } p_i = n_i \frac{2}{3} E \text{ дает}$$

$$\text{связь парциальных давлений газов } p_i \text{ и их концентраций } n_i, \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (5)$$

Скорости атомов в атмосфере планеты вычисляются по формуле $v_i = \sqrt{\frac{2E}{m_{\text{ia}}}}$, где масса

$$\text{атома } m_{\text{ia}} = \frac{\mu_i}{N_A}, \text{ или по формуле } v_i = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_i}}. \mu_i \text{ – молярная масса гелия } (i = 1) \text{ или аргона } (i =$$

2).

Тогда

$$\alpha = \frac{n_{1п}}{n_{2п}} = \frac{n_1 v_1}{n_2 v_2} = \frac{p_1}{p_2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 2\sqrt{10} \approx 6,3. \quad (6)$$

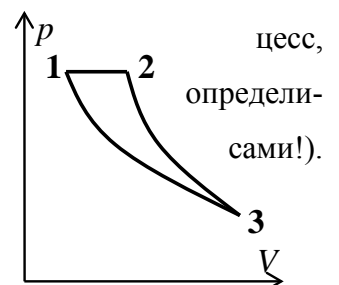
Примечание. Более точный расчет дает в формулах (1) и (2) коэффициент 1/4 вместо 1/6. Но прошу не придираться, даже если коэффициент в этих формулах у школьников окажется совсем другим. Вместе с тем очень важно понимание школьниками того факта, что отношение концентраций газов в атмосфере не равно отношению концентраций газов в полости $\frac{n_{1п}}{n_{2п}} \neq \frac{n_1}{n_2}$.

Ответ. $\alpha = \frac{n_{1п}}{n_{2п}} = \frac{p_1}{p_2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 2\sqrt{10} \approx 6,3.$

Критерии оценивания задачи 4.

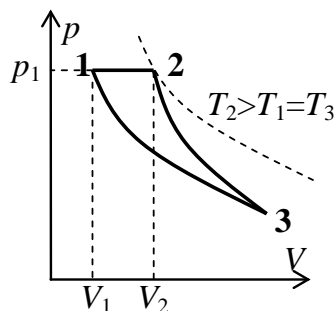
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Получена формула (1) или (и) (2) для количества атомов, влетающих в полость	от 1 до 5 баллов
2	Установлена связь числа атомов, влетающих в полость, с концентрацией атомов в полости (3)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула (4)	от 1 до 5 баллов
4	Установлена связь (5) парциальных давлений газов и их концентрации в атмосфере	от 1 до 2 баллов
5	Записана формула для скорости атомов в атмосфере	от 1 до 2 баллов
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула (6) для отношения концентраций газов в полости	от 1 до 2 баллов
7	Получен числовой ответ	от 1 до 2 баллов

5. (20 баллов) Тепловая машина, рабочим телом которой является гелий, совершает цикл (см. рисунок), состоящий из изотермы, адиабаты и изобары (какой из линий соответствует какой про-



Чему равен КПД этого цикла, если известно, что модуль работы, совершаемой гелием, в изотермическом процессе в 2 раза больше, модуля работы, совершаемой в изобарном процессе.

Решение



Т.к., при адиабатическом расширении газ охлаждается, то из двух кривых, проведенных из одной точки 3, адиабата круче, чем изотерма (см. рисунок). Поэтому **12 – изобара, 23 – адиабата, 31 – изотерма** ($T_3 = T_1$).

$$\text{КПД цикла равен } \eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{\text{пол}}}, \quad (1)$$

$$\text{где работа за цикл } A_{\text{цикл}} = A_{12} + A_{23} + A_{31}, \quad (2)$$

Одноатомный газ гелий получает тепло на изобаре 12.

$$Q_{\text{пол}} = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}, \quad (3)$$

$$\text{где } \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T, \quad \Delta T = T_2 - T_1 = T_2 - T_3, \quad A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R \Delta T, \quad (4).$$

$$\text{По условию } |A_{31}| = 2A_{12} \Rightarrow A_{31} = -|A_{31}| = -2\nu R \Delta T. \quad (5)$$

$$\text{В адиабатном процессе 23 } A_{23} = -\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T. \quad (6)$$

$$\text{Тогда } A_{\text{цикл}} = \nu R \Delta T + \frac{3}{2} \nu R \Delta T - 2\nu R \Delta T = \frac{1}{2} \nu R \Delta T, \quad (7)$$

$$Q_{\text{пол}} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T. \quad (8) \Rightarrow \eta = \frac{\frac{1}{2} \nu R \Delta T}{\frac{5}{2} \nu R \Delta T} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Ответ. } \eta = \frac{1}{5} = 20\%.$$

Критерии оценивания задачи 5.

Решение содержит следующие верные элементы	Мак. балл ставится, когда дан-
--	--------------------------------

	решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	ный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Приведено объяснение какая из двух кривых 23 или 31 – изотерма, а какая адиабата	от 1 до 2 баллов
2	Определены процессы, соответствующие каждой из линий	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
3	Записана формула для КПД цикла (1)	1 балл
4	Записана формула (2) для вычисления работы за цикл	1 балл
5	Определено, что газ получает тепло на 12	1 балл
6	Посчитана работа в изобарном процессе 12 (формула (4))	от 1 до 2 баллов
7	Записана формула (5) для работы в изотермическом процессе 31	1 балл
8	Посчитана работа в адиабатном процессе 23 (формула (6))	от 1 до 2 баллов
9	Посчитана работа за цикл (7)	от 1 до 3 баллов
10	Записана формула для $Q_{\text{пол.}}$ (8)	от 1 до 2 баллов
11	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получено значение КПД	от 1 до 2 баллов