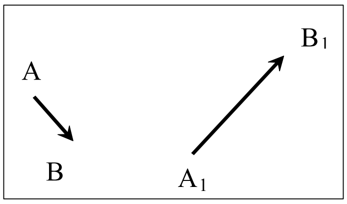
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП –НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ» ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРЕДМЕТ «ФИЗИКА» ВАРИАНТ № 3**

### З А Д А Ч А 1




На рисунке показаны предмет AB и его изображение $A_1B_1$, полученное с помощью линзы. Определите построением положение линзы и её главной оптической оси.

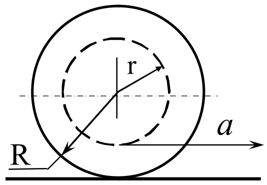
### З А Д А Ч А 2

При какой скорости, соизмеримой со скоростью света, кинетическая энергия частицы вдвое больше ее энергии покоя

### З А Д А Ч А 3

Маленький упругий шарик бросают со скоростью $\upsilon = 1\ м/с$ под углом $\alpha = 45^o$ к горизонту. Коэффициент восстановления вертикальной составляющей скорости шарика после удара о горизонтальную плоскость, с которой производился бросок, R = 0, 99. Найдите расстояние S от точки бросания , на котором шарик перестанет подпрыгивать, если горизонтальная составляющая его скорости не изменяется. (Коэффициентом восстановления $K = \upsilon_2 / \upsilon_1$ называется отношение скорости после удара $\upsilon_2$ к скорости до удара $\upsilon_1$)

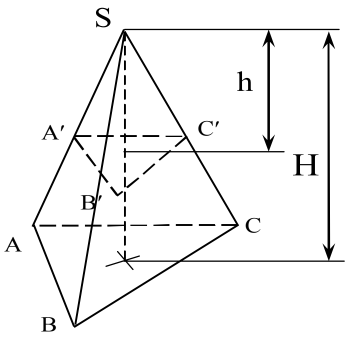
### З А Д А Ч А 4




Катушку тянут за нить по полу , как показано на рисунке, причем ускорение катушки постоянно и равно $a$ . При каком коэффициенте трения между ободами катушки и полом катушка будет скользить не вращаясь? Радиусы обода и вала катушки равны R и r .

### З А Д А Ч А 5

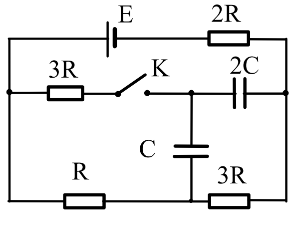
Небольшая шайба массы m = 5,0 г начинает скользить, если её положить на шероховатую поверхность полусферы на высоте $h_1$= 60 см от горизонтального основания полусферы. Продолжая соскальзывать, шайба отрывается от полусферы на высоте $h_2$ = 25 см. Найдите работу сил трения, действующих на шайбу при её соскальзывании.




### З А Д А Ч А 6.

Пирамида SABC высотой H равномерно заряжена по объёму. Потенциал в точке S равен $\varphi_o$ . От этой пирамиды плоскостью, параллельной основанию, отрезают пирамиду SA′B′C′ высотой h = 1/4 H и удаляют её на бесконечность. Найдите потенциал $\varphi$ в той точке, где находилась вершина S исходной пирамиды.

### З А Д А Ч А 7.

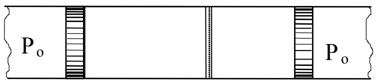



Определите заряд q, протекающий через ключ K при его замыкании в схеме, изображённой на рисунке. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

### З А Д А Ч А 8

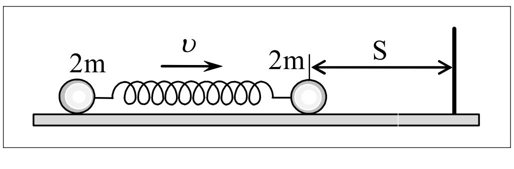
Сверхпроводящее кольцо радиуса R расположено в однородном магнитном поле, величина индукции которого равна B. Первоначально плоскость кольца параллельна вектору магнитной индукции, и ток в кольце равен нулю. Определите индуктивность L кольца, , если известно, что для поворота кольца на угол $\alpha = 90^o$ вокруг оси, проходящей через его диаметр, в положение, при котором плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции, надо затратить работу, равную A.

### З А Д А Ч А 9




В сосуде укреплена неподвижная перегородка, по обе стороны от которой помещают подвижные поршни. Левая часть сосуда (между перегородкой и левым поршнем) содержит по 0,5 моль кислорода и гелия, правая часть (между перегородкой и правым поршнем) - один моль воды. Температура системы t = 100 $^oC$ . Перегородка проницаема для гелия и непроницаема для остальных газов. Определите объём V правой части сосуда после установления равновесия. Атмосферное давление Po = $10^5$ Па. Силами трения пренебречь.

### З А Д А Ч А 10

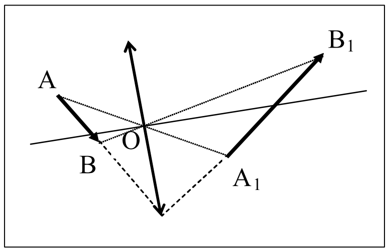



Два одинаковых шарика, имеющих массу 2m каждый, соединены между собой недеформированной пружиной жесткости k, как показано на рисунке. Вся система движется со скоростью $\upsilon$ по горизонтальной плоскости и налетает на вертикальную стену. В момент времени t = 0 правый шарик находился на расстоянии S от стены. Определите интервал времени Δt, через который правый шарик опять окажется на расстоянии S от стены после удара. Удар считать абсолютно упругим. Силами трения и массой пружины пренебречь.

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ» ФИЗИКА**

# РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 3

**З А Д А Ч А 1**. (4 балла)




**З А Д А Ч А 2**. (4 балла)

Ответ: $\boxed{\upsilon = 2{,}8\cdot 10^8 \ м/с}$.

$\boxed{E_{кин} = 2m_o c^2}$ $\boxed{2m_o c^2 = mc^2 - m_o c^2}$ $\boxed{3m_o c^2 = mc^2}$

Т.к. $\boxed{m = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}}}$, то $\boxed{3m_o c^2 = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}}c^2}$ $\boxed{1-\beta^2 = \dfrac{1}{9}}$ $\boxed{\upsilon = c\dfrac{\sqrt{8}}{3} = \dfrac{2}{3}c\sqrt{2} = 2{,}8\cdot 10^8 \ м/с}$.

**З А Д А Ч А 3**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{S = \dfrac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} \approx 10 м}$.

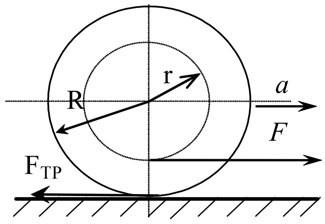
Между моментом броска шарика и его первым ударом о плоскость пройдёт время $\boxed{t = \dfrac{2\upsilon \sin\alpha}{g}}$. После удара горизонтальная составляющая скорости шарика не изменится, а вертикальная станет равна $R\upsilon$. Значит, между первым и вторым ударами шарика о плоскость пройдёт время $t_1 = \dfrac{2R\upsilon \sin\alpha}{g}$. Рассуждая аналогично, получим, что между n-ым и (n+1)-ым ударами пройдёт время $t_n = \dfrac{2\upsilon \sin\alpha}{g}R^n$. Полное время T, в течение которого шарик будет продолжать прыгать, может быть найдено, как сумма промежутков времени $t_n$: $T = \sum_{n=0}^{\infty} t_n = \dfrac{2\upsilon \sin\alpha}{g}\sum_{n=0}^{\infty} R^n = \dfrac{2\upsilon \sin\alpha}{g}\cdot\dfrac{1}{1-R}$. Здесь мы использовали формулу для суммы геометрической прогрессии. Так как горизонтальная составляющая скорости шарика во время процесса не изменяется, то для расстояния, которое пропрыгает шарик, получим $S = \upsilon\cos\alpha T = \dfrac{\upsilon^2 \sin 2\alpha}{g(1-R)} = \dfrac{1^2\cdot 1}{10\cdot\cdot(1-0{,}99)} = \dfrac{1}{10\cdot 0{,}01} \approx 10 \ м$ .

**З А Д А Ч А 4**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu = \dfrac{r}{(R-r)}\cdot\dfrac{a}{g}}$.

Катушка не будет вращаться, если момент сил трения относительно центра масс будет равен моменту силы F, приводящей катушку в движение, т.е. если $F_{ТРЕН}R = Fr$ (1)

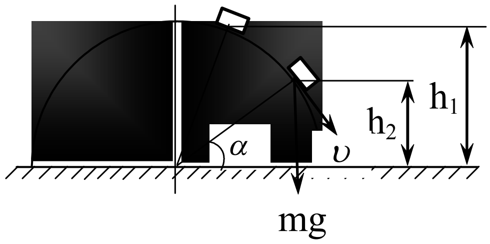
$F_{ТРЕН} = \mu mg$ (2), а $F = \mu mg + ma$, (3)
где m- масса катушки




Подставив (2) и (3) в (1), найдем μ $\mu = \dfrac{r}{(R-r)}\dfrac{a}{g}$.

**З А Д А Ч А 5**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{A_{TP} = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж}$ .




1) В момент отрыва шайбы от поверхности полусферы в соответствии со вторым законом Ньютона

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = mg\sin\alpha\ ,\quad \text{где}\quad \sin\alpha = \frac{h_2}{R}.\quad \text{Тогда}\quad \frac{m\upsilon^2}{R} = mg\frac{h_2}{R}\quad \text{и}\quad \upsilon^2 = gh_2 .$$

2) Согласно закону сохранения энергии $\Delta W_{КИН} = mg(h_1 - h_2) + A_{TP}$ , где $\Delta W_{КИН} = \frac{m\upsilon^2}{2} = 0$

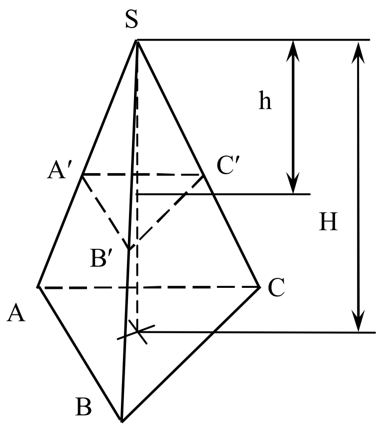
$$A_{TP} = \frac{m\upsilon^2}{2} - mg(h_1 - h_2) = \frac{m}{2}gh_2 - mg(h_1 - h_2) = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) = 5\cdot 10^{-3}\cdot 10\left(\frac{3}{2}\cdot 0{,}25 - 0{,}6\right) =$$

$$= 5\cdot(-0{,}225)\cdot 10^{-2} \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж$$

$$A_{TP} = mg\left(\frac{3}{2}h_2 - h_1\right) \approx -1{,}1\cdot 10^{-2}\ Дж$$

**З А Д А Ч А 6**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{\varphi'' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \frac{15}{16}\varphi_0}$ .



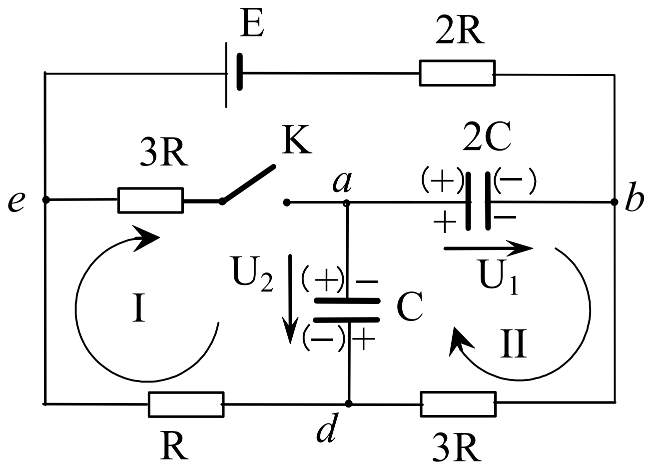

Пусть V, V′, Q, Q′, - объёмы и заряды пирамид SABCD и SA′B′C′D′ соответственно. Так как пирамиды подобны и их заряды пропорциональны объёмам, а объёмы – кубу сходственных высот, то $\frac{V}{V'} = \frac{Q}{Q'} = \frac{H^3}{h^3}$ . До того, как часть исходной пирамиды отрезали, потенциал $\varphi_0$ в точке S складывался из потенциала $\varphi'$ пирамиды SA′B′C′D′ и потенциала $\varphi''$ оставшейся части ABCDA′B′C′D′ , то есть $\varphi_0 = \varphi' + \varphi''$ . Потенциал, создаваемый в точке S каждой из пирамид, прямо пропорционален их заряду и обратно пропорционален их характерному линейному размеру. Поэтому $\frac{\varphi_0}{\varphi'} = \frac{\frac{Q}{H}}{\frac{Q'}{h}} = \frac{H^2}{h^2}$. Из двух последних уравнений

получаем: $\varphi'' = \varphi_0 - \varphi' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0$ .

При h =H/4, $\varphi'' = \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\varphi_0 = \left(1 - \frac{H^2}{16\cdot H^2}\right)\varphi_0 = \frac{15}{16}\varphi_0$ .

**З А Д А Ч А 7**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \frac{3}{2}CE}$ .




Сила тока при любом положении ключа остаётся неизменной, и её можно определить по второму правилу Кирхгофа при обходе по внешнему контуру: $I(3R + 2R + R) = E$.

Отсюда следует $I = \frac{E}{6R}$.

При переключении ключа изменятся заряды на конденсаторах. Найдём эти изменения.

Обозначим заряды на конденсаторах C и 2C до замыкания ключа $q_1$ и $q_2$, а после замыкания ключа $q_1'$ и $q_2'$, соответственно.

**До замыкания ключа:**

В разомкнутом положении ключа оба конденсатора соединены последовательно и к ним приложено напряжение, равное падению напряжения на сопротивлении 3R, т.е. $U = I \cdot 3R = \frac{E}{2}$.

Полярность обкладок конденсаторов указана на рисунке.

Заряды на конденсаторах C и 2C одинаковы и составляют $q_1 = q_2 = q_{БАТ}$.

$$q_{БАТ} = \frac{2}{3}C \cdot I \cdot 3R = \frac{2}{3}C \cdot \frac{E}{6R} \cdot 3R = \frac{1}{3}CE.$$

**После замыкания ключа К** уравнения Кирхгофа:

Для **I участка** $adea$: $I \cdot R - \frac{q_1'}{C} = 0$. откуда $q_1' = I \cdot R \cdot C = \frac{E}{6R} R \cdot C = \frac{1}{6}CE$.

Для **II участка** $abda$:

$$I \cdot 3R + \frac{q_1'}{C} - \frac{q_2'}{2C} = 0; \quad q_2' = \left( I \cdot 3R + \frac{q_1'}{C} \right) \cdot 2C = \left( \frac{E}{6R} 3R + \frac{E}{6} \right) \cdot 2C = 2C\left( \frac{E}{2} + \frac{E}{6} \right) = \frac{4}{3}CE.$$

Заряды на конденсаторах стали $q_1' = \frac{1}{6}CE$; $q_2' = \frac{4}{3}CE$.

Знаки зарядов на конденсаторе C поменялись на противоположные (на схеме указаны в скобках):

$$\Delta q_1 = q_1' + q_1 = \frac{1}{6}CE + \frac{1}{3}CE = \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right) CE = \frac{1}{2}CE.$$

$$\Delta q_2 = q_2' - q_2 = \frac{4}{3}CE - \frac{1}{3}CE = CE.$$

Заряд, который потечёт через ключ, $q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = \frac{1}{2}CE + CE = \frac{3}{2}CE$.

**З А Д А Ч А 8**. (5 баллов)

Ответ: $\boxed{L = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2A}}$.

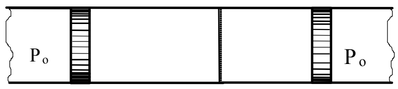
Т.к. сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока , согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током: $\boxed{\Delta\Phi = L\Delta I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi R^2 B$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi R^2 B = L \cdot I$.

Отсюда $I = \frac{\pi R^2 B}{L}$. Кольцо с таким током обладает энергией $W = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$.

Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, $A = W$, т.е. $A = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L}$.

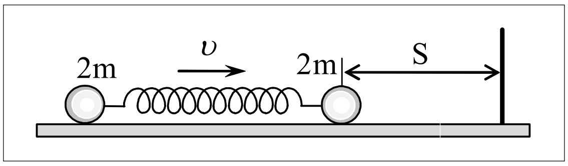
Из последнего равенства найдем $L = \frac{\pi^2 R^4 B^2}{2A}$.

**З А Д А Ч А 9**. (6 баллов)




Ответ: $\boxed{V = \frac{4}{3}\frac{RT}{p_o} \approx 41{,}2 \cdot 10^{-3}\,м^3}$.

Из условия равенства давлений слева и справа от перегородки, и равенства парциальных давлений гелия, следует, что объёмы, занимаемые кислородом и водяным паром, будут пропорциональны их количествам. Количества гелия, находящиеся в разных частях сосуда, пропорциональны их объёмам . Итак, справа от перегородки находятся один моль паров воды и $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ моль гелия, всего $\frac{4}{3}$ моль при температуре T = 373K и давлении $P_o = 10^5$ Па. Искомый объём правой части сосуда $\boxed{V = \frac{4}{3}\frac{RT}{p_o} \approx 41{,}2 \cdot 10^{-3}\,м^3}$.




**З А Д А Ч А 10**. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta T = \frac{T}{2} + \frac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{2S}{\upsilon}}$.

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. Затем происходит *второй* удар, после чего шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью $\upsilon$.

Период $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m \cdot 2m}{(2m + 2m)k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $\Delta T = \frac{T}{2} + \frac{2S}{\upsilon} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{2S}{\upsilon}$ .