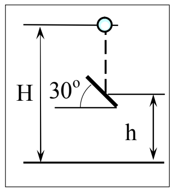
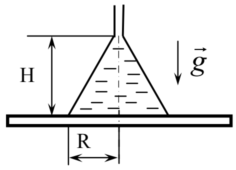
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА». 2015 ГОД.

ВАРИАНТ № 21

ЗАДАЧА 1.

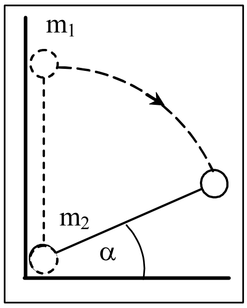


Маленький шарик падает с высоты H = 5 м без начальной скорости и встречает на своём пути закреплённую площадку, наклонённую под углом $\alpha = 30^o$ к горизонту. Найдите высоту h, на которой надо поместить площадку, чтобы полное время движения шарика до земли было максимальным. Удар шарика о площадку считать абсолютно упругим. Сопротивление воздуха не учитывать.

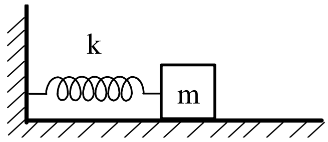


ЗАДАЧА 2. Тонкостенная коническая воронка массы m плотно лежит на горизонтальном столе. Через отверстие в тонкой трубке в воронку наливают жидкость. Когда жидкость заполнит всю коническую полость воронки, она приподнимает воронку и начинает вытекать из под неё. Определите плотность жидкости, если радиус основания конуса равен R, а высота конической части равна H.

ЗАДАЧА 3.



Два маленьких шарика, соединены жестким невесомым стержнем и размещены вертикально в углу, образованном гладкими плоскостями. Масса верхнего шарика $m_1 = 2$ кг, масса нижнего шарика $m_2 = 4$ кг. Гантель начинает движение из вертикального положения без начальной скорости. Определите силу, действующую на вертикальную стенку со стороны падающей гантели, когда угол между осью гантели и горизонтальной поверхностью станет равным $\alpha = 30^o$. Силами трения пренебречь.

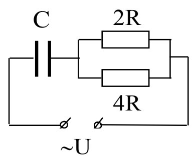


ЗАДАЧА 4.

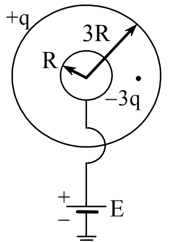
На горизонтальной плоскости лежит брусок массой m, соединенный горизонтальной недеформированной невесомой пружиной жесткости k с вертикальной стенкой. Брусок сместили так, что пружина растянулась на x_0, а затем отпустили. Определите величину x_0, если коэффициент трения между бруском и поверхностью равен μ и известно число колебаний N, которое совершил брусок до остановки.

ЗАДАЧА 5.

Тонкая собирающая линза дает четкое изображение предмета на экране при двух положениях линзы между предметом и экраном. При первом положении линзы линейное увеличение линзы равно Γ_1. Найдите линейное увеличение линзы при втором положении, если расстояние между предметом и экраном неизменно?



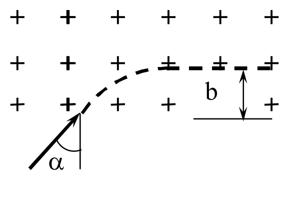
ЗАДАЧА 6. Конденсатор C, соединенный последовательно с резисторами, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U_0 и круговой частотой ω. При каком значении сопротивления R резистора в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность ?



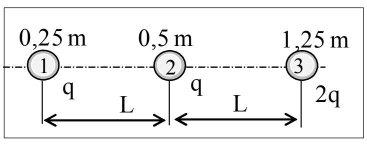
ЗАДАЧА 7.

В системе, состоящей из двух концентрических проводящих сфер радиусами R и 3R, внутренняя сфера соединена с землей через источник ЭДС, равной E. Заряд внешней сферы равен +q. На расстоянии 2R от центра системы находится точечный заряд −3q. Зная величины q, E, R, определите заряд внутренней сферы. Потенциал земли принять равным нулю.

ЗАДАЧА 8.

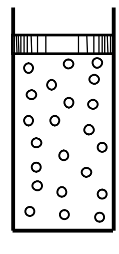


При освещении металлической пластины с работой выхода A светом с частотой ν, вылетающий электрон попадает в однородное магнитное поле с индукцией B. Направление скорости электрона перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину b проникновения электрона в область магнитного поля, если угол падения электрона на границу области, занятой магнитным полем $\alpha = 30^o$.



ЗАДАЧА 9.

Три маленьких шарика, массы которых равны 0.25 m, 0,5 m, и 1,25 m, имеют электрические заряды q, q и 2q соответственно, и расположены вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Вначале расстояние между соседними шариками равно L, а сами шарики закреплены неподвижно. Затем шарики отпускают. Найдите скорость каждого шарика, когда они будут находиться на большом удалении друг от друга. Считайте, что при разлёте шарики все время остаются на одной прямой.



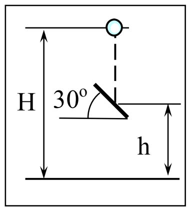
ЗАДАЧА 10. Тяжёлый поршень плотно закрывает вертикальный сосуд с гладкими стенками, внутри которого находится гелий при постоянной температуре T. Газ просачивается

через маленькое сквозное отверстие в поршне, и поршень медленно опускается со скоростью υ_o (размер отверстия меньше длины свободного пробега молекул газа). Давление снаружи постоянное. Найдите скорость поршня υ, если вместо гелия в сосуде будет аргон?

ФИЗИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2015 г..

II ТУР

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 21



З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{h=0}$

Время свободного падения шарика до площадки $t_1 = \dfrac{\sqrt{(2g(H-h)}}{g}$.

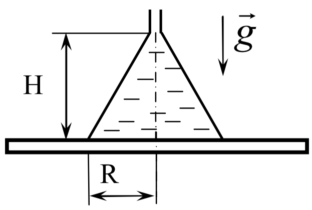
Время дальнейшего движения шарика до момента падения на землю t_2 найдём из кинематического уравнения $h - \upsilon\cos\beta\cdot t_2 - \dfrac{gt_2^{\,2}}{2} = 0$, где $\upsilon = \sqrt{2g(H-h)}$; $\beta = \pi - 2\alpha$.

Общее время движения $t = t_1 + t_2 = \dfrac{1}{2g}\left(\sqrt{2g(H-h)} + \sqrt{(2g(H+3h)}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2g}}\left(\sqrt{(H-h)} + \sqrt{(H+3h)}\right)$.

Из условия $\dfrac{\Delta t}{\Delta h} = 0$, находим $h = 0$.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\rho = \dfrac{3M}{2\pi R^2 H}}$.



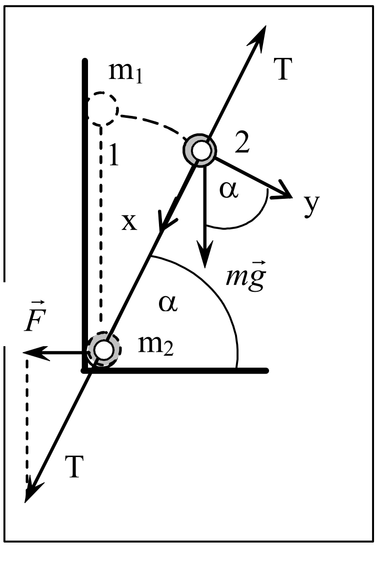
Воронку приподнимает результирующая вертикальных составляющих сил давления жидкости на стенки воронки. В тот момент, когда жидкость начинает вытекать из-под воронки, нижний край воронки перестаёт давить на стол. А это значит, что в этот момент вся сила, действующая на стол,- это сила давления столба воды высотой H на площадь нижнего края воронки. Итак, в момент отрыва

$$mg + \rho gV = \rho gH\pi R^2 \quad \textbf{(1)},$$

где $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$. И из (1) находим $\rho = \dfrac{3M}{2\pi R^2 H}$.

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F = m_1 g\cos\alpha\,(3\sin\alpha - 2) = 0}$.



$F = T\cos\alpha$. **(1)**

Используя закон сохранения механической энергии, запишем

$\dfrac{m_1\upsilon^2}{2} = m_1 g\ell(1-\sin\alpha)$, (2) где ℓ - длина гантели.

На основании 2-го закона Ньютона , запишем

$\dfrac{m_1\upsilon^2}{\ell} = m_1 g\sin\alpha - T$. **(3)**

Отсюда следует $\dfrac{m_1\upsilon^2}{\ell} = 2m_1 g(1-\sin\alpha)$

С учётом (3) из (2) определим

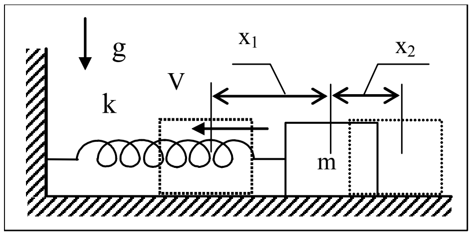
$T = m_1 g\sin\alpha - 2mg(1-\sin\alpha) = mg(3\sin\alpha - 2)$. **(4)**

Подставив последнее равенство в (1), найдём

$F = m_1 g\cos\alpha\,(3\sin\alpha - 2)$.

Подставив $m_1 = 2кг$, $\alpha = 30^o$, найдём $F = 2\cdot 10\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(3\cdot\dfrac{1}{2} - 2\right) = 1{,}73\cdot(-0{,}5) \approx -0{,}9\ H$

Знак минус указывает на то, что нижний шарик уже не касается вертикальной стенки, следовательно, сила давления на неё равна нулю. $F = 0$.



З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

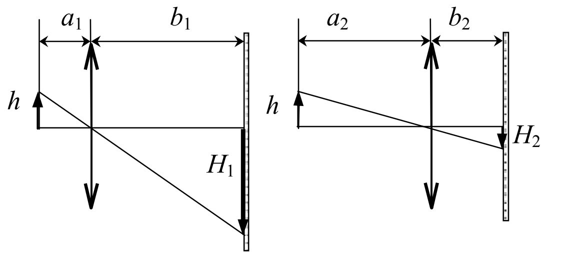
Ответ: $\boxed{x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)}$

Для половины первого колебания – когда пружина максимально сожмётся на величину x_1 : $\Delta W_{\text{ÌÂÕ}} = A_{\text{ÒÐ}}$, т.е.

$k\frac{x_1^2}{2} - k\frac{x_0^2}{2} = -\mu mg(x_1 + x_0)$ или $\frac{k}{2}(x_0 - x_1)(x_1 + x_0) = \mu mg(x_1 + x_0)$. Поэтому изменение максимальной деформации пружины за половину колебания $\Delta x_{1/2} = x_0 - x_1 = \frac{2\mu mg}{k}$. За N полных колебаний $\Delta x_N = x_0 - x_{\text{ÊÎÍ}} = \frac{4\mu mg}{k}N$. Т.к. при остановке бруска $F_{\text{ÒÐ}} = F_{\text{ÓÏÐ}}$, то $x_{\text{ÊÎÍ}} = \frac{\mu mg}{k}$. Поэтому $x_0 - \frac{\mu mg}{k} = \frac{4\mu mg}{k}N$. Откуда $\boxed{x_0 = \frac{\mu mg}{k}(4N+1)}$.

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

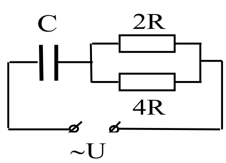
Ответ: $\boxed{\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}}$



Пусть расстояние от предмета до экрана равно L. Тогда $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = L$. Исходя из рисунка, можно получить следующие соотношения: $\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{b_1}{a_1}$, $\Gamma_2 = \frac{H_2}{h} = \frac{b_2}{a_2}$.

Используем формулу тонкой линзы: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}$,

$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$. Уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{F}$ эквивалентно квадратному уравнению $FL - xL + x^2 = 0$, корни которого $x_1 = a_1$, $x_2 = b_1$. Поэтому должно быть $a_2 = b_1$, $a_1 = b_2$. Умножаем $\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1}$ на $\Gamma_2 = \frac{b_2}{a_2}$ и получим $\Gamma_1\Gamma_2 = 1$. Откуда $\Gamma_2 = \frac{1}{\Gamma_1}$.



З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \frac{3}{4\omega C}}$.

1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I^2_D R_\Sigma$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока , а R_Σ – активное сопротивление цепи.

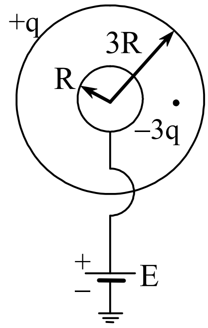
Следовательно, $P = \dfrac{U_o^2 R_\Sigma}{2\left(R^2_\Sigma + \dfrac{1}{(\omega C)^2}\right)}$.

Исследуя последнее выражение на экстремум, находим, что максимальная мощность в цепи выделяется при $R_{\sum} = \dfrac{1}{\omega C}$. Так как $R_{\sum} = \dfrac{4}{3}R$, то $\dfrac{4}{3}R = \dfrac{1}{\omega C}$, откуда $R = \dfrac{3}{4\omega C}$.

21-3

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \frac{7}{6}q}$

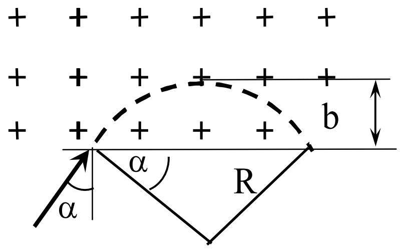


Согласно принципу суперпозиции , потенциал внутренней сферы равен

$\varphi = E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} - \dfrac{3q}{4\pi\varepsilon_o \cdot 2R} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_o 3R}$, откуда находим искомый заряд внутренней сферы $Q = 4\pi\varepsilon_o RE + \dfrac{7}{6}q$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{b = \dfrac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}}$.



При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B.

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов $h\nu = A + \dfrac{m\upsilon^2}{2}$,

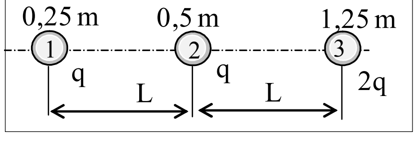
где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2(h\nu - A)}{m}}$.

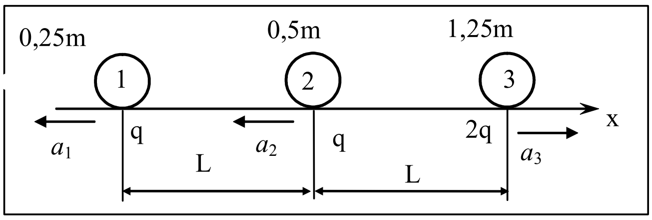
По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\dfrac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \dfrac{m\upsilon}{eB}$. Из рисунка видно, что $b = R(1-\sin\alpha) = \dfrac{m\upsilon}{eB}(1-\sin\alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим :

$b = \dfrac{m}{eB}(1-\sin\alpha)\sqrt{\dfrac{2(h\nu - A)}{m}} = (1-\sin\alpha)\dfrac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{eB}$. При $\alpha = 30^o$ $b = \dfrac{\sqrt{2m(h\nu - A)}}{2eB}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ : $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_o mL}}}$.





После разлета на большие расстояния суммарная кинетическая энергия шариков будет равна начальной потенциальной энергии электростатического взаимодействия зарядов:

$$\boxed{W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L} + \frac{2q^2}{L} + \frac{2q^2}{2L}\right) = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}}$$

Ускорения шариков сразу после того, как их отпустили:

$$\boxed{ma_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2}},$$

Откуда $\boxed{a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3q^2}{2L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{3}{2\cdot 0{,}25}\frac{q^2}{L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}6\cdot\frac{q^2}{L^2 m}}$ (1)

Аналогично

$$\boxed{ma_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q^2}{L^2} - \frac{2q^2}{L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{L^2}} \qquad \boxed{a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q^2}{0{,}5L^2 m} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}} \quad (2)$$

Аналогично

$$ma_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{2q^2}{L^2} + \frac{2q^2}{4L^2}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{5q^2}{2L^2}; \quad a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{5q^2}{2L^2 m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_щ}\cdot\frac{5q^2}{2\cdot 1{,}25L^2 m} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m} \quad (3)$$

$$\boxed{a_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot 6\frac{q^2}{L^2 m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\left(-6\frac{q^2}{L^2 m} + \frac{2q^2}{L^2 m}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{4q^2}{L^2 m}} \quad (4)$$

$$a_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot 2\frac{q^2}{L^2 m} - \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\left(2\frac{q^2}{L^2 m} + \frac{2q^2}{L^2 m}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{4q^2}{L^2 m} \quad (5)$$

$$\boxed{a_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}6\cdot\frac{q^2}{L^2 m}}; \quad \boxed{a_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}}; \quad \boxed{a_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{2q^2}{L^2 m}}.$$

Из (2) и (3) видно, что крайние шарики двигались относительно среднего в разные стороны с одинаковым ускорением, следовательно, расстояние от каждого из них до среднего шарика будет все время одинаковым. Отношение скоростей шариков будет таким же, как отношение их ускорений: $\boxed{\upsilon_1 : \upsilon_2 : \upsilon_3 = 3:1:1}$

Из закона сохранения энергии

$$E_{КИН} = \frac{0{,}25m\cdot(3\upsilon)^2}{2} + \frac{0{,}5m\upsilon^2}{2} + \frac{1{,}25m\upsilon^2}{2} = 2m\upsilon^2 . \qquad 2m\upsilon^2 = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_o L}.$$

Отсюда $\boxed{\upsilon = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}}}$ и соответственно $\boxed{\upsilon_1 = 3q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}}}$ $\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_3 = q\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 mL}}}$.

З А Д А Ч А 10 (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sqrt{10}}}$.

$$\frac{\upsilon}{\upsilon_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}}. \quad \text{Так как. } \frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}} = \frac{1}{10}, \quad \text{то} \quad \frac{\upsilon}{\upsilon_o} = \sqrt{\frac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \qquad \upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sqrt{10}}.$$