

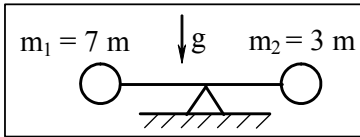
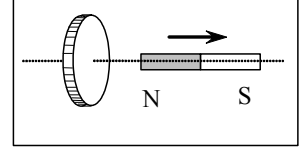
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗИМНЯЯ ФИЗИЧЕСКАЯ-ОЛИМПИАДА 2015 года. I ТУР
ВАРИАНТ № 14

ЗАДАЧА 1.

Одновременно из одной точки брошены два тела: первое вертикально вверх со скоростью $v_1 = 20$ м/с, второе – под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Определите модуль скорости первого тела относительно второго $|\vec{v}_{12}|$ при движении тел. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 2.

Северный полюс магнита удаляется с некоторой скоростью от неподвижного металлического кольца, двигаясь вдоль его оси перпендикулярно плоскости кольца. На рисунке покажите направление индукционного тока в кольце. Какие силы приводят в движение заряды в кольце? Ответы поясните.



ЗАДАЧА 3.

Стержень с закрепленными на концах грузами массы $m_1 = 7m$ и $m_2 = 3m$ опирается серединой на неподвижную подставку. В начальный момент стержень удерживают горизонтально, а затем отпускают. Пренебрегая массой стержня, найдите силу давления стержня на подставку сразу после того, как его отпустили.

ЗАДАЧА 4.

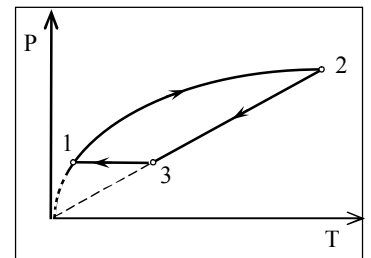
Воздушный шар имеет газонепроницаемую оболочку массой $M = 400$ кг и заполнен гелием. Он может удерживать в воздухе на высоте, где температура воздуха $t = 17^\circ\text{C}$, а давление $p = 1,0 \cdot 10^5$ Па, груз массой $m = 225$ кг. Найдите массу гелия $m_{\text{г}}$, находящегося в шаре. Считать, что оболочка шара не оказывает сопротивления изменению объема шара. Средняя молярная масса воздуха $\mu_{\text{в}} = 29,0 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

ЗАДАЧА 5.

На электрической плитке мощности $N = 2$ кВт кипит вода в чайнике. Скорость истечения пара из носика чайника $v = 7,6$ м/с. Давление пара на конце носика $P = 1,0 \cdot 10^5$ Па. Найдите площадь S сечения носика чайника. Считать, что вся энергия плитки передаётся воде, а пар считать идеальным газом.

ЗАДАЧА 6.

На рисунке показан график цикла тепловой машины. Определите коэффициент полезного действия в циклическом процессе 1-2-3-1, изображенном на рисунке. Рабочим телом машины является одноатомный идеальный газ. На участке 1-2 давление газа меняется в зависимости от температуры по закону $p = \alpha\sqrt{T}$, где α - постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур в цикле $n = 4$.

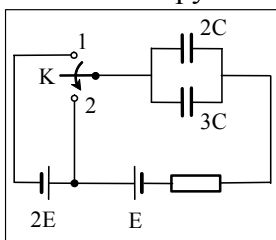
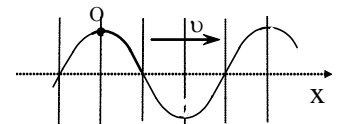


ЗАДАЧА 7.

Плоский воздушный конденсатор находится во внешнем однородном электрическом поле напряженности $E = 2,0 \cdot 10^3$ В/м, перпендикулярном пластинам. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 100$ см². Какой величины заряды окажутся на каждой из пластин, если конденсатор замкнуть проводником накоротко? Пластины конденсатора до замыкания не заряжены.

ЗАДАЧА 8.

По струне слева направо бежит поперечная гармоническая волна со скоростью $v = 60$ м/с. Длина волны $\lambda = 40$ см, амплитуда $A = 1$ мм. Найдите ускорение a точки O струны в момент времени, соответствующий рисунку.

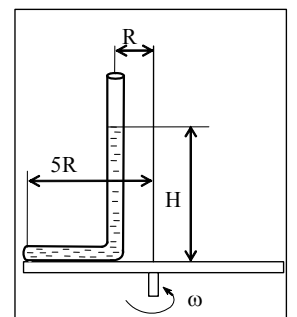


ЗАДАЧА 9.

Найдите количество тепла, которое выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2

ЗАДАЧА 10.

Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена жидкостью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω



вокруг вертикальной оси. Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность жидкости равна ρ . Найдите давление жидкости у запаянного конца трубки. Силами поверхностного натяжения пренебречь.

14-1

ЗИМНЯЯ ФИЗИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2015 г..

I ТУР

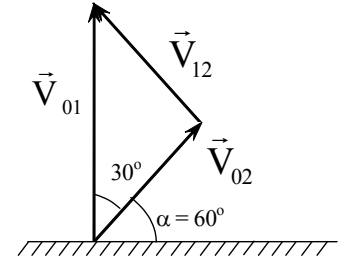
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 14

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

ОТВЕТ: $|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(90 - \alpha)} \approx 12,3 \text{ м/с}$

$|\vec{v}_1| = 20 \text{ м/с} \quad |\vec{v}_2| = 10 \text{ м/с}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_1 &= \vec{v}_{01} + \vec{g}t \\ \vec{v}_2 &= \vec{v}_{02} + \vec{g}t \end{aligned} \right\} \quad \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{01} - \vec{v}_{02}$$



По теореме косинусов:

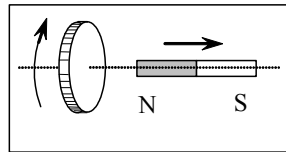
$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos 30^\circ} = \sqrt{20^2 + 10^2 - 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{400 + 100 - 400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{500 - 400 \cdot 0,87} = \sqrt{500 - 348} = \sqrt{152} \approx 12,3 \text{ м/с}$$

$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos(90 - \alpha)} \approx 12,3 \text{ м/с}$$

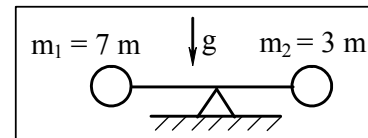
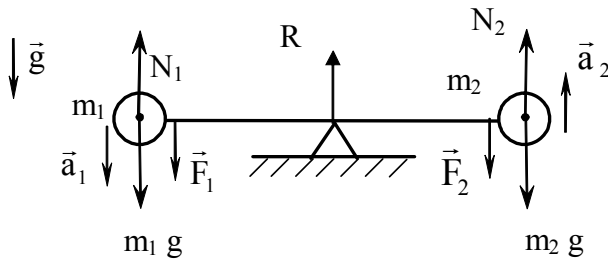
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

ОТВЕТ:



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

ОТВЕТ: $R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 8,4mg$



На рисунке показаны силы, действующие на стержень, и на каждое из прикрепленных к нему тел в

интересующий нас момент времени. Стержень невесомый, поэтому суммарный момент сил, действующих на него, должен быть равен нулю. Следовательно, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$.

По третьему закону Ньютона силы, действующие на шарики со стороны стержня, тоже равны между собой по модулю:

$$\vec{N}_1 = -\vec{F}_1, \quad \vec{N}_2 = -\vec{F}_2 \text{ следовательно, } |\vec{N}_1| = |\vec{N}_2| = N. \quad \text{Т.е. } F = N.$$

Так как стержень опирается на подставку своей серединой, то ускорения шариков равны между собой по величине. $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$.

Запишем уравнения движения тел с массами m_1, m_2 в проекции на ось x :

$$m_1 a = m_1 g - N \quad (1) \quad -m_2 a = m_2 g - N \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), находим

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g; \quad R = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 4,8mg \quad N = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Второй закон Ньютона, примененный к стержню, даёт: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Учитывая, что $F = N$, $m_1 = 7m$,

$m_2 = 3m$, получаем
$$R = 2N = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}g = 8,4 mg$$

14-2

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $m_\Gamma = 100 \text{ кг}$.

Шар с грузом удерживается в равновесии при условии, что сумма сил, действующих на него, равна нулю: поднимает груз при условии: $(M + m)g + m_\Gamma g - m_B g = 0$, где M – масса оболочки шара, m – масса груза, m_Γ – масса гелия, а $F = m_B g$ – сила Архимеда, действующая на шар. Из условия равновесия следует: $M + m = m_B - m_\Gamma$. Давление p гелия и его температура T равны давлению и температуре окружающего

воздуха. Следовательно, согласно уравнению Менделеева - Клапейрона, $pV = \frac{m_\Gamma}{\mu_\Gamma}RT = \frac{m_B}{\mu_B}RT$, где

μ_Γ – молярная масса гелия, μ_B – средняя молярная масса воздуха, V – объём шара. Отсюда:

$$m_B = m_\Gamma \frac{\mu_B}{\mu_\Gamma},$$

$$m_B - m_\Gamma = m_\Gamma \left(\frac{\mu_B}{\mu_\Gamma} - 1 \right) = m_\Gamma \left(\frac{29}{4} - 1 \right) = 6,25 m_\Gamma; \quad M + m = 6,25 m_\Gamma. \text{ Следовательно,}$$

$$m_\Gamma = \frac{M + m}{6,25} = \frac{625}{6,25} = 100 \text{ (кг)}. \quad m_\Gamma = 100 \text{ кг}.$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ:
$$S = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot \nu} \approx 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Массовый расход пара, выходящего из носика чайника в 1 секунду,

$\Delta m = \rho S v$ (1). С другой стороны, $\Delta m = \frac{N}{r}$ (2), где N – мощность плитки; r – удельная теплота испарения воды.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$ следует, что плотность пара $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ (3)

Из уравнений (1), (3) получаем $S = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot \nu} \approx 2 \text{ см}^2 = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$

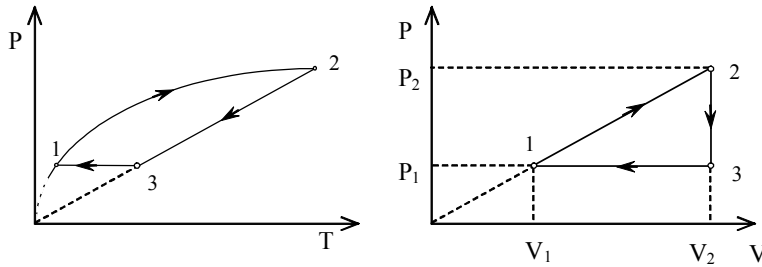
ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ:
$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = 0,083$$

1) Перестроим график, заданный в условии задачи из координат PT в координаты PV : процесс 2-3 – изохора; 3-1 – изобара. Для процесса 1-2 по условию $P = \alpha\sqrt{T}$, откуда $T = \frac{P^2}{\alpha^2}$ (1). Подставив (1) в

уравнение состояния идеального газа, получим $PV = R \frac{P^2}{\alpha^2}$, откуда $P = \frac{\alpha^2}{R} V$ (2), т.е. P линейно

зависит от V . С учетом полученной зависимости строим график цикла в PV координатах.



КПД цикла :
$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{Q_{\text{подведенно е}}} = \frac{\frac{1}{2} \Delta P \Delta V}{Q_{1-2}} \quad (3)$$

$$A_{\text{полезн}} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2 - P_1)^2 = \frac{R}{2\alpha^2} \alpha^2 (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 = \frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 \quad (4)$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} \quad (5)$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$$

$$A_{1-2} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2}(P_2^2 - P_1^2) = \frac{R}{2} \left(\frac{P_2^2}{\alpha^2} - \frac{P_1^2}{\alpha^2} \right) = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{R}{2}(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1) \quad (6)$$

Подставим (4) и (6) в (3), найдем КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{\frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{2R(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}$$

$$\eta = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} + 1} = \frac{1}{12} = 0,083$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $q = CU = \varepsilon_0 SE = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$.

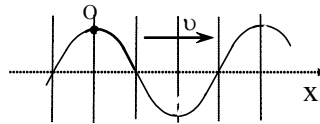
Так как пластины замкнуты, то они имеют один и тот же потенциал, т.е. поле внутри конденсатора равно нулю. Это значит, что на пластинах появились заряды, создавшие поле, напряженность которого равна по модулю и противоположна по направлению напряженности внешнего поля. Зная напряженность поля $E = 2,0 \cdot 10^3 \text{ В/м}$, и площадь каждой пластины конденсатора $S = 100 \text{ см}^2$, вычислим заряд:

$$q = CU = \varepsilon_0 \frac{S}{d} Ed = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

Заряд на одной пластине равен $+q$, на другой $-q$.

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $a_{\max} = \frac{A \cdot 4\pi^2}{\lambda^2} v^2 = 887 \text{ м/с}^2$



Точка O находится в крайнем положении, её ускорение максимально и равно

$$a = a_{\max} = A\omega^2, \quad \text{где } \omega = 2\pi\nu.$$

Т.к: $\nu = \frac{v}{\lambda}$, где v – скорость волны, то $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$.

Следовательно, $a_{\max} = \frac{A \cdot 4\pi^2}{\lambda^2} v^2 = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 3,14^2}{0,4^2} 3600 = 887 \text{ м/с}^2$

14-4

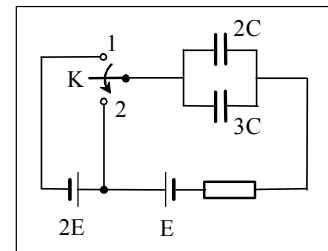
ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $Q = qE = 10CE^2$

При переключении ключа через источник тока E протечет некоторый заряд q. Работа батареи равна Eq . Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в батарее конденсаторов, частично на выделение тепла в цепи. Как видно из рисунка, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в батарее конденсаторов, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки зарядов на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через источник тока протекает заряд $q = 2C_{\text{БАТ}}E$,

где $C_{\text{БАТ}} = 5C$ т.е. $q = 10CE$

и в цепи выделилось количество тепла $Q = qE = 10CE^2$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $p_2 = p_o + \rho gH + 12\rho R^2\omega^2$

Пусть p_1 – давление в месте изгиба трубки и p_2 – у запаянного конца трубки. Рассмотрев столб масла в вертикальном колене трубки, найдем, что давление жидкости в месте изгиба трубки $p_1 = p_o + \rho gH$. Центр масс масла в горизонтальном колене трубки находится на расстоянии $3R$ от оси вращения и имеет ускорение $a = \omega^2 \cdot 3R$. Масса масла в горизонтальном колене $m = \rho 4RS$, где S – площадь поперечного сечения трубки. Запишем второй закон Ньютона для этой массы жидкости $ma = p_2S - p_1S$. Подставив в это уравнение выражения m и a , находим $\rho S 4R \cdot 3R\omega^2 = (p_2 - p_1)S$. Подставив в это уравнение выражения для p_1 , находим $p_2 = p_1 + 12\rho R^2\omega^2 = p_o + \rho gH + 12\rho R^2\omega^2$.

