

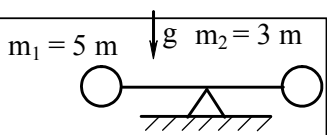
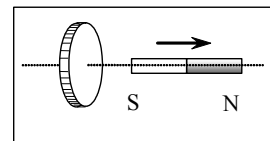
ФИЗИКА ВАРИАНТ № 12

ЗАДАЧА 1.

Одновременно из одной точки брошены два тела с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с : первое вертикально вверх, второе – под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определите модуль скорости первого тела относительно второго $|\vec{v}_{12}|$ при движении тел. Соппротивлением воздуха пренебречь.

ЗАДАЧА 2.

Южный полюс магнита удаляется с некоторой скоростью от неподвижного металлического кольца, двигаясь вдоль его оси перпендикулярно плоскости кольца. На рисунке покажите направление индукционного тока в кольце. Какие силы приводят в движение заряды в кольце? Ответы поясните.



ЗАДАЧА 3.

Стержень с закрепленными на концах грузами массы $m_1 = 5m$ и $m_2 = 3m$ опирается серединой на неподвижную подставку. В начальный момент стержень удерживают горизонтально, а затем отпускают. Пренебрегая массой стержня, найдите силу давления стержня на подставку сразу после того, как его отпустили.

ЗАДАЧА 4.

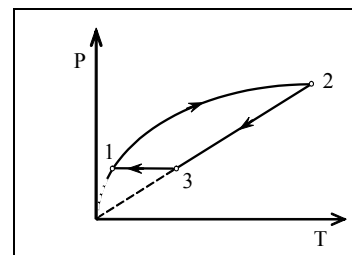
Воздушный шар объёмом $V = 2500 \text{ м}^3$ с массой оболочки $M = 400$ кг имеет внизу отверстие, через которое воздух в шаре нагревается горелкой. Рассчитайте максимальную массу груза m , который может поднять шар, если воздух в нём нагреть до температуры $t = 77^\circ\text{C}$, Температура окружающего воздуха $t_0 = 7^\circ\text{C}$, его плотность $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$. Оболочку шара считать нерастяжимой.

ЗАДАЧА 5.

На электрической плитке мощности $N = 2$ кВт кипит вода в чайнике. Найдите скорость истечения пара из носика чайника, если пар считать идеальным газом. Давление пара на конце носика $P = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Площадь сечения носика $S = 2,0 \text{ см}^2$. Считать, что вся энергия плитки передаётся воде.

ЗАДАЧА 6.

На рисунке показан график цикла тепловой машины. Определите коэффициент полезного действия в циклическом процессе 1-2-3-1, изображенном на рисунке. Рабочим телом машины является одноатомный идеальный газ. На участке 1-2 давление газа меняется в зависимости от температуры по закону $p = \alpha\sqrt{T}$, где α - постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур в цикле $n = 2$.

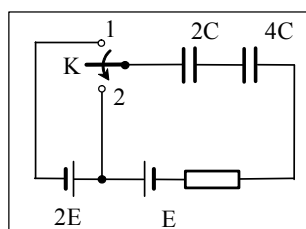
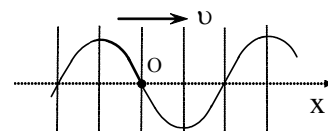


ЗАДАЧА 7.

Плоский воздушный конденсатор находится во внешнем однородном электрическом поле напряженности $E = 0,5 \cdot 10^3$ В/м, перпендикулярном пластинам. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 200 \text{ см}^2$. Какой величины заряды окажутся на каждой из пластин, если конденсатор замкнуть проводником накоротко? Пластины конденсатора до замыкания не заряжены.

ЗАДАЧА 8.

По струне слева направо бежит поперечная гармоническая волна со скоростью $v = 60$ м/с. Длина волны $\lambda = 40$ см, амплитуда $A = 1$ мм. Найдите скорость v_0 точки О струны в момент времени, соответствующий рисунку.

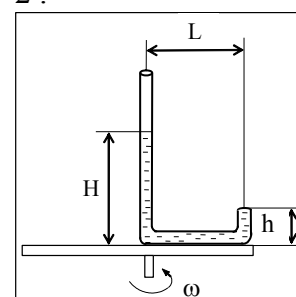


ЗАДАЧА 9.

Найдите количество тепла, которое выделится в цепи при переключении ключа К из положения 1 в положение 2.

ЗАДАЧА 10.

Тонкая, запаянная с одного конца трубка заполнена водой и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Открытое и запаянное колена трубки вертикальны. Геометрические размеры установки указаны на рисунке.



Атмосферное давление P_0 , плотность воды ρ . Найдите давление воды у запаянного конца трубки. Силами поверхностного натяжения пренебречь.

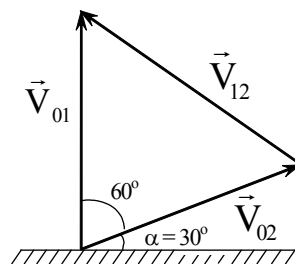
ЗИМНЯЯ ФИЗИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2015 г..
I ТУР
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 12

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $|\vec{v}_{12}| = v_0 \sqrt{2(1 - \sin \alpha)} = 20 \text{ м/с}$

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = 20 \text{ м/с}$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_1 &= \vec{v}_{01} + \vec{g}t \\ \vec{v}_2 &= \vec{v}_{02} + \vec{g}t \end{aligned} \right\} \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{01} - \vec{v}_{02}$$



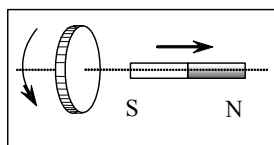
По теореме косинусов:

$$|\vec{v}_{12}| = \sqrt{v^2 + v^2 - 2v_1v_2 \cos 60^\circ} = \sqrt{2v^2 - 2v^2 \cdot \cos 60^\circ} = v\sqrt{2(1 - \cos 60^\circ)} = 20\sqrt{2 \cdot \frac{1}{2}} = 20 \text{ м/с}$$

$$|\vec{v}_{12}| = 20\sqrt{2(1 - \sin 30^\circ)} = 20 \text{ м/с}$$

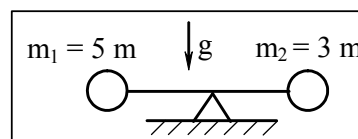
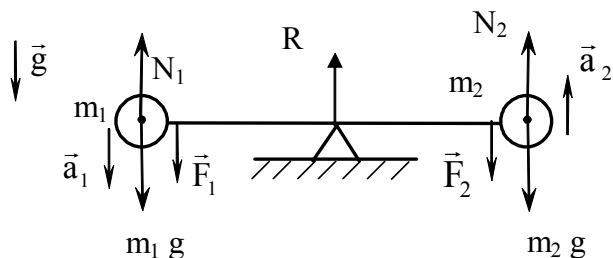
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: .



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 7,5mg$



На рисунке показаны силы, действующие на стержень, и на каждое из прикрепленных к нему тел в

интересующий нас момент времени. Стержень невесомый, поэтому суммарный момент сил, действующих на него, должен быть равен нулю. Следовательно, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$.

По третьему закону Ньютона силы, действующие на шарики со стороны стержня, тоже равны между собой по модулю:

$$\vec{N}_1 = -\vec{F}_1, \quad \vec{N}_2 = -\vec{F}_2 \text{ следовательно, } |\vec{N}_1| = |\vec{N}_2| = N. \quad \text{Т.е. } F = N.$$

Так как стержень опирается на подставку своей серединой, то ускорения шариков равны между собой по величине. $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$.

Запишем уравнения движения тел с массами m_1, m_2 в проекции на ось x :

$$m_1 a = m_1 g - N \quad (1) \quad -m_2 a = m_2 g - N \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), находим

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g; \quad R = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = 4,8mg; \quad N = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} g$$

Второй закон Ньютона, примененный к стержню, даёт: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Учитывая, что $F = N, m_1 = 5m,$

$m_2 = 3m,$ получаем $R = 2N = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3}{5 + 3} = 7,5 mg$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $m = 200 \text{ кг}$.

Шар поднимает груз при условии: $(M + m)g + m_{\text{вш}}g = \rho Vg$, где M – масса оболочки шара, m – масса груза,

$m_{\text{вш}}$ – масса воздуха в шаре, $\rho V = m_{\text{в ат}}$ – масса такого же по объёму воздуха вне шара. (в атмосфере)

Сокращая уравнение на g , имеем $M + m = m_{\text{в ат}} - m_{\text{вш}}$. При нагревании воздуха в шаре его давление p и его объём V не меняются. Следовательно, согласно уравнению Менделеева - Клапейрона,

$$pV = \frac{m_{\text{вш}}}{\mu} RT_{\text{ш}} = \frac{m_{\text{в ат}}}{\mu} RT_{\text{ат}}, \quad \text{где}$$

μ – средняя молярная масса воздуха, $T_{\text{ш}}$ – его температура внутри шара и $T_{\text{ат}}$ – вне шара. Отсюда :

$$m_{\text{вш}} = m_{\text{в ат}} \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}} = \rho V \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}, \quad \text{где } \rho \text{ – плотность окружающего воздуха.}$$

$$m_{\text{в ат}} - m_{\text{вш}} = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right); \quad M + m = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right). \quad \text{Следовательно,}$$

$$m = \rho V \left(1 - \frac{T_{\text{ат}}}{T_{\text{ш}}}\right) - M = 1,2 \cdot 2500 \left(1 - \frac{280}{350}\right) - 400 = 200 (\text{кг}). \quad m = 200 (\text{кг}) /$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $v = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot S} \approx 7,6 \text{ м/с}$.

Массовый расход пара, выходящего из носика чайника в 1 секунду ,

$$\Delta m = \rho S v \quad (1). \quad \text{С другой стороны,} \quad \Delta m = \frac{N}{r} \quad (2), \quad \text{где } N \text{ – мощность плитки; } r \text{ – удельная}$$

теплота испарения воды.

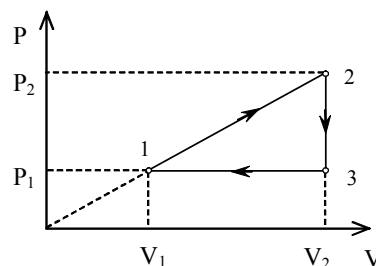
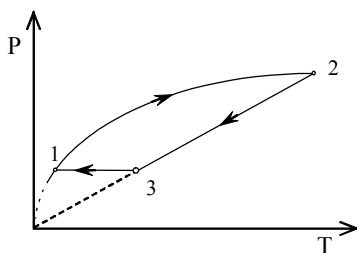
Из уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует, что плотность пара $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$

(3)

Из уравнений (1) , (3) получаем $v = \frac{NRT}{r \cdot p \cdot \mu \cdot S} \approx 7,6 \text{ м/с}$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = 0,043$.



1) Перестроим график, заданный в условии задачи из координат PT в координаты PV : процесс 2-3 – изохора; 3-1 – изобара. Для процесса 1-2 по условию $P = \alpha \sqrt{T}$, отсюда $T = \frac{P^2}{\alpha^2}$ (1).

Подставив (1) в уравнение

состояния идеального газа, получим $PV = R \frac{P^2}{\alpha^2}$, откуда $P = \frac{\alpha^2}{R} V$ (2),

т.е. P линейно зависит от V . С учетом полученной зависимости строим график цикла в PV координатах.

КПД цикла :
$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{Q_{\text{подведенное}}} = \frac{\frac{1}{2} \Delta P \Delta V}{Q_{1-2}} \quad (3)$$

$$A_{\text{полезн}} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2} (P_2 - P_1)^2 = \frac{R}{2\alpha^2} \alpha^2 (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 = \frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2 \quad (4)$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} \quad (5)$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$$

$$A_{1-2} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)(P_2 - P_1) \frac{R}{\alpha^2} = \frac{R}{2\alpha^2} (P_2^2 - P_1^2) = \frac{R}{2} \left(\frac{P_2^2}{\alpha^2} - \frac{P_1^2}{\alpha^2} \right) = \frac{R}{2} (T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{R}{2} (T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1) \quad (6)$$

Подставим (4) и (6) в (3), найдем КПД цикла

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{\Delta U_{1-2} + A_{1-2}} = \frac{\frac{R}{2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{2R(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2}{(T_2 - T_1)} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}$$

$$\eta = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{0,414}{9,657} = 0,043$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $q = CU = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$.

Так как пластины замкнуты, то они имеют один и тот же потенциал, т.е. поле внутри конденсатора равно нулю. Это значит, что на пластинах появились заряды, создавшие поле, напряженность которого равна по модулю и противоположна по направлению напряженности внешнего поля. Зная напряженность поля $E = 0,5 \cdot 10^3 \text{ В/м}$, и площадь каждой пластины конденсатора $S = 200 \text{ см}^2$, вычислим заряд:

$$q = CU = \varepsilon_0 \frac{S}{d} Ed = \varepsilon_0 SE = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 10^3 = 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$$

Заряд на одной пластине равен $+q$, на другой $-q$.

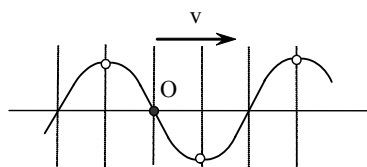
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $v_0 = \frac{2\pi A v}{\lambda} = 0,94 \text{ м/с}$

Частицы струны совершают гармонические колебания $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $\omega = 2\pi\nu$

Т.к: $\nu = \frac{v}{\lambda}$, где v - скорость волны, то $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$.

Частица, находящаяся в точке О, проходит положение равновесия. В этот момент она имеет наибольшую скорость $v_0 = A\omega = \frac{2\pi A v}{\lambda} = 0,94 \text{ м/с}$.



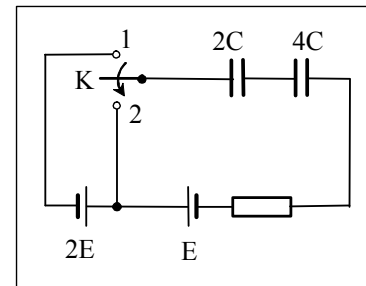
ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $Q = qE = \frac{8}{3}CE^2$.

При переключении ключа через источник тока E протечет некоторый заряд q . Работа батареи равна Eq . Эта работа может частично пойти на увеличение энергии, запасенной в батарее конденсаторов, частично на выделение тепла в цепи. Как видно из рисунка, заряд и, следовательно, энергия, запасенная в батарее конденсаторов, не изменяются при переключении ключа. Меняются лишь знаки зарядов на обкладках. Следовательно, при переключении ключа K через источник тока протекает заряд

$$q = 2C_{\text{БАТ}}E, \text{ где } C_{\text{БАТ}} = \frac{4}{3}C \text{ т.е. } q = \frac{8}{3}CE$$

и в цепи выделилось количество тепла $Q = qE = \frac{8}{3}CE^2$

**ЗАДАЧА 10.** (12 баллов)

Ответ: $p_3 = p_o + \rho g(H - h) + \frac{\rho \omega^2 L^2}{2}$

Обозначим p_1 , - давление воды в месте изгиба трубки на оси вращения, p_2 - в месте изгиба трубки, расположенном на расстоянии L от оси вращения, и p_3 - у запаянного конца. Тогда $p_1 = p_o + \rho gH$.

Центр масс воды в горизонтальном колене находится на расстоянии $L/2$ от оси вращения и имеет

ускорение $a = \frac{\omega^2 \cdot L}{2}$. Масса воды в горизонтальном колене

$m = \rho LS$, где S - площадь поперечного сечения трубки. По второму закону Ньютона $ma = p_2 S - p_1 S$ или

$$\rho SL \cdot \frac{\omega^2 L}{2} = (p_2 - p_1)S.$$

Отсюда $p_2 = p_1 + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} = p_o + \rho gH + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$

Тогда $p_3 = p_2 - \rho gh = p_o + \rho gH + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2} - \rho gh = p_o + \rho g(H - h) + \rho \frac{\omega^2 L^2}{2}$

$$p_3 = p_o + \rho g(H - h) + \frac{\rho \omega^2 L^2}{2}.$$

