

Олимпиада по информатике. Типовой вариант

Задача 1. Перевести десятичное число $A = 161,78125$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Ответ: $A_{16} = A1, C8$.

Задача 2. Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 1CA0$ и $B_{16} = E1E$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Ответ: $C_{16} = E82$.

Задача 3. Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$.

Ответ:

Переменные			Выражение
p	q	r	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	T

Задача 4. Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $(\sim a \mid a \ll 1 \& a \gg 1) \& ((a \mid b) \gg 1 \mid (a \& b) \ll 1)$ для $a = 15$ и $b = 136$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Ответ: $01010110_2 = 86_{10}$.

Задача 5. Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$. Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 2$, $a_2 = 2$.

Ответ: $a_{10} = 2$.

Задача 6. Заменить префиксное арифметическое выражение $/ * + a b c + c d$ инфиксным. Инфиксное выражение может содержать лишние круглые скобки.

Ответ: $((a + b) * c) / (c + d)$.

Задача 7. Сколько существует способов разбиения выпуклого пятиугольника на треугольники, путем соединения вершин пятиугольника с использованием двух непересекающихся отрезков.

Ответ: 5.

Задача 8. По результатам одного социологического исследования было установлено, что из 200 людей, смотрящих телевизор, 110 человек смотрят спортивную передачу, 120 – комедии, 85 предпочитают драмы, 50 смотрят драмы и спорт, 70 – комедии и спорт, 55 смотрят комедии и драмы и 30 человек смотрят все три вида передач.

- Сколько человек смотрят спорт или комедии или драмы?
- Сколько человек не смотрят ничего из вышеперечисленного?

Ответ: а) 170; б) 30.

Задача 9. Будем обозначать через $M(a, b, c, \dots, k)$ наименьшее общее кратное, а через $D(a, b, c, \dots, k)$ – наибольший общий делитель целых чисел a, b, c, \dots, k . Написать программу для вычисления следующего выражения:
 $M(a, b, c) \cdot D(a, b) \cdot D(a \cdot b / D(a, b), c)$.

Входные данные. Стандартный входной поток содержит одну строку, в которой записаны три целых числа a , b и c ($1 \leq a, b, c \leq 10^3$).

Выходные данные. В стандартный выходной поток вывести одно целое число – значение вычисленного произведения.

Пример входных данных	Пример выходных данных
9 18 45	7290

Решение:

Можно показать, что $M(a, b, c) = M(M(a, b), c)$ и $a \cdot b / D(a, b) = M(a, b)$.

```
#include "stdafx.h"

typedef long long int lli;

// Наибольший общий делитель (рекурсивная функция)
lli gcd(lli a, lli b)
{
    return (!b) ? a : gcd(b, a % b);
}

// Наименьшее общее кратное (рекурсивная функция)
lli lcm(lli a, lli b)
{
    return a / gcd(a, b) * b;
}

int main()
{
    lli a, b, c;
    scanf("%lld %lld %lld", &a, &b, &c);
    printf("%lld\n", lcm(lcm(a, b), c)*gcd(a, b)*gcd(lcm(a, b), c));
    return 0;
}
```

Задача 10. На плоскости дан простой многоугольник (т. е. без самокасаний и самопересечений, но не обязательно выпуклый). Написать программу вычисления площади многоугольника.

Входные данные. Стандартный входной поток содержит целое число N ($3 \leq N \leq 1000$) – количество вершин многоугольника и последовательность из N пар действительных координат вершин многоугольника. Все координаты по модулю не больше 10^6 . Вершины многоугольника заданы в порядке их обхода против часовой стрелки.

Выходные данные. В стандартный выходной поток вывести одно действительное число – площадь многоугольника. Результат вывести с точностью 0,0001.

Пример входных данных	Пример выходных данных
4 0 0 3 0 1 1 0 3	3.0000

Решение:

```
#include "stdafx.h"
#include <math.h>

int main()
{
    int N;
    double x_curr, x_next, y_curr, y_next, x_start, y_start;
    double area = 0;
    scanf( "%d", &N );
    scanf( "%lf %lf", &x_next, &y_next );
    x_start = x_next;
    y_start = y_next;
    for (int i = 2; i <= N; i++)
    {
        x_curr = x_next;
        y_curr = y_next;
        scanf( "%lf %lf", &x_next, &y_next );
        area += 0.5*(y_next + y_curr)*(x_next - x_curr);
    }
    x_curr = x_next;
    y_curr = y_next;
}
```

```
x_next = x_start;
y_next = y_start;
area += 0.5*(y_next + y_curr)*(x_next - x_curr);
printf( "%12.4lf\n", abs( area ) );
return 0;
}
```