

Второй (заключительный) этап академического соревнования

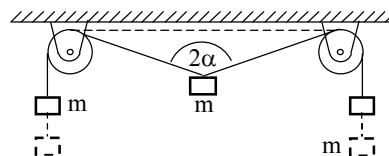
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

Весна, 2016 г.

Вариант № 16.

ЗАДАЧА 1.

Тело, движущееся равноускоренно с начальной скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$, пройдя некоторое расстояние ℓ , приобретает скорость $v_2 = 10 \text{ м/с}$. Найдите скорость v этого тела на расстоянии, равном $\ell/3$ от начала движения.

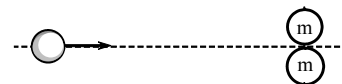


ЗАДАЧА 2.

Через два маленьких неподвижных блока, оси которых находятся на одной высоте на расстоянии 1 м друг от друга, перекинута нить. К концам и к середине нити привязаны три одинаковых груза. Средний груз поднимают так, чтобы нить была горизонтальна, а сам груз находился посередине между блоками, и отпускают, после чего средний груз опускается, а крайние поднимаются. Найдите скорость среднего груза в тот момент, когда средние части нити между блоками образуют угол $2\alpha = 90^\circ$. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 3.

Два одинаковых шара массы m каждый лежат на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости, соприкасаясь друг с другом. Третий шар, таких же размеров, скользящий по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара. Считая удар абсолютно упругим, найдите массу M налетающего шара, если после удара он продолжает двигаться в том же направлении со скоростью, равной четверти скорости этого шара до удара.

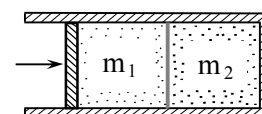


ЗАДАЧА 4.

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса r . Медленно выдвигая поршень, давление воздуха в сосуде уменьшают так, что радиус пузыря увеличивается втрое. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии было равно P_0 . Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен σ .

ЗАДАЧА 5.

В закреплённом теплоизолированном цилиндре, разделённом на две части неподвижной теплопроводящей перегородкой и закрытом слева подвижным поршнем, не проводящим тепло, находится в левой части газ неон массы $m_1 = 100 \text{ г}$, а в правой части – газ гелий массы $m_2 = 20 \text{ г}$. Давление на поршень медленно



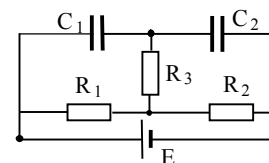
увеличивают, начиная с некоторого начального значения. Найдите молярную теплоёмкость газа в левой части цилиндра в данном процессе, считая, что температура газа в процессе сжатия в левой и правой частях цилиндра одинаковая. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 6.

Металлический шарик радиуса R с положительным зарядом $+2q$ находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса $2R$. Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили отрицательный заряд $-q$. Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий ΔW конечного и начального состояния системы ?

ЗАДАЧА 7.

Определите заряды на конденсаторах в схеме, изображённой на рисунке. Параметры элементов цепи считать известными. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

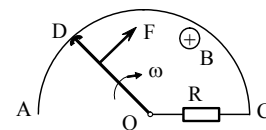


ЗАДАЧА 8. Вогнутое зеркало наполнено прозрачной жидкостью. Зная, что радиус кривизны зеркала $R = 40$ см, а показатель преломления жидкости равен $3/2$, найдите фокусное расстояние этой системы.



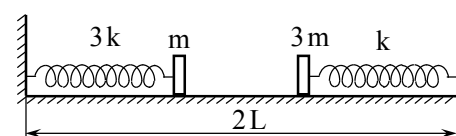
ЗАДАЧА 9.

Контур состоит из участка OC с сопротивлением R , полукольца AC и стержня OD сопротивлением R и длины L , который может скользить по полукольцу, вращаясь вокруг его центра - точки O . Сопротивления остальных участков контура и скользящего контакта пренебрежимо малы. Контур помещён в однородном магнитном поле с индукцией B , линии которой перпендикулярны плоскости контура. Найдите модуль минимальной силы F , которую надо приложить к стержню на расстоянии $2L/3$ от точки O , чтобы вращать его с постоянной угловой скоростью ω .



ЗАДАЧА 10.

В системе, изображённой на рисунке, прикрепленные к невесомым пружинам грузики при помощи нитей удерживаются на расстояниях $L/2$ от стенок, к которым прикреплены концы пружин. Длины обеих пружин в недеформированном состоянии одинаковы и равны L . Нити одновременно пережигают, после чего грузики сталкиваются и слипаются. Найдите максимальный импульс, который будут иметь грузики при колебаниях, возникших после этого столкновения. Удар при столкновении является центральным. Жёсткости пружин и массы грузиков указаны на рисунке. Трением и размерами грузиков пренебречь.



Решение варианта № 16

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ:
$$v = \sqrt{\frac{2v_1^2 + v_2^2}{3}} = 6 \text{ м/с} . .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ:
$$v_1 = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} = 0,82 \text{ м/с} .$$

Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$2 \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgh - 2mgs \quad (1),$$

где s и h – перемещения крайних и среднего грузов. Из рисунка видно, что

$$s = \frac{\ell}{2} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right). \quad h = \frac{\ell}{2} ctg \alpha. \quad v = v_1 \cos \alpha.$$

Подставляя значения s , h и v в (1), найдём

$$v_1 = \frac{\sqrt{g(h-2s)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} = 0,82 \text{ м/с} .$$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ:
$$M = 2,5 \text{ т} .$$

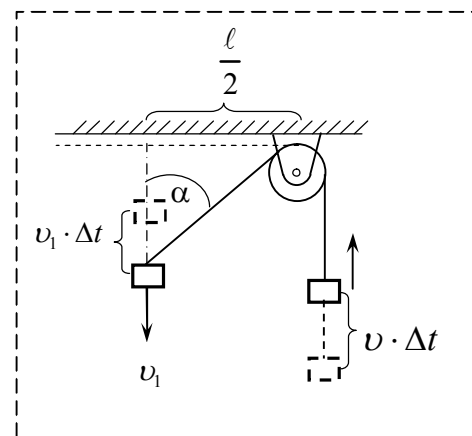
Исходя из закона сохранения механической энергии
$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{M}{2} \left(\frac{v_0}{4} \right)^2 + 2 \frac{m}{2} v^2 \quad (1)$$

По закону сохранения импульса,
$$Mv_0 = M \frac{v_0}{4} + 2mv \cdot \cos 30^\circ \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), находим
$$M = 2,5 \text{ т} .$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ:
$$P = \frac{P_0}{27} - \frac{32\sigma}{27 \cdot r} .$$



Начальное давление в сосуде равно P_0 . При этом давление внутри пузыря за счёт сил поверхностного натяжения больше на величину $\Delta P_1 = \frac{4\sigma}{r}$, где σ - коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки. То есть давление внутри пузыря

$$P_1 = P_0 + \Delta P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{r}.$$

Конечное давление в пузыре уменьшится в 8 раз, то есть $P_2 = \frac{P_1}{27} = \frac{\left(P_0 + \frac{4\sigma}{r}\right)}{27} = \frac{P_0}{27} + \frac{4\sigma}{27 \cdot r}$.

Но $P = P_2 - \Delta P_2$, где $\Delta P_2 = \frac{4\sigma}{3 \cdot r}$;

Тогда $P = P_2 - \Delta P_2 = P_2 - \frac{4\sigma}{3r}$.

Конечное давление в сосуде $P = P_2 - \Delta P_2 = \frac{P_0}{27} + \frac{4\sigma}{27 \cdot r} - \frac{4\sigma}{3r} = \frac{P_0}{27} - \frac{32\sigma}{27 \cdot r}$. $P = \frac{P_0}{27} - \frac{32\sigma}{27 \cdot r}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $C_\mu = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -12,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

При сжатии газа температура в левой и правой частях цилиндра будет одинаковая, поскольку перегородка теплопроводящая, а процесс медленный. К газу в правой части цилиндра подводится

количество теплоты $Q_2 = \frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$,. Это тепло отводится от левой части газа массой m_1 :

$Q_1 = -Q_2 = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$. Поэтому теплоёмкость газа в левой части цилиндра в рассматриваемом

процессе отрицательна и равна $C = -\frac{Q_1}{\Delta T} = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R$, а его молярная теплоёмкость равна

$$C_\mu = -\frac{C}{m_1 / \mu_1} = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -12,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

Собственная энергия шарика $W_1 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(2q)^2}{R} = k \frac{2q^2}{R}$, собственная энергия сферы

$W_2 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(-q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{4R}$. Энергия взаимодействия $W_{12} = k \cdot \frac{2q \cdot (-q)}{2R} = -k \frac{q^2}{R}$.

Полная электрическая энергия системы $W' = W_1 + W_2 + W_{12} = k \frac{q^2}{R} \left(2 + \frac{1}{4} - 1 \right) = k \frac{5 \cdot q^2}{4 \cdot R}$.

После соединения шарика и сферы проводником энергия системы

$W'' = k \frac{(2q - q)^2}{2 \cdot 2R} = k \frac{q^2}{4 \cdot R}$.

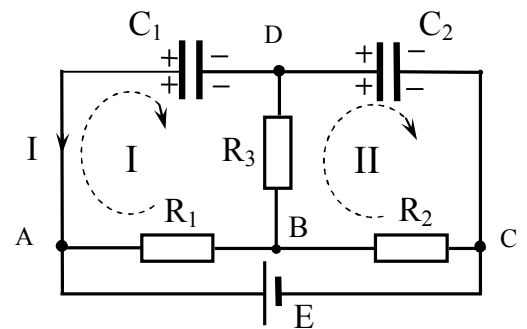
Тогда разность потенциальных энергий конечного и начального состояний системы

$\Delta W = W'' - W' = k \left(\frac{q^2}{4R} - \frac{5 q^2}{4 R} \right) = -k \frac{q^2}{R} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

Энергия системы уменьшилась на $\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $q_1 = C_1 U_1 = \frac{C_1 E R_1}{R_1 + R_2}$; $q_2 = C_2 U_2 = \frac{C_2 E R_2}{R_1 + R_2}$.



З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $F = \frac{R}{3} = 0,13M$.

Так как свет проходит через воду, отражается от зеркала и снова проходит через воду, то

$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$ где $D_1 = (n-1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{2R}$; $D_2 = \frac{2}{R}$.

Поэтому $D = 2 \frac{1}{2R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R}$. Тогда $F = \frac{1}{D} = \frac{R}{3} = \frac{0,4}{3} = 0,13M$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ: $F = \frac{3B^2 \cdot L^3 \omega}{16R}$.

При вращения стержня OD в контуре возникает ЭДС $E = -\frac{1}{2} BL^2 \omega$.

При постоянной угловой скорости вращения стержня мощность силы F , действующей на стержень, равна электрической мощности, выделяющейся в контуре то есть $Fv = I^2 \cdot 2R$, (1) где

$$v = \frac{2 \cdot \omega \cdot L}{3} \quad (2) \text{ Т.е. } \frac{F \cdot 2 \cdot \omega \cdot L}{3} = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{16R^2} 2R = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{8R}, \text{ откуда } F = \frac{3B^2 \cdot L^3 \omega}{16R}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $P_{\max} = L \sqrt{2km}$.

После пережигания нитей левый грузик будет двигаться по закону $x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos(\omega_1 t)$ а правый

– по закону $x_2(t) = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t)$ (время t отсчитывается от момента пережигания нитей),

$$\omega_2 = \frac{1}{3} \omega_1$$

Грузики столкнутся через время t_0 , которое определяется из условия $x_1(t) = x_2(t)$, откуда

получаем: $t_0 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{3\pi}{4\omega_1}$. либо $t_0 = \frac{\pi}{4\omega_2}$. При этом в момент столкновения грузики

будут иметь координату $x_0 = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t_0) = \frac{L}{4} \sqrt{2}$.

В соответствии с законом сохранения импульса скорость грузиков после удара равна нулю, а

удлинения пружин в этот момент отличны от нуля и равны $x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{2}$. Следовательно, после

столкновения слипшиеся грузики будут совершать гармонические колебания с амплитудой x_0 и с

частотой $\omega = \sqrt{\frac{k + 3k}{m + 3m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$. В процессе этих колебаний максимальная скорость грузиков

будет равна $v_{\max} = \omega \cdot x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{2k}{m}}$, а максимальный импульс $P_{\max} = L \sqrt{2km}$.