

Второй (заключительный) этап академического соревнования

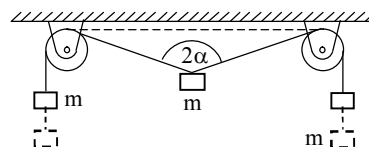
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

Весна, 2016 г.

Вариант № 15.

**ЗАДАЧА 1.**

Тело, движущееся равноускоренно с начальной скоростью  $v_1 = 2 \text{ м/с}$ , пройдя некоторое расстояние  $\ell$ , приобретает скорость  $v_2 = 10 \text{ м/с}$ . Найдите скорость  $v$  этого тела на расстоянии, равном  $\ell/4$  от конечной точки движения.



**ЗАДАЧА 2.**

Через два маленьких неподвижных блока, оси которых находятся на одной высоте на расстоянии  $1\text{ м}$  друг от друга, перекинута нить. К концам и к середине нити привязаны три одинаковых груза. Средний груз поднимают так, чтобы нить была горизонтальна, а сам груз находился посередине между блоками, и отпускают, после чего средний груз опускается, а крайние поднимаются. Найдите скорость крайних грузов в тот момент, когда средние части нити между блоками образуют угол  $2\alpha = 90^\circ$ ? Трением пренебечь.

**ЗАДАЧА 3.**

Два одинаковых шара массы  $m$  каждый лежат на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости, соприкасаясь друг с другом. Третий шар, таких же размеров, скользящий по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара. Считая удар абсолютно упругим, найдите массу  $M$  налетающего шара, если после удара он продолжает двигаться в том же направлении со скоростью, равной половине скорости шара до удара.

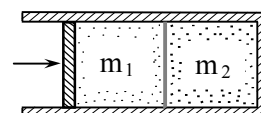


**ЗАДАЧА 4.**

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса  $r$ . Медленно выдвигая поршень, давление воздуха в сосуде уменьшают так, что радиус пузыря увеличивается вдвое. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии было равно  $P_0$ . Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен  $\sigma$ .

**ЗАДАЧА 5.**

В закреплённом теплоизолированном цилиндре, разделённом на две части неподвижной теплопроводящей перегородкой и закрытом слева

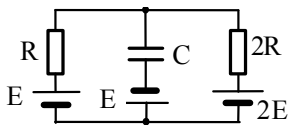


подвижным поршнем, не проводящим тепло, находится в левой части газ гелий массы  $m_1 = 40$  г, а в правой части – газ неон массы  $m_2 = 100$  г. Давление на поршень медленно увеличивают, начиная с некоторого начального значения. Найдите молярную теплоёмкость газа в левой части цилиндра в данном процессе, считая, что температура газа в процессе сжатия в левой и правой частях цилиндра одинаковая. Трением пренебречь.

### ЗАДАЧА 6.

Металлический шарик радиуса  $R$  с положительным зарядом  $+q$  находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса  $2R$ . Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили отрицательным заряд  $-2q$ . Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий  $\Delta W$  конечного и начального состояния системы.

### ЗАДАЧА 7.



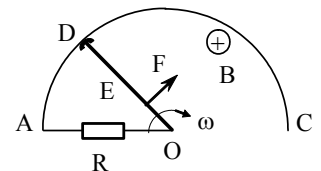
Определите заряды на конденсаторах в схеме, изображённой на рисунке. Параметры элементов цепи считать известными. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

ЗАДАЧА 8. Вогнутое зеркало наполнено водой. Зная, что радиус кривизны зеркала равен 40 см, а показатель преломления воды равен  $4/3$ , найдите фокусное расстояние этой системы.



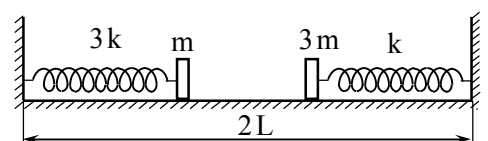
### ЗАДАЧА 9.

Контур состоит из участка  $OA$  с сопротивлением  $R$ , полукольца  $AC$  и стержня  $OD$  сопротивлением  $R$  и длины  $L$ , который может скользить по полукольцу, вращаясь вокруг его центра - точки  $O$ . Сопротивления остальных участков контура и скользящего контакта пренебрежимо малы. Контур помещен в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , линии которой перпендикулярны плоскости контура. Найдите модуль минимальной силы  $F$ , которую надо приложить к стержню на расстоянии  $1/3L$  от точки  $O$ , чтобы вращать его с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .



### ЗАДАЧА 10.

В системе, изображённой на рисунке, прикрепленные к невесомым пружинам грузики при помощи нитей удерживаются на расстояниях  $L/2$  от стенок, к которым прикреплены концы пружин. Длины обеих пружин в недеформированном состоянии одинаковы и равны  $L$ . Нити одновременно пережигают, после чего грузики сталкиваются и слипаются. Найдите



максимальную скорость, которую будут иметь грузики при колебаниях, возникших после этого столкновения. Удар при столкновении является центральным. Жёсткости пружин и массы грузиков указаны на рисунке. Трением и размерами грузиков пренебречь.

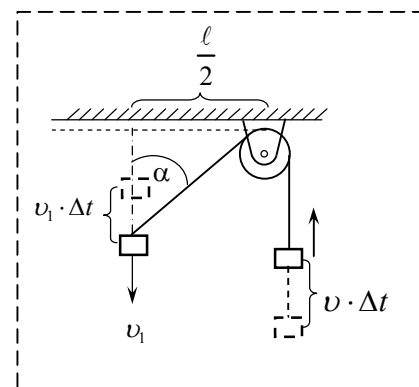
### Решение варианта № 15

**З А Д А Ч А 1.** (8 баллов)

Ответ: 
$$v = \frac{1}{2} \sqrt{3v_1^2 + v_2^2} = 8,7 \text{ м/с} .$$

**З А Д А Ч А 2.** (8 баллов)

Ответ: 
$$v = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} \cdot \cos \alpha = 0,58 \text{ м/с} .$$



Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$2 \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgh - 2mgc, \quad (1)$$

где  $c$  и  $h$  – перемещения крайних и среднего грузов. Из рисунка видно, что

$$c = \frac{\ell}{2} \left( \frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right), \quad h = \frac{\ell}{2} \operatorname{ctg} \alpha, \quad v = v_1 \cos \alpha .$$

Подставляя значения  $c$ ,  $h$  и  $v$  в (1), найдём

$$v = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} \cdot \cos \alpha = 0,58 \text{ м/с} .$$

**З А Д А Ч А 3.** (10 баллов)

Ответ: 
$$M = 4,5 \text{ т}$$

Исходя из закона сохранения кинетической энергии

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{M}{2} \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + 2 \frac{m}{2} v^2 \quad (1)$$

По закону сохранения импульса, 
$$Mv_0 = M \frac{v_0}{2} + 2mv \cdot \cos 30^\circ . \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2): находим, 
$$M = 4,5 \text{ т} .$$

**З А Д А Ч А 4.** (10 баллов)

Ответ: 
$$P = \frac{P_0}{8} - \frac{3\sigma}{2r}.$$

Начальное давление в сосуде равно  $P_0$ . При этом давление внутри мыльного пузыря за счёт сил поверхностного натяжения больше на величину  $\Delta P_1 = \frac{4\sigma}{r}$ , где  $\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки. То есть давление внутри пузыря  $P_1 = P_0 + \Delta P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{r}$ .

Так как объём пузыря увеличился в 8 раз, то конечное давление в пузыре уменьшится в 8 раз, то

есть 
$$P_2 = \frac{P_1}{8} = \frac{\left(P_0 + \frac{4\sigma}{r}\right)}{8} = \frac{P_0}{8} + \frac{\sigma}{2r}.$$

Но  $P = P_2 - \Delta P_2$ , где  $\Delta P_2 = \frac{4\sigma}{2r} = \frac{2\sigma}{r}$ ; Тогда  $P = P_2 - \Delta P_2 = P_2 - \frac{2\sigma}{r}$

Конечное давление в сосуде  $P = P_2 - \Delta P_2 = \frac{P_0}{8} + \frac{\sigma}{2r} - \frac{2\sigma}{r} = \frac{P_0}{8} - \frac{3\sigma}{2r}$ .  $P = \frac{P_0}{8} - \frac{3\sigma}{2r}$ .

### ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: 
$$C_\mu = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -6,2 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

При сжатии газа температура в левой и правой частях цилиндра будет одинаковая, поскольку перегородка теплопроводящая, а процесс медленный. К газу в правой части цилиндра подводится

количество теплоты  $Q_2 = \frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$ , . Это тепло отводится от левой части газа массой  $m_1$ :

$Q_1 = -Q_2 = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$ . Поэтому теплоёмкость газа в левой части цилиндра в рассматриваемом

процессе отрицательна и равна  $C = -\frac{Q_1}{\Delta T} = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R$ , а его молярная теплоёмкость равна

$$C_\mu = -\frac{C}{m_1 / \mu_1} = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -6,2 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

### ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ:  $\Delta W = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$ .

Собственная энергия шарика  $W_1 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{R} = k \frac{q^2}{2R}$ , а собственная энергия сферы

$W_2 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(-2q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{R}$ . Энергия взаимодействия  $W_{12} = k \cdot \frac{q(-2q)}{2R} = -k \frac{q^2}{R}$

Полная электрическая энергия системы

$W' = W_1 + W_2 + W_{12} = k \frac{q^2}{R} \left( \frac{1}{2} + 1 - 1 \right) = k \frac{q^2}{2R}$ .

После соединении шарика и сферы проводником энергия системы  $W'' = k \frac{(q-2q)^2}{2 \cdot 2R} = k \frac{q^2}{4 \cdot R}$ .

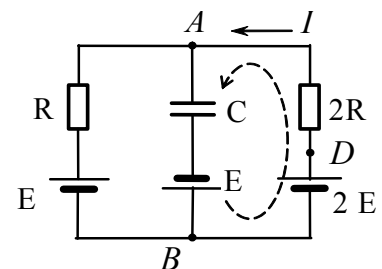
Тогда разность потенциальных энергий конечного и начального состояний системы

$\Delta W = W'' - W' = k \left( \frac{q^2}{4R} - \frac{q^2}{2R} \right) = -k \frac{q^2}{4R} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4R} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$ .

Энергия системы уменьшилась на  $\Delta W = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$ .

**З А Д А Ч А 7.** (10 баллов)

Ответ:  $W = \frac{49}{18} CE^2$ .



**З А Д А Ч А 8.** (10 баллов)

Ответ:  $F = \frac{1}{D} = \frac{3R}{8} = 0,15m$

$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$ , где  $D_1$  – оптическая сила водяной линзы, а  $D_2$  – зеркала. Но

$D_1 = (n-1) \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{3R}$ ;  $D_2 = \frac{2}{R}$ .  $D = 2 \frac{1}{3R} + \frac{2}{R} = \frac{8}{3R}$  Поэтому  $F = \frac{1}{D} = \frac{3R}{8} = 0,15m$

**З А Д А Ч А 9.** (12 баллов).

Ответ:  $F = \frac{3B^2 \cdot L^3 \omega}{8R}$ .

При вращения стержня OD в контуре возникает ЭДС индукции  $E = -\frac{1}{2}BL^2\omega$ . При постоянной угловой скорости вращения стержня мощность силы F, действующей на стержень, равна электрической мощности, выделяющейся в контуре, то есть  $Fv = I^2 \cdot 2R$ , (1) где  $v = \frac{\omega \cdot L}{3}$  (2).

То есть  $\frac{F \cdot \omega \cdot L}{3} = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{16R^2} 2R = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{8R}$ , откуда  $F = \frac{3B^2 \cdot L^3 \omega}{8R}$ .

**З А Д А Ч А 10.** (12 баллов)

Ответ:  $v_{\max} = \frac{L}{4} \sqrt{2 \frac{k}{m}}$ .

После пережигания нитей левый грузик будет двигаться по закону  $x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos(\omega_1 t)$  а правый – по закону  $x_2(t) = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t)$  (время t отсчитывается от момента пережигания нитей).

Грузики столкнутся через время  $t_0$ , которое определяется из условия  $x_1(t) = x_2(t)$ , откуда получаем:  $t_0 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{3\pi}{4\omega_1}$  либо  $t_0 = \frac{\pi}{4\omega_2}$ . При этом в момент столкновения грузики

будут иметь координату  $x_0 = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t_0) = \frac{L}{4} \sqrt{2}$ .

В соответствии с законом сохранения импульса скорость грузиков после удара равна нулю, а удлинения пружин в этот момент отличны от нуля и равны  $x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{2}$ . Следовательно, после

столкновения слипшиеся грузики будут совершать гармонические колебания с амплитудой  $x_0$  и с частотой  $\omega = \sqrt{\frac{k + 3k}{m + 3m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . В процессе этих колебаний максимальная скорость грузиков

будет равна  $v_{\max} = \omega \cdot x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{2k}{m}}$ .