

Второй (заключительный) этап академического соревнования

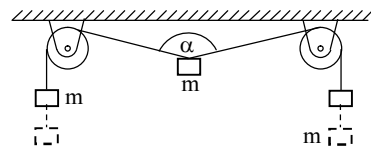
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

Весна, 2016 г.

Вариант № 14.

ЗАДАЧА 1.

Тело, движущееся равноускоренно с начальной скоростью $v_1 = 1 \text{ м/с}$, пройдя некоторое расстояние ℓ , приобретает скорость $v_2 = 7 \text{ м/с}$. Найдите скорость v этого тела на расстоянии, равном $\ell/4$ от начала движения.

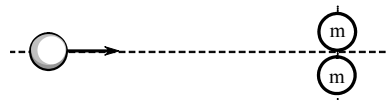


ЗАДАЧА 2.

Через два маленьких неподвижных блока, оси которых находятся на одной высоте на расстоянии 90 см друг от друга, перекинута нить. К концам и к середине нити привязаны три одинаковых груза. Средний груз поднимают так, чтобы нить была горизонтальна, а сам груз находился посередине между блоками, и отпускают, после чего средний груз опускается, а крайние поднимаются. Найдите скорость среднего груза в тот момент, когда части нити между блоками образуют угол $\alpha = 120^\circ$? Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 3.

Два одинаковых шара массы m каждый лежат на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости, соприкасаясь друг с другом. Третий шар, таких же размеров, скользящий по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара. Считая удар абсолютно упругим, найдите массу M налетающего шара, если после удара он отскакивает назад со скоростью, равной четверти скорости этого шара до удара.

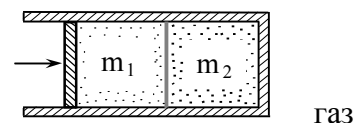


ЗАДАЧА 4.

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса r . Медленным вдвиганием поршня воздух в сосуде сжимают так, что радиус пузыря уменьшается в три раза. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии равно P_0 . Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен σ .

ЗАДАЧА 5.

В закреплённом теплоизолированном цилиндре, разделённом на две части неподвижной теплопроводящей перегородкой и закрытом слева подвижным поршнем, не проводящим тепло, находится в левой части газ неон массы $m_1 = 40 \text{ г}$, а в правой части – газ аргон массы $m_2 = 20 \text{ г}$. Давление на поршень медленно увеличивают, начиная с некоторого начального значения. Найдите молярную



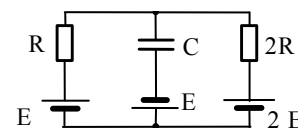
теплоёмкость газа в левой части цилиндра в данном процессе, считая, что температура газа в процессе сжатия в левой и правой частях цилиндра одинаковая. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 6.

Металлический шарик радиуса R с отрицательным зарядом $-q$ находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса $2R$. Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили положительный заряд $+2q$. Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий ΔW конечного и начального состояния системы.

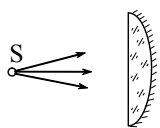
ЗАДАЧА 7.

Определите заряды на конденсаторах в схеме, изображённой на рисунке. Параметры элементов цепи считать известными. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



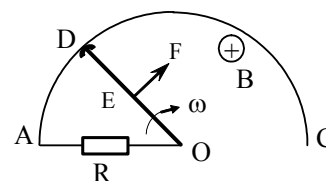
ЗАДАЧА 8.

Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны $R = 50$ см имеет оптическую силу 1 дптр. Найдите оптическую силу этой линзы, если посеребрить её сферическую поверхность? Свет падает на не посеребрённую поверхность.



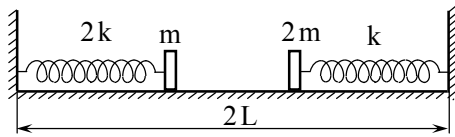
ЗАДАЧА 9.

Контур состоит из участка OA с сопротивлением R , полукольца AC и стержня OD сопротивлением R и длины L , который может скользить по полукольцу, вращаясь вокруг его центра - точки O . Сопротивления остальных участков контура и скользящего контакта пренебрежимо малы. Контур помещен в однородном магнитном поле с индукцией B , линии которой перпендикулярны плоскости контура. Найдите модуль минимальной силы F , которую надо приложить к середине стержня, чтобы вращать его с постоянной угловой скоростью ω .



ЗАДАЧА 10.

В системе, изображённой на рисунке, прикрепленные к невесомым пружинам грузики при помощи нитей удерживаются на расстояниях $L/2$ от стенок, к которым прикреплены концы пружин. Длины обеих пружин в недеформированном состоянии одинаковы и равны L . Нити одновременно пережигают, после чего грузики сталкиваются и слипаются. Найдите максимальный импульс, который будут иметь грузики после этого столкновения. Удар при



столкновении является центральным. Жёсткости пружин и массы грузиков указаны на рисунке. Трением и размерами грузиков пренебречь.

Решение варианта № 14

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ:
$$v = \sqrt{\frac{3v_1^2 + v_2^2}{4}} = 3,6 \text{ м/с} . .$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ:
$$v_1 = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}}} = 1,26 \text{ м/с} .$$

Из закона сохранения механической энергии следует, что

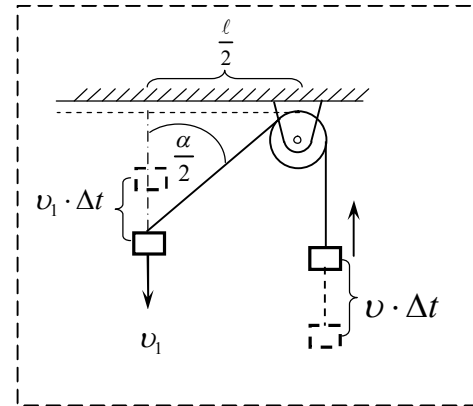
$$2 \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgh - 2mgs . (1)$$

Где s и h – перемещения крайних и среднего грузов. Из рисунка видно, что

$$c = \frac{\ell}{2} \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - 1 \right) . \quad h = \frac{\ell}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) . \quad v = v_1 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) .$$

Подставляя значения c , h и v в (1) найдём

$$v_1 = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}}} = 1,26 \text{ м/с} .$$



З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ:
$$M = \frac{9}{10} m$$

Исходя из закона сохранения кинетической энергии

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{M}{2} \left(\frac{v_0}{4} \right)^2 + 2 \frac{m}{2} v^2 . (1)$$

По закону сохранения импульса,
$$Mv_0 = -M \frac{v_0}{4} + 2mv \cdot \cos 30^\circ \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2): находим,
$$M = \frac{9}{10} m$$

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ:
$$P = 27P_0 + \frac{96\sigma}{r}$$

Начальное давление в сосуде равно P_0 . При этом давление внутри пузыря за счёт сил поверхностного натяжения больше на величину $\Delta P_1 = \frac{4\sigma}{r}$, где σ - коэффициент поверхностного

натяжения мыльной плёнки. То есть давление внутри пузыря $P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{r}$.

Конечное давление в пузыре увеличится в 27 раз, то есть

$P_2 = 27P_1 = 27\left(P_0 + \frac{4\sigma}{r}\right) = 27P_0 + \frac{108\sigma}{r}$ При этом давление $\Delta P_2 = \frac{4\sigma}{r/3} = \frac{12\sigma}{r}$.

Конечное давление в сосуде $P = P_2 - \Delta P_2 = 27P_0 + \frac{108\sigma}{r} - \frac{12\sigma}{r} = 27P_0 + \frac{96\sigma}{r}$. $P = 27P_0 + \frac{96\sigma}{r}$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ:
$$C_\mu = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -3,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

При сжатии газа температура в левой и правой частях цилиндра будет одинаковая, поскольку перегородка теплопроводящая, а процесс медленный. К газу в правой части цилиндра подводится

количество теплоты $Q_2 = \frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$. Это тепло отводится от левой части газа массой m_1 :

$Q_1 = -Q_2 = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R \Delta T$. Поэтому теплоёмкость газа в левой части цилиндра в рассматриваемом

процессе отрицательна и равна $C = -\frac{Q_1}{\Delta T} = -\frac{3 m_2}{2 \mu_2} R$, а его молярная теплоёмкость равна

$$C_\mu = -\frac{C}{m_1 / \mu_1} = -\frac{3 m_2 \mu_1}{2 m_1 \mu_2} R = -3,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\Delta W = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

Собственная энергия шарика $W_1 = k \cdot \frac{(-q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{2R}$, а собственная энергия сферы

$W_2 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(2q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{R}$. Энергия взаимодействия $W_{12} = k \cdot \frac{-q \cdot 2q}{2R} = -k \frac{q^2}{R}$

Полная электрическая энергия системы

$W' = W_1 + W_2 + W_{12} = k \frac{q^2}{R} \left(\frac{1}{2} + 1 - 1 \right) = k \frac{q^2}{2 \cdot R}$.

После соединения шарика и сферы потенциальная энергия системы

$W'' = k \frac{(2q - q)^2}{2 \cdot 2R} = k \frac{q^2}{4 \cdot R}$.

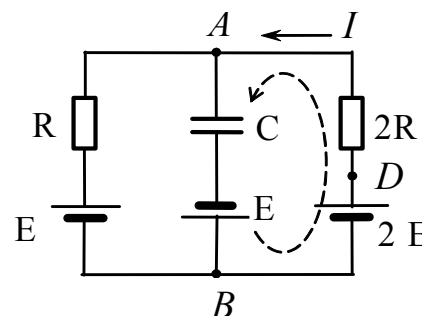
Тогда разность потенциальных энергий конечного и начального состояний системы

$\Delta W = W'' - W' = k \left(\frac{q^2}{4R} - \frac{q^2}{2R} \right) = -k \frac{q^2}{4R} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4R} = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

Энергия системы уменьшилась на $\Delta W = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $q = \frac{7}{3} CE$.



З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $D = 6$ дптр.

Если посеребрить сферическую поверхность, то $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 оптическая сила линзы, а D_2 - вогнутого зеркала, образованного посеребрённой поверхностью. Так как $D_1 = 1$ дптр, а $D_2 = \frac{2}{R} = \frac{2}{0,5} = 4$ дптр, то $D = 6$ дптр.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов).

Ответ:
$$F \cdot = \frac{B^2 \cdot L^3 \omega}{4R}$$

При вращения стержня OD в контуре возникает ЭДС индукции

$$E = -\frac{1}{2}BL^2\omega.$$

При постоянной угловой скорости вращения стержня мощность силы F, действующей на стержень, равна электрической мощности, выделяющейся в контуре то есть $Fv = I^2 \cdot 2R$, где

$$v = \frac{L \cdot \omega}{2}. \text{ Т.е. } \frac{F \cdot \omega \cdot L}{2} = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{16R^2} \cdot 2R \text{ откуда } F \cdot = \frac{B^2 \cdot L^3 \omega}{4R}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ:
$$P_{\max} = 3m \cdot \frac{L}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

После пережигания нитей левый грузик будет двигаться по закону $x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos(\omega_1 t)$ а

правый – по закону $x_2(t) = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t)$ (время t отсчитывается от момента пережигания нитей),

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \omega_1.$$

Грузики столкнутся через время t_0 , которое определяется из условия $x_1(t) = x_2(t)$, откуда

получаем: $t_0 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{2\pi}{3\omega_1}$. При этом в момент столкновения грузики будут иметь

$$\text{координату } x_0 = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t_0) = \frac{L}{4}.$$

В соответствии с законом сохранения импульса, скорость грузиков после удара равна нулю, а

удлинения пружин в этот момент отличны от нуля и равны $x_0 = \frac{L}{4}$. Следовательно, после

столкновения слипшиеся грузики будут совершать гармонические колебания с амплитудой x_0 и с

частотой $\omega = \sqrt{\frac{k + 2k}{m + 2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$. В процессе этих колебаний максимальные скорость и

$$\text{импульс будет равна } v_{\max} = \omega \cdot x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad P_{\max} = 3m \cdot v_{\max} = 3m \cdot \frac{L}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$