

Второй (заключительный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

Весна, 2016 г.

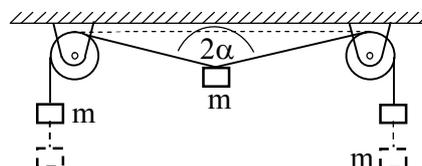
Вариант № 13.

**ЗАДАЧА 1.**

Тело, движущееся равноускоренно с начальной скоростью  $v_1 = 1 \text{ м/с}$ , пройдя некоторое расстояние  $\ell$ , приобретает скорость  $v_2 = 7 \text{ м/с}$ . Найдите скорость  $v$  этого тела на половине расстояния.

**ЗАДАЧА 2.**

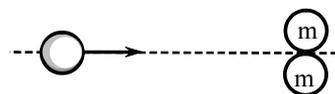
Через два маленьких неподвижных блока, оси которых находятся на одной высоте на расстоянии 90 см друг от друга, перекинута нить. К концам и к середине нити привязаны три одинаковых груза. Средний груз поднимают так, чтобы нить была горизонтальна, а сам груз находился



посередине между блоками, и отпускают, после чего средний груз опускается, а крайние поднимаются. С какой скоростью двигаются крайние грузы в тот момент, когда средние части нити между блоками образуют угол  $2\alpha = 120^\circ$ ? Трением пренебречь.

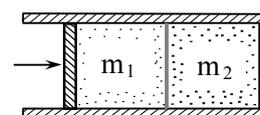
**ЗАДАЧА 3.**

Два одинаковых шара массы  $m$  каждый лежат на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости, соприкасаясь друг с другом. Третий шар, таких же размеров, скользящий по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара. Считая удар абсолютно упругим, найдите массу  $M$  налетающего шара, если после удара он отскакивает назад со скоростью, равной половине скорости этого шара до удара.



**ЗАДАЧА 4.**

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса  $r$ . Медленным вдвиганием поршня воздух в сосуде сжимают так, что радиус пузыря уменьшается вдвое. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии было равно  $P_0$ . Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен  $\sigma$ .



**ЗАДАЧА 5.**

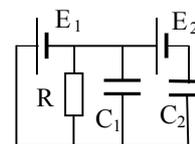
В закреплённом теплоизолированном цилиндре, разделённом на две части неподвижной теплопроводящей перегородкой и закрытом слева подвижным поршнем, не проводящим тепло, находится в левой части газ аргон массы  $m_1 = 20$  г, а в правой части – газ неон массы  $m_2 = 40$  г. Давление на поршень медленно увеличивают, начиная с некоторого начального значения. Найдите молярную теплоёмкость газа в левой части цилиндра в данном процессе, считая, что температура газа в процессе сжатия в левой и правой частях цилиндра одинаковая. Трением пренебречь.

### ЗАДАЧА 6.

Металлический шарик радиуса  $R$  с отрицательным зарядом  $-2q$  находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса  $2R$ . Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили положительный заряд  $+q$ . Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий  $\Delta W$  конечного и начального состояния системы?

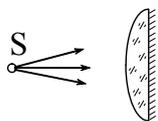
### ЗАДАЧА 7.

Определите заряды на конденсаторах в схеме, изображённой на рисунке. Параметры элементов цепи считать известными. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



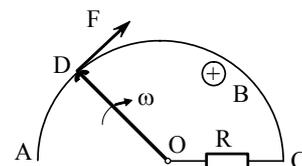
### ЗАДАЧА 8.

Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны  $R = 50$  см имеет оптическую силу 1 дптр. Найдите оптическую силу этой линзы, если посеребрить её плоскую поверхность. Свет падает на не посеребренную поверхность.



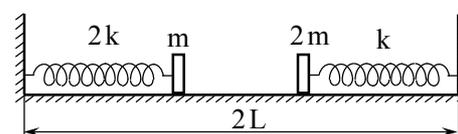
### ЗАДАЧА 9.

Контур состоит из участка  $OC$  с сопротивлением  $R$ , полукольца  $AC$  и стержня  $OD$  сопротивлением  $R$  и длины  $L$ , который может скользить по полукольцу, вращаясь вокруг его центра - точки  $O$ . Сопротивления остальных участков контура и скользящего контакта пренебрежимо малы. Контур помещён в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , линии которой перпендикулярны плоскости контура. Найдите модуль минимальной силы  $F$ , которую надо приложить к стержню в точке  $D$ , чтобы вращать его с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .

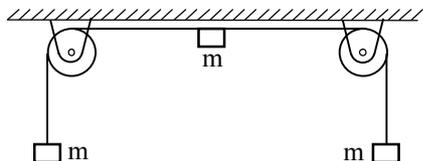


### ЗАДАЧА 10.

В системе, изображённой на рисунке, прикрепленные к невесомым пружинам грузики при помощи нитей удерживаются на расстояниях  $L/2$  от стенок, к которым прикреплены концы пружин. Длины обеих пружин в



недеформированном состоянии одинаковы и равны  $L$ . Нити одновременно пережигают, после чего грузики сталкиваются и слипаются. Найдите максимальную скорость, которую будут иметь грузики при колебаниях, возникших после этого столкновения. Удар при столкновении является центральным. Жёсткости пружин и массы грузиков указаны на рисунке. Трением и размерами грузиков пренебречь.



### Решение варианта № 13

**З А Д А Ч А 1.** (8 баллов)

Ответ: 
$$v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}} = 5 \text{ м/с} \dots$$

**З А Д А Ч А 2.** (8 баллов)

Ответ: 
$$v = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} \cdot \cos \alpha = 0,63 \text{ м/с}.$$

Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$2 \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgh - 2mgs. \quad (1)$$

Где  $s$  и  $h$  – перемещения крайних и среднего грузов. Из рисунка видно, что

$$c = \frac{\ell}{2} \left( \frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right). \quad h = \frac{\ell}{2} \operatorname{ctg} \alpha. \quad v = v_1 \cos \alpha.$$

Подставляя значения

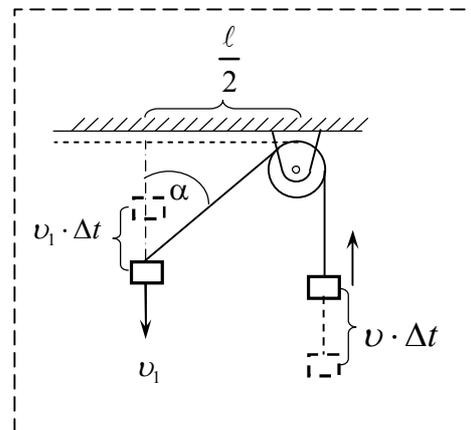
$c$ ,  $h$  и  $v$  в (1), найдём

$$v = \frac{\sqrt{g(h-2c)}}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{1}{2}}} \cdot \cos \alpha = 0,63 \text{ м/с}.$$

**З А Д А Ч А 3.** (10 баллов)

Ответ: 
$$M = \frac{1}{2} m.$$

Исходя из закона сохранения механической энергии



$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{M}{2} \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 + 2 \frac{m}{2} v^2 \quad (1)$$

По закону сохранения импульса,  $Mv_0 = -M \frac{v_0}{2} + 2mv \cdot \cos 30^\circ$  (2)

Решая совместно уравнения (1) и (2), находим  $M = \frac{1}{2} m$ .

#### З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ:  $P = 8P_0 + \frac{24\sigma}{r}$ .

Начальное давление в сосуде равно  $P_0$ . При этом давление внутри пузыря за счёт сил поверхностного натяжения больше на величину  $\Delta P_1 = \frac{4\sigma}{r}$ , где  $\sigma$  - коэффициент поверхностного

натяжения мыльной плёнки. То есть давление внутри пузыря  $P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{r}$ .

Конечное давление в пузыре увеличится в 8 раз,

то есть  $P_2 = 8P_1 = 8 \left( P_0 + \frac{4\sigma}{r} \right) = 8P_0 + \frac{32\sigma}{r}$ . При этом давление  $\Delta P_2 = \frac{4\sigma}{r/2} = \frac{8\sigma}{r}$ .

Конечное давление в сосуде  $P = P_2 - \Delta P_2 = 8P_0 + \frac{32\sigma}{r} - \frac{8\sigma}{r} = 8P_0 + \frac{24\sigma}{r}$ .

#### З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ:  $C_\mu = -\frac{3}{2} \frac{m_2 \mu_1}{m_1 \mu_2} R = -49,8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ .

При сжатии газа температура в левой и правой частях цилиндра будет одинаковая, поскольку перегородка теплопроводящая, а процесс медленный. К газу в правой части цилиндра подводится

количество теплоты  $Q_2 = \frac{3}{2} \frac{m_2}{\mu_2} R \Delta T$ , . Это тепло отводится от левой части газа массой  $m_1$ :

$Q_1 = -Q_2 = -\frac{3}{2} \frac{m_2}{\mu_2} R \Delta T$ . Поэтому теплоёмкость газа в левой части цилиндра в рассматриваемом

процессе отрицательна и равна  $C = -\frac{Q_1}{\Delta T} = -\frac{3}{2} \frac{m_2}{\mu_2} R$ , а его молярная теплоёмкость равна

$$C_\mu = -\frac{C}{m_1 / \mu_1} = -\frac{3}{2} \frac{m_2 \mu_1}{m_1 \mu_2} R = -49,8 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

### З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ:  $\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$

Собственная энергия шарика  $W_1 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(-2q)^2}{R} = k \frac{2q^2}{R}$ , а собственная энергия сферы

$$W_2 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{4R}. \text{ Энергия взаимодействия } W_{12} = k \cdot \frac{-2q \cdot q}{2R} = -k \frac{q^2}{R}.$$

Полная электрическая энергия системы

$$W' = W_1 + W_2 + W_{12} = k \frac{q^2}{R} \left( 2 + \frac{1}{4} - 1 \right) = -k \frac{5 \cdot q^2}{4 \cdot R}.$$

После соединении шарика и сферы проводником энергия системы  $W'' = k \frac{(-2q + q)^2}{2 \cdot 2R} = k \frac{q^2}{4 \cdot R}$ .

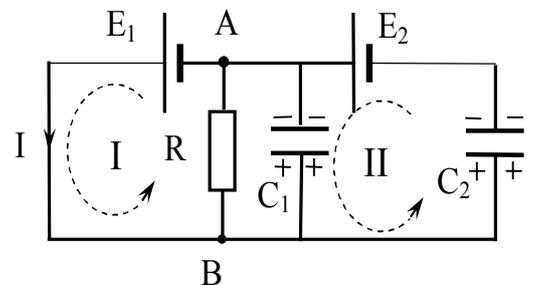
Тогда разность потенциальных энергий конечного и начального состояний системы

$$\Delta W = W'' - W' = k \left( \frac{q^2}{4R} - \frac{5 q^2}{4 R} \right) = -k \frac{q^2}{R} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}.$$

Энергия системы уменьшилась на  $\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$ .

### З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ:  $q_1 = C_1 \cdot E_1$ ;  $q_2 = C_2 (E_1 + E_2)$  . . .



### З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ:  $D = 2 \text{ дптр}$ .

$$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2 \quad \text{днтр},$$

**З А Д А Ч А 9.** (12 баллов).

Ответ: 
$$F \cdot = \frac{B^2 \cdot L^3 \omega}{8R}.$$

При вращения стержня OD в контуре возникает ЭДС индукции

$$E = -\frac{1}{2}BL^2\omega.$$

При постоянной угловой скорости вращения стержня мощность силы F, действующей на стержень, равна электрической мощности, выделяющейся в контуре то есть  $Fv = I^2 \cdot 2R$ , где  $v = L \cdot \omega$ .

Т.е.  $F \cdot \omega \cdot L = \frac{B^2 \cdot L^4 \omega^2}{16R^2} 2R$ , откуда  $F \cdot = \frac{B^2 \cdot L^3 \omega}{8R}$ .

**З А Д А Ч А 10.** (12 баллов)

Ответ: 
$$v_{\max} = \omega \cdot x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

После пережигания нитей левый грузик будет двигаться по закону  $x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos(\omega_1 t)$  а

правый – по закону  $x_2(t) = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t)$  (время t отсчитывается от момента пережигания нитей),

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \omega_1$$

Грузики столкнутся через время  $t_0$ , которое определяется из условия  $x_1(t) = x_2(t)$ , откуда

получаем:  $t_0 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{2\pi}{3\omega_1}$ . При этом в момент столкновения грузики будут иметь

координату  $x_0 = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t_0) = \frac{L}{4}$ .

В соответствии с законом сохранения импульса, скорость грузиков после удара равна нулю, а

удлинения пружин в этот момент отличны от нуля и равны  $x_0 = \frac{L}{4}$ . Следовательно, после

столкновения слипшиеся грузики будут совершать гармонические колебания с амплитудой  $x_0$  и с

частотой  $\omega = \sqrt{\frac{k + 2k}{m + 2m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . В процессе этих колебаний максимальная скорость

грузиков будет равна  $v_{\max} = \omega \cdot x_0 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,