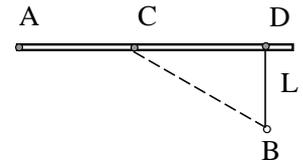


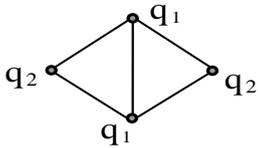
ВАРИАНТ № 15

ЗАДАЧА 1.

Из пункта А, находящегося на шоссе, необходимо за кратчайшее время попасть на машине в пункт В, расположенный в поле на расстоянии L от шоссе. Известно, что скорость машины по полю в два раза меньше, чем её скорость по шоссе. На каком расстоянии от точки D следует свернуть с шоссе?



ЗАДАЧА 2.



Четыре заряда $q_1 = 1,5 \cdot q$; $q_2 = \sqrt[4]{27} \cdot q$; $q_1 = 1,5 \cdot q$; $q_2 = \sqrt[4]{27} \cdot q$; расположенные в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1,25$, как показано на рисунке, связаны пятью не проводящими ток нитями длины L каждая. Определите силу T натяжения нити, связывающей заряды q_1 .

ЗАДАЧА 3.

Небольшое тело массы m лежит на клине массы $3m$ с длиной наклонной стороны, равной ℓ , и углом при основании $\alpha = 30^\circ$. Определите расстояние Δx , на которое переместится клин за время, пока тело m спустится с его вершины до основания. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА 4.

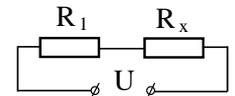
По трубопроводу, расположенному в горизонтальной плоскости и изогнутому под прямым углом, подаётся топливо, расход которого $Q = 10 \text{ дм}^3/\text{с}$. Площадь сечения трубы $S = 50 \text{ см}^2$. Плотность топлива $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определите величину минимальной горизонтальной составляющей силы, которую необходимо приложить к трубе, чтобы она была неподвижна.

ЗАДАЧА 5.

Рабочим веществом идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, является один моль идеального одноатомного газа. КПД цикла известен и равен η . Определите температуру нагревателя, если работа, которую совершает газ при адиабатическом расширении, равна A .

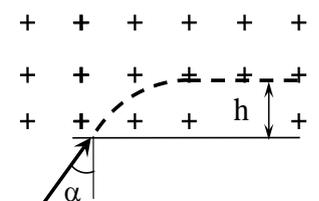
ЗАДАЧА 6.

Сопротивления $R_1 = 10 \text{ Ом}$ и изменяемое сопротивление R_x подключены к источнику постоянного напряжения $U = 100 \text{ В}$. Найдите значение сопротивления R_x , при котором на нём выделяется максимальная тепловая мощность, и значение этой мощности.

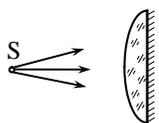


ЗАДАЧА 7.

При освещении металлической пластины с работой выхода A светом длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в однородное магнитное поле с индукцией B . Направление скорости электрона перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля, если угол падения электрона на границу области, занятой магнитным полем $\alpha = 30^\circ$.



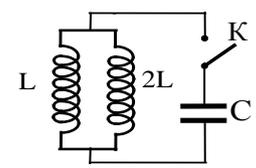
ЗАДАЧА 8.



Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны $R = 50 \text{ см}$ имеет оптическую силу $D = 1 \text{ дптр}$. Найдите оптическую силу этой линзы, если посеребрить её плоскую поверхность. Свет падает на не посеребрённую поверхность.

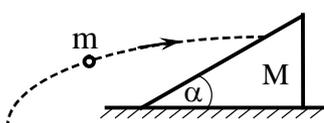
ЗАДАЧА 9.

Заряженный конденсатор ёмкости C через ключ K подключен к двум параллельным соединенным катушкам с индуктивностями L и $2L$. В начальный момент времени ключ разомкнут. Если замкнуть ключ K , то через катушки потекут токи. Максимальный ток, протекающий через катушку L , оказался равным I_1 . Найдите первоначальный заряд q на конденсаторе. Сопротивления катушек пренебречь.



ЗАДАЧА 10.

На гладкой горизонтальной поверхности массивной плиты покоится клин массы M с углом наклона $\alpha = 30^\circ$. Клину плотно прилегает к поверхности плиты. Летящий по параболической траектории шар массы m ударяется о гладкую наклонную поверхность клина, причём в момент удара его скорость направлена горизонтально (удар абсолютно упругий). В результате клин начинает двигаться по плите. Найдите отношение m/M , если через некоторое время шар попадает в ту же самую точку на клине, от которой он отскочил.



ФИЗИКА

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 15

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $CD = \frac{L}{\sqrt{3}} \approx 0,58L$.

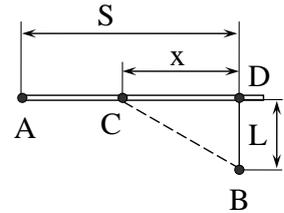
Пусть $AD = S$, $CD = x$, скорость движения машины по шоссе равна v ,
скорость движения машины по полю равна $v/2$

Тогда общее время движения из пункта А до пункта В равно

$$t = \frac{S-x}{v} + \frac{\sqrt{L^2+x^2}}{v/2} = \frac{S-x+2\sqrt{L^2+x^2}}{v}. \quad \text{Минимальное значение функция } t(x) \text{ принимает в}$$

точке, где $t'(x) = 0$. $t'(x) = \frac{1}{v} \left(-1 + \frac{2 \cdot 2x}{2\sqrt{L^2+x^2}} \right) = \frac{1}{v} \left(-1 + \frac{2x}{\sqrt{L^2+x^2}} \right);$

$$-1 + \frac{2x}{\sqrt{L^2+x^2}} = 0; \quad \sqrt{L^2+x^2} = 2x; \quad x = \frac{L}{\sqrt{3}}; \quad CD = \frac{L}{\sqrt{3}} \approx 0,58L.$$



ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $T = \frac{0,3 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 \ell^2}$.

$$T = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \ell^2} \left(q_1^2 - \frac{q_2^2}{3\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \ell^2} \left((1,5q)^2 - \frac{(\sqrt{427} \cdot q)^2}{3\sqrt{3}} \right) = \frac{1,25q^2}{\pi \epsilon_0 \ell^2} \approx \frac{0,3 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 \ell^2}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $\Delta x = \frac{m\ell \cos 30^\circ}{m+3m} = \frac{\ell\sqrt{3}}{8}$.

По условию m – масса тела, лежащего на клине, $3m$ – масса
клина. Пусть C_2 – центр масс клина.

C – центр масс системы: тело m и клин $3m$.

1) Найдём координату x_C центра масс системы – тело m , клин

$3m$ – в момент, когда тело находится на **вершине** клина: $x_C = \frac{3m \cdot x_{C_2}}{m+3m} \quad (1)$.

2) Найдём координату x_C центра масс системы – тело m , клин $3m$ – в момент, когда тело

находится у **основания** клина: $x_C = \frac{m(\ell \cos \alpha - \Delta x) + 3m \cdot (x_{C_2} - \Delta x)}{m+3m} \quad (2)$,

где Δx – перемещение клина при спускании тела с вершины клина к его основанию.

Так как вдоль оси x на тело не действуют внешние силы, то центр масс системы не смещается.

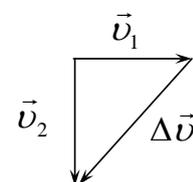
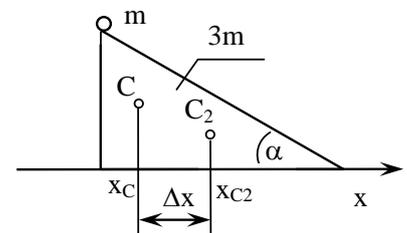
Тогда, приравнявая (1) и (2), найдём Δx .

$$\frac{3m \cdot x_{C_2}}{m+3m} = \frac{m(\ell \cos \alpha - \Delta x) + 3m \cdot (x_{C_2} - \Delta x)}{m+3m}; \quad \Delta x = \frac{m\ell \cos \alpha}{m+3m}. \quad \text{При } \alpha = 30^\circ, \Delta x = \frac{m\ell \cos 30^\circ}{4m} = \frac{\ell\sqrt{3}}{8}.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $F = \frac{\rho Q^2 \sqrt{2}}{S} = 25 \text{ Н}$.

По второму закону Ньютона $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}; \quad \frac{\Delta m}{\Delta t} \Delta \vec{v} = \vec{F} \quad (1)$,



где $\Delta m = \rho v S \Delta t$ - масса жидкости, протекающей через сечение трубы за время Δt . Из рисунка видно, что $\Delta v = v\sqrt{2}$. Подставляя полученное выражение в (1), получим

$$F = \frac{\rho v S \Delta t v \sqrt{2}}{\Delta e} = \rho v^2 S \sqrt{2}.$$

Зная расход жидкости Q , можно найти скорость течения жидкости в трубе $v = \frac{Q}{S}$. Окончательно

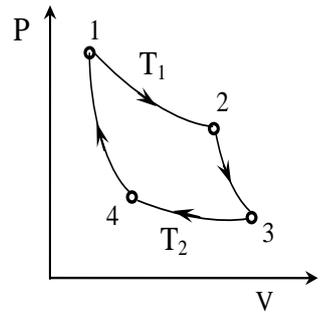
получим $F = \rho \frac{Q^2}{S^2} S \sqrt{2} = \rho \frac{Q^2}{S} \sqrt{2}$. Подставляя числовые значения, получим

$$F = \frac{0,9 \cdot 10^3 (10 \cdot 10^{-3})^2}{50 \cdot 10^{-4}} \sqrt{2} = 25 \text{ Н}.$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $T_1 = \frac{2A}{3R\eta}$.

КПД $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, T_1 - температура нагревателя, T_2 - холодильника.



2-3 - адиабатическое расширение. $0 = \Delta U + A$, $A = -\Delta U$.

$$A = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \eta; \quad T_1 = \frac{2A}{3\nu R \eta}.$$

Для $\nu = 1$ $T_1 = \frac{2A}{3R\eta}$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $R_x = 10 \text{ Ом}$; $P_{\max} = 250 \text{ Вт}$.

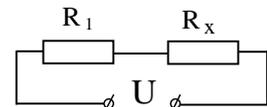
1) Тепловая мощность, выделяющаяся на резисторе R_x , равна $P_x = I^2 R_x$, где $I = \frac{U}{R_1 + R_x}$.

2) Искомую величину R_x найдём из условия $\frac{dP_x}{dR_x} = 0$,

$$\frac{dP_x}{dR_x} = U^2 \frac{(R_1 + R_x)^2 - R_x 2(R_1 + R_x)}{(R_1 + R_x)^4} = 0;$$

$$R_1^2 + 2R_1 R_x + R_x^2 - 2R_1 R_x - 2R_x^2 = 0 \quad -R_x^2 = -R_1^2;$$

получаем $R_x = R_1 = 10 \text{ Ом}$.



3) Максимальная мощность на сопротивлении R_x

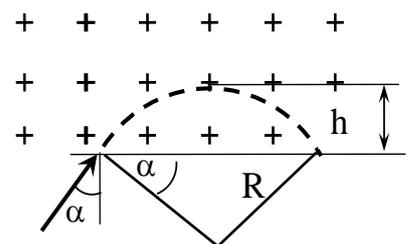
$$P_{\max} = \frac{U^2}{(R_1 + R_x)^2} R_x = \frac{U^2 R_1}{(2R_1)^2} = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{100^2}{4 \cdot 10} = 250 \text{ Вт}.$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $h = \frac{1}{2eB} \sqrt{2m \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}$.

При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ , вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией B .

Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов:



$h \frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$, где A - работа выхода электрона из металлической пластины. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2\left(h \frac{c}{\lambda} - A\right)}{m}}. \quad (1)$$

По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{mv^2}{R} = e\upsilon B$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле $R = \frac{mv}{eB}$. Из рисунка видно, что

$h = R(1 - \sin \alpha) = \frac{mv}{eB}(1 - \sin \alpha)$. Подставляя в последнее уравнение (1), получим:

$$h = \frac{m}{eB}(1 - \sin \alpha) \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}}. \quad \text{При } \alpha = 30^\circ \quad h = \frac{1}{2eB} \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

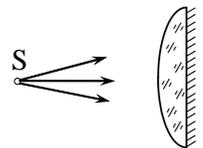
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $D = 2$ дптр.

Если посеребрить плоскую поверхность, то свет, падающий на линзу, пройдет через неё, отразится от плоской поверхности и вновь пройдет через линзу.

Поэтому $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 - оптическая сила линзы,

а D_2 - оптическая сила плоского зеркала. Так как $D_1 = 1$ дптр, а $D_2 = 0$, то $D = 2$ дптр,



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $q = I_1 \sqrt{\frac{3}{2} LC}$

В момент, когда токи через катушки достигают максимума, вся энергия, ранее запасённая в конденсаторе, переходит в энергию магнитного поля токов:

$$L \frac{I_1^2}{2} + 2L \frac{I_2^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (1) \quad \text{Так как катушки включены параллельно, то после замыкания ключа К}$$

ЭДС индукции на катушках должны быть равны между собой: $L \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 2L \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$.

Кроме того, начальные значения токов в момент замыкания ключа равны нулю, следовательно, для момента, когда токи в катушках достигают максимальных значений, выполняется соотношение:

$$L I_1 = 2L I_2. \quad (2). \quad \text{Из уравнений (1). (2) получим}$$

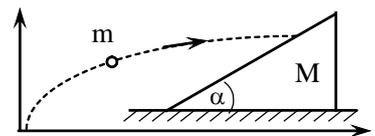
$$q = I_1 \sqrt{\frac{CL(L + 2L)}{2L}} = I_1 \sqrt{\frac{LC \cdot 3L}{2L}} = I_1 \sqrt{\frac{3}{2} LC}$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $\frac{m}{M} = 2$.

Пусть v_0 - скорость шара в момент удара.

Т. к. трение между клином и плитой отсутствует, то вдоль оси x выполняется закон сохранения импульса: $mv_0 = (m + M)v_x$ (1), где v_x - горизонтальная составляющая скорости шара после столкновения, равная скорости клина (в противоположном случае шар не упадёт в ту же точку).



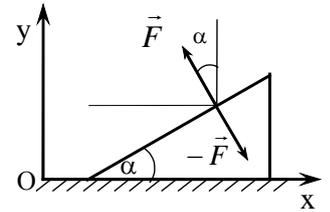
Закон сохранения энергии: $\frac{m v_o^2}{2} = \frac{(m+M)}{2} v_x^2 + \frac{m}{2} v_y^2$ (2), где v_y вертикальная составляющая

скорости шара после столкновения с клином. Пусть за время удара Δt шарика о клин между ними действовала сила, среднее значение которой равно F . Тогда в проекциях на координатные оси

уравнение второго закона Ньютона для обоих тел будет иметь вид:
 $m v_y = F \Delta t \cos \alpha$, (3)

$$M v_x = F \Delta t \sin \alpha \quad (4).$$

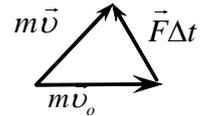
Из-за отсутствия трения сила \vec{F} направлена перпендикулярно поверхности клина. Исключив $F \Delta t$ из (3) и (4), получим выражение $\frac{m v_y}{M v_x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$,



откуда $v_y = \frac{M}{m} v_x \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$. (5)

Подставим v_y в (2) и преобразуем полученное выражение:

$$m^2 v_o^2 = \frac{m^2 \sin^2 \alpha + mM \sin^2 \alpha + M^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} v_x^2 \quad (6).$$



Возведя (1) в квадрат и поделив его на (6), найдём искомое соотношение: $\frac{m}{M} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2$.