

## Решения олимпиадных задач.

2014 год. Заключительный этап. 8-9 классы. Билет 1.

### Задача 1: Сумма (10)

Последовательность чисел Фибоначчи  $\{F_0, F_1, F_2, \dots\} = \{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots\}$  задается условиями  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n (n \geq 0)$ . Для заданного числа  $n$  вычислить сумму

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 3} + \dots + \frac{F_n}{F_{n-1} \cdot F_{n+1}}.$$

**Входные данные.** Во входном файле записано одно целое число  $n (1 \leq n \leq 10^{10})$ .

**Выходные данные.** В выходной файл вывести одно число – значение вычисленной суммы с точностью до трех знаков после запятой.

Пример входного файла	Пример выходного файла
10	1.982

### РЕШЕНИЕ:

```
#include "stdafx.h"

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    double f_one, f_two, f_three;
    int n;
    double s, t;
    scanf("%d", &n);
    f_one = 0;
    f_two = 1;
    f_three = 1;
    s = 0;
    for (int i=1; i<=n; i++)
    {
        f_one = f_two;
        f_two = f_three;
        f_three = f_one + f_two;
        t = f_two/f_one/f_three;
        s = s+t;
    }
    printf("%.3lf\n", s);
    return 0;
}
```

### Задача 2: НОК и НОД (15)

Будем обозначать через  $M(a, b)$  наименьшее общее кратное, а через  $D(a, b)$  — наибольший общий делитель двух целых чисел  $a$  и  $b$ . Вычислить

$$M(a, b) \cdot D(a, b).$$

**Входные данные.** Входной файл содержит одну строку, в которой записаны два целых числа  $a$  и  $b (1 \leq a, b \leq 10^6)$ .

**Выходные данные.** В выходной файл вывести одно целое число – значение вычисленного произведения.

Примеры входного файла	Примеры выходного файла
18 45	810
70 105	7350

### РЕШЕНИЕ:

Задачу можно решать «в лоб», но можно показать, что между НОД и НОК двух чисел имеет место соотношение:  
 $a \cdot b = \text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b)$

```
#include "stdafx.h"
```

```
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    __int64 a, b;
    scanf("%lld %lld", &a, &b);
    printf("%lld\n", a*b);
    return 0;
}
```

### Задача 3: Прямая и клетки (20)

Ортогональную целочисленную решетку, состоящую из точек с целыми координатами в декартовой системе координат, будем обозначать через  $Z^2$ . Пусть A и B - два узла решетки  $Z^2$ . Прямая AB не параллельна ни одной из осей координат. Вычислить количество единичных клеток, имеющих общую точку с прямой AB.

**Входные данные.** В первой строке входного файла записаны четыре числа - координаты узлов A и B. Все числа по абсолютной величине не превосходят 1000.

**Выходные данные.** В выходной файл вывести одно целое число - количество единичных клеток, которые имеют общую точку с прямой AB.

Пример входного файла	Пример выходного файла
0 10 10 0	34

### РЕШЕНИЕ:

```
#include "stdafx.h"
#include <math.h>

int f(int x1, int y1, int x2, int y2)
{
    return (x1*y2 - x2*y1);
}

bool g(int x1, int y1, int x2, int y2, int x3, int y3)
{
    return (f(x1, y1, x2, y2)*f(x1, y1, x3, y3) <= 0);
}

int solver(int ax, int ay, int bx, int by)
{
    int i, j, w, h, answer;
    if ((ax == bx) && (ay == by))
        return 4;
    answer=6;
    w=abs(bx-ax);
    h=abs(by-ay);
    for (i=0; i<w; i++)
        for (j=0; j<h; j++)
            if ( g(w, h, i+1, j, i, j+1) )
                answer++;
    return answer;
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    int ax, ay, bx, by;
    scanf("%d %d %d %d", &ax, &ay, &bx, &by);
    printf("%d\n", solver(ax, ay, bx, by));
    return 0;
}
```

### Задача 4: Польская запись (30)

Обычный метод записи математических выражений, в которых бинарный оператор записывается между операндами, известен под названием инфиксной записи. При отсутствии скобок операции выполняются согласно правилам приоритета операторов. Для изменения порядка выполнения операций применяют скобки. Префиксная польская запись – это форма записи математических выражений, в которой оператор располагается слева от операндов. Если оператор имеет

фиксированную арность, то в такой записи будут отсутствовать скобки, и она может быть интерпретирована без неоднозначности. Для заданного арифметического выражения в префиксной польской записи вычислить его значение.

**Входные данные.** Входной файл содержит одну строку, в которой записано арифметическое выражение в префиксной польской записи. В исходном выражении операнды и операции разделяются пробелами, в качестве операндов используются целые числа, в качестве операторов используются знаки "+", "-", "\*", "/" и "%". Длина исходного выражения не превосходит 100.

**Выходные данные.** В выходной файл вывести одну строку, в которой записано одно число – значение арифметического выражения.

Пример входного файла	Пример выходного файла
/ - 1 / 2 3 - * 4 5 + 5 * 7 8	0

### РЕШЕНИЕ:

```
#include "stdafx.h"
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

int stack[1000];
int index = 0;

void push(int a)
{
    stack[index++] = a;
}

int pop()
{
    return stack[--index];
}

int eval( char * s)
{
    char seps[] = " ";
    char *token;
    int a, b;
    token = strtok( s, seps );
    while (token != NULL)
    {
        if ((strlen( token ) == 1) && (
            (token[0] == '+') ||
            (token[0] == '-') ||
            (token[0] == '*') ||
            (token[0] == '/') ||
            (token[0] == '%')))
        {
            switch (token[0])
            {
                case '+':
                    a = pop();
                    b = pop();
                    push( a + b );
                    break;
                case '-':
                    a = pop();
                    b = pop();
                    push( a - b );
                    break;
                case '*':
                    a = pop();
                    b = pop();
                    push( a * b );
                    break;
                case '/':
                    a = pop();
                    b = pop();
                    push( a / b );
```

```

        break;
    case '%':
        a = pop();
        b = pop();
        push( a % b );
        break;
    default:
        ;
    }
else
{
    a = atoi( token );
    push( a );
}
token = strtok( NULL, seps );
}
return stack[0];
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    char line[1000];
    gets( line );
    strrev( line );
    printf( "%d\n", eval( line ) );
    return 0;
}

```

#### Задача 5: Логика мышления (25)

Поезд идет из Москвы в Минск. В поезде едут пассажиры: Иванов, Петров и Сидоров. В поездной бригаде такие же фамилии имеют начальник пассажирского поезда, поездной электромеханик и один из проводников. Известно, что:

- Пассажир Иванов живет в Москве.
- Проводник живет на полпути между Минском и Москвой.
- Пассажир, однофамилец проводника, живет в Минске.
- Ближайший по месту проживания сосед проводника (пассажир) зарабатывает в год ровно втрое больше проводника.
- Пассажир Петров зарабатывает в год 300000 руб.
- Сидоров из бригады выиграл у электромеханика партию на бильярде.

Как фамилия начальника?

#### РЕШЕНИЕ:

Сидоров