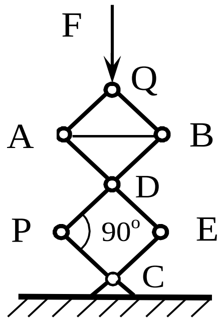
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА». 2014 ГОД.

ВАРИАНТ № 22

З А Д А Ч А 1.

В некоторой системе отсчета нестабильная частица, движущаяся со скоростью $v = 0{,}90c$, пролетела от места рождения до точки распада расстояние $L = 2$ км. Определите время жизни этой частицы в системе отсчета, относительно которой частица покоится. Здесь $c = 3\ 10^8$ м/с –скорость света в вакууме.

З А Д А Ч А 2.



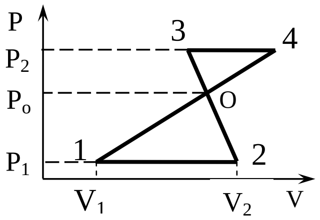
С какой силой T натянут трос AB, если на систему шарнирно скрепленных стержней действует вертикально направленная сила F. Сплошные стержни AE и BP шарнирно соединены посередине так, что AC = CB = AD =DE = DB =DP =PQ = EQ. Массой стержней и троса пренебречь.

З А Д А Ч А 3.

Шарик падает на пол с высоты H и многократно отскакивает от него. Полагая ,что при каждом отскоке скорость шарика уменьшается в 1,5 раза , определите путь , пройденный шариком от начала падения до остановки . Сопротивлением воздуха пренебречь .

З А Д А Ч А 4.

Цилиндрический сосуд высотой H и площадью основания S_o полностью заполнен жидкостью. В дне сосуда открыли малое отверстие площадью $S \ll S_o$. Пренебрегая вязкостью жидкости, определите, через сколько времени из сосуда вытечет вся жидкость.

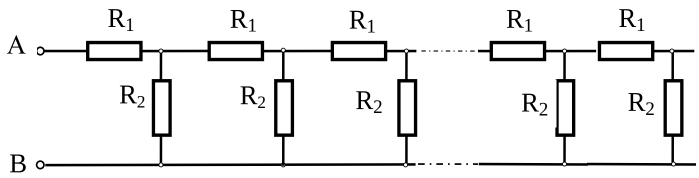


З А Д А Ч А 5.

Определите работу, которую совершает идеальный газ в замкнутом цикле 1 – 4 – 3 – 2 – 1 , изображённом на рисунке, если $P_1 = 10^5$ Па, $P_o = 2{\cdot}10^5$ Па, $P_2 = 6{\cdot}10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 6$ л , а участки цикла 4 – 3 и 2 – 1 параллельны оси V.

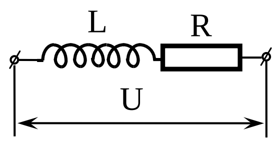
З А Д А Ч А 6.

Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций с сопротивлениями $R_1 = 16$ Ом; $R_2 = 32$ Ом . Найдите полное сопротивление между точками A и B.



З А Д А Ч А 7.

Катушку индуктивности L = 10,0 мГн, соединенную последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением $U_o = 100$ В и круговой частотой $\omega = 10^3 \dfrac{1}{c}$. Найдите значение сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность. Чему равна эта максимальная мощность?



З А Д А Ч А 8.

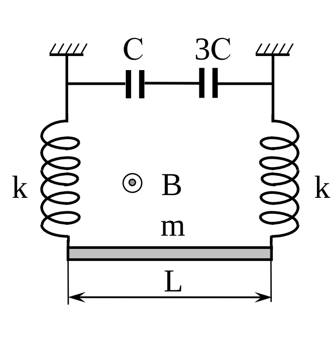
Нерелятивистская частица массы m_1 сталкивается с неподвижной частицей. Удар абсолютно упругий, прямой, центральный. Найдите массу покоившейся частицы, если длина волны де Бройля налетавшей частицы после удара изменилась в $n = 3$ раза.

З А Д А Ч А 9.

Энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -13{,}53$ эВ. Найдите частоту излучения электрона при переходе с третьего энергетического уровня на второй.

З А Д А Ч А 10.

Проводящий стержень массы m и длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости C и 3C. Система находится в однородном магнитное поле с индукцией B, направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, определите циклическую частоту колебаний стержня.



ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА». 2014 ГОД.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 22

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta t_o = \frac{L}{\upsilon}\sqrt{1-\beta^2} = 3{,}2\cdot 10^{-6}}$.

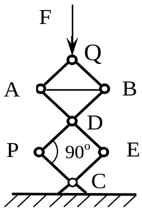
$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = \frac{\upsilon}{c}$, $L = \upsilon\cdot\Delta t = \frac{\upsilon\cdot\Delta t_o}{\sqrt{1-\beta^2}}$; откуда $\Delta t_o = \frac{L}{\upsilon}\sqrt{1-\beta^2}$.

При $L = 2\ км$, $\upsilon = 0{,}9c$,

$$\Delta t_o = \frac{L}{0{,}9c}\sqrt{1-\beta^2} = \frac{2\cdot 10^3}{0{,}9\cdot 3\cdot 10^8}\sqrt{1-0{,}9^2} = 0{,}74\cdot 10^{-5}\cdot 0{,}44 = 0{,}32\cdot 10^{-5} = 3{,}2\cdot 10^{-6}.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

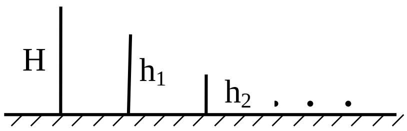
Ответ: $\boxed{T = 2F}$.



При уменьшении длины троса на $\Delta\ell$ точка Q перемещается на $2\Delta\ell$. Длина всей подвески уменьшается на $2\Delta\ell$ и, следовательно, центр масс опускается на $\Delta\ell$. Работа силы натяжения троса $T\cdot\Delta\ell$ должна, очевидно, быть равна работе силы F, то есть $T\cdot\Delta\ell = F\cdot 2\Delta\ell$. Откуда $T = 2F$,

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{S = H\frac{n^2+1}{n^2-1} = 2{,}6H}$.



$\upsilon_o = \sqrt{2gH}$; $\upsilon_1 = \frac{\upsilon_o}{n}$; $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{n} = \frac{\upsilon_o}{n^2}$, где $n = 1{,}5$.

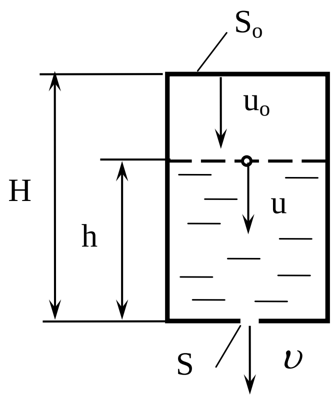
$h_1 = \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{H^2}{n^2}$; $h_2 = \frac{\upsilon_2^2}{2g} = \frac{H}{n^4}$;

$$S = H + 2(h_1 + h_2 + ...) = H + \frac{2H}{n^2}\left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + .. + \right)$$

$$\sum = \frac{1}{1-\frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2-1};\quad S = H + \frac{2H}{n^2-1};\quad S = H\frac{n^2+1}{n^2-1};\quad S = 2{,}6H.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\tau = \frac{S_o}{S}\sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot}$.



Если вытекание происходит через малое отверстие, то согласно формуле Торричелли $\upsilon = \sqrt{2gh}$ (1), где h – высота уровня жидкости в сосуде. Связь между скоростью истечения жидкости из отверстия и скоростью опускания уровня жидкости в сосуде получим, используя условие неразрывности $uS_o = \upsilon S$, где u – скорость опускания жидкости в сосуде. Отсюда $u = \upsilon \dfrac{S}{S_o}$ (2). Подставляя (1) в (2), получим

$u = \sqrt{2gh} \cdot \dfrac{S}{S_o}$; $u^2 = 2gh \cdot \left(\dfrac{S}{S_o} \right)^2$. Следовательно, уровень жидкости движется равнозамедленно с ускорением $a = g \cdot \left(\dfrac{S}{S_o} \right)^2$.

Если τ - время вытекания жидкости из сосуда, то $u = u_o - a\tau$, откуда

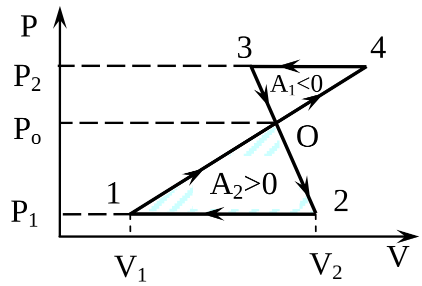
$$\tau = \frac{u_o - u}{a} = \frac{1}{g \cdot \left(\frac{S}{S_o} \right)^2} \left[\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh} \right] \cdot \frac{S}{S_o} = \left(\frac{S_o}{S} \right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{H} - \sqrt{h} \right).$$ Для $h = 0$

$$\tau = \left(\frac{S_o}{S} \right) \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{H} - 0 \right) = \frac{S_o}{S} \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot . \quad \tau = \frac{S_o}{S} \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{A = \dfrac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \dfrac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) = -45 \cdot 10^2 \ \text{Дж} = -4{,}5 \ \text{кДж}}$

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна я, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом). Найдём работу A_1, совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :



$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 0 .$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0 , подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}$$

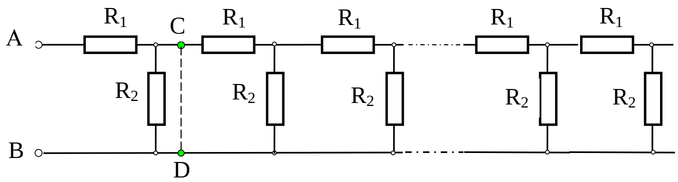
Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) =$$

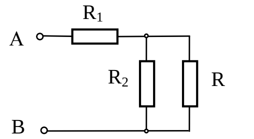
$$= \frac{(2 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(6 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5)^2}{(2 \cdot 10^5 - 10^5)^2} \right) = 3 \cdot 10^2 (1 - 16) = -45 \cdot 10^2 \ \text{Дж} = -4{,}5 \text{кДж}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{R = \dfrac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \dfrac{R_2}{R_1}} \right) = 32 \ \text{Ом}}$.



Отрежем от рассматриваемой схемы первую секцию по пунктирной линии CD. По-прежнему справа останется бесконечное число секций, так что сопротивление между точками C и D должно равняться искомому сопротивлению. Тогда схема будет иметь вид



Этот участок цепи эквивалентен исходной схеме и его сопротивление должно равняться искомому сопротивлению R. $R = R_1 + \dfrac{RR_2}{R+R_2}$. Получили квадратное уравнение относительно R: $R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$. Решая это уравнение , находим $R = \dfrac{R_1}{2}\cdot\left(1+\sqrt{1+4\dfrac{R_2}{R_1}}\right)$.

Подставив числовые значения, получим $R = \dfrac{16}{2}\cdot\left(1+\sqrt{1+4\dfrac{32}{16}}\right) = 32\ Ом$.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{P_{\max} = \dfrac{U^2_o}{4\omega L} = 250\ Вт}$ при $R = \omega L = 10\ Ом$.

1). Мощность переменного тока $P = I_D{}^2 R$, где $I_D = \dfrac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

2) Амплитуда тока $I_o = \dfrac{U_o}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$. Тогда мощность тока $P = \dfrac{U_o{}^2 R}{2(R^2+\omega^2L^2)}$ **(*)**

3) Исследуем выражение (*) на экстремум и найдём R. .

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(R^2+\omega^2L^2)\cdot 1 - R\cdot 2R}{(R^2+\omega^2L^2)^2} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(R^2+\omega^2L^2-2R^2}{(R^2+\omega^2L^2)^2} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2L^2-R^2)}{(R^2+\omega^2L^2)^2}; \quad \frac{dP}{dR}=0$$

$$\frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2L^2-R^2)}{(R^2+\omega^2L^2)^2} = 0; \quad \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2L^2-R^2)}{(R^2+\omega^2L^2)^2} = 0; \quad \omega^2L^2 - R^2 = 0; \quad R = \omega L$$

4) $P_{\max} = \dfrac{U_o{}^2\omega L}{2(\omega^2L^2+\omega^2L^2)} = \dfrac{U^2{}_o}{4\omega L}$ достигается при $R = \omega L$.

Подставив числовые значения , получим $R = \omega L = 10^3\cdot 10\cdot 10^{-3} = 10\ Ом$

$$P_{\max} = \frac{U^2{}_o}{4\omega L} = \frac{10^4}{4\cdot 10^3\cdot 10\cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{4} = 250\ Вт.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m_1 = m_2\dfrac{n+1}{n-1} = 2m_2}$.

Используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекциях на направление движения частицы, запишем:

$$\frac{m_1\upsilon_o{}^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1{}^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2{}^2}{2} \quad \textbf{(1)}, \quad m_1\upsilon_o = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \quad \textbf{(2)},$$

где υ_o - скорость, с которой первая частица налетает на покоящуюся частицу, υ_1 - скорость первой частицы после столкновения, υ_2 - скорость второй частицы после столкновения. Из этих равенств найдём скорость первой частицы после столкновения $\upsilon_1 = \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_o$ **(3)** Длины волн де Бройля первой частицы до и после столкновения равны $\lambda_1 = \dfrac{h}{m\upsilon_o}$; $\lambda_2 = \dfrac{h}{m\upsilon_1}$. По условию задачи $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = n$. То есть отношение скоростей $\dfrac{\upsilon_o}{\upsilon_1} = n$. Используя соотношение **(3)**, получим $\dfrac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = n$, откуда $m_1 = m_2 \dfrac{n+1}{n-1} = m_2 \dfrac{3+1}{3-1} = 2m_2$

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\nu = -\dfrac{5}{36} \cdot \dfrac{E_1}{h} = 4{,}56 \cdot 10^{14}\ \textit{Гц}}$.

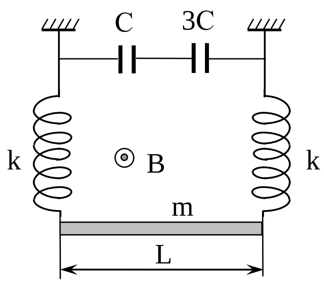
В модели атома водорода Бора энергия атома на n –ом энергетическом уровне $\mathrm{E}_n = \dfrac{E_1}{n^2}$. Тогда энергия атома на втором энергетическом уровне $\mathrm{E}_2 = \dfrac{E_1}{2^2} = \dfrac{E_1}{4}$. а на третьем $\mathrm{E}_3 = \dfrac{E_1}{3^2} = \dfrac{E_1}{9}$.

$h\nu = \mathrm{E}_3 - E_2$, откуда $\nu = \dfrac{\mathrm{E}_3 - E_2}{h}$.

$$\nu = \frac{\dfrac{E_1}{9} - \dfrac{E_1}{4}}{h} = \frac{E_1\left(-\dfrac{5}{36}\right)}{h} = -\frac{5}{36} \cdot \frac{E_1}{h} = -\frac{5}{36} \cdot \frac{-13{,}53 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}6 \cdot 10^{-34}} = 4{,}56 \cdot 10^{14}\ \textit{Гц}.$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\omega = 2\sqrt{\dfrac{k}{4m + B^2L^2 3C}}}$.



При движении стержня в нём возникает ЭДС $E = \upsilon BL$, которая вызывает ток, заряжающий конденсатор. Заряд конденсатора $q = CE = C_{БАТ}\upsilon BL$, где $C_{БАТ} = \dfrac{3}{4}C$. Ток, идущий в цепи, $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = C_{БАТ}BL\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = C_{БАТ}BL \cdot a$, где a- ускорение стержня.

При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BLI = C_{БАТ}B^2L^2a$, направленная, как и сила упругости к положению равновесия стержня. Запишем уравнение движения стержня в магнитном поле:

$ma = -kx - a \cdot C_{БАТ}B^2L^2$ или в таком виде:

$(m + \cdot C_{БАТ}B^2L^2)a = -kx$.

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать колебания с циклической частотой $\omega = 2\sqrt{\dfrac{k}{4m + B^2L^2 3C}}$.