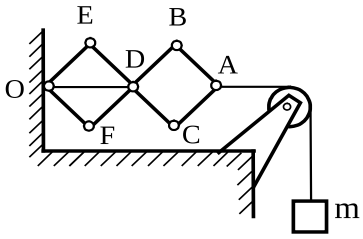
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА». 2014 ГОД.

ВАРИАНТ № 19

З А Д А Ч А 1.

В системе отсчета, относительно которой прямоугольный треугольник покоится, длина его гипотенузы равна $L_0 = 1$ м, а угол между катетом b и гипотенузой $\alpha = 30^0$. Определите длину гипотенузы этого треугольника в системе отсчета, относительно которой треугольник движется вдоль катета b с релятивистской скоростью $v = 1{,}5\ 10^8$ м / с .

З А Д А Ч А 2.



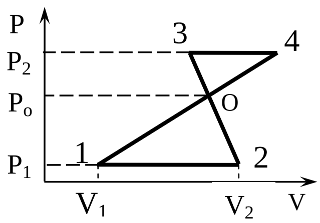
Конструкция, состоящая из стержней, соединенных шарнирами, прикреплена к стене в точке O и растягивается с помощью груза массы m и нити, соединенной с шарниром A. Сплошные стержни BF и CE шарнирно соединены в точке D, так что AB = AC = CD= DE = BD = DF= OF = OE. Определите силу T натяжения нити, соединяющей шарниры O и D. Массой стержней и нити, а также трением в блоке пренебречь

З А Д А Ч А 3.

Шарик падает на пол с высоты H и многократно отскакивает от него. Полагая, что при каждом отскоке скорость шарика уменьшается в три раза, определите путь, пройденный шариком от начала падения до остановки. Сопротивлением воздуха пренебречь .

З А Д А Ч А 4.

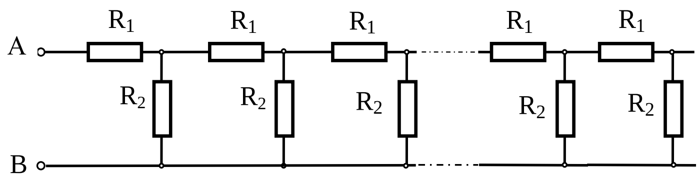
Цилиндрический сосуд высотой H и площадью основания S_o полностью заполнен жидкостью. В дне сосуда открыли малое отверстие площадью $S \ll S_o$. Пренебрегая вязкостью жидкости, определите, через сколько времени в сосуде останется 3/4 начального объёма жидкости.



З А Д А Ч А 5.

Определите работу, которую совершает идеальный газ в замкнутом цикле 1–4–3–2–1, изображённом на рисунке, если $P_1 = 10^5$ Па, $P_o = 3\cdot10^5$ Па, $P_2 = 4\cdot10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 10$ л, а участки цикла 4–3 и 2–1 параллельны оси V.

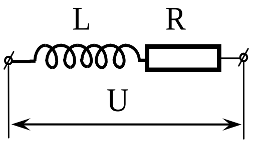
З А Д А Ч А 6.



Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций с сопротивлениями $R_1 = 2$ Ом ; $R_2 = 4$ Ом. Найдите полное сопротивление между точками A и B.

З А Д А Ч А 7.

Катушку индуктивности L = 1,0 мГн, соединенную последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением $U_o = 10$ В и круговой частотой $\omega = 400\frac{1}{c}$. Найдите значение сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность. Чему равна эта максимальная мощность ?



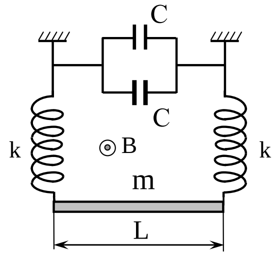
З А Д А Ч А 8.

Нерелятивистская частица массы m_1 сталкивается с покоящейся частицей. Удар абсолютно упругий, прямой , центральный. Найдите массу покоившейся частицы, если длина волны де Бройля налетавшей частицы после удара изменилась в $n = 2$ раза.

З А Д А Ч А 9.

Энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -13{,}53$ эВ. Найдите длину волны излучения, поглощённого электроном при переходе его со второго энергетического уровня на четвёртый.

З А Д А Ч А 10.



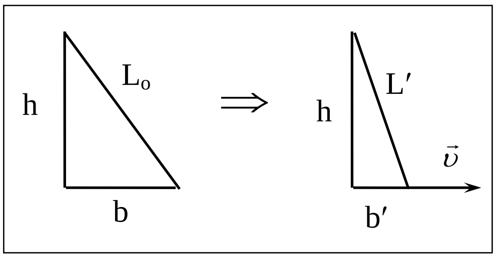
Проводящий стержень массы m и длины L подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин жёсткости k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея из двух конденсаторов ёмкости C каждый. Система находится в однородном магнитное поле с индукцией B, направленной перпендикулярно плоскости рисунка, и совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственной индуктивностью и ёмкостью проводников, определите период колебаний стержня.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ «ФИЗИКА». 2014 ГОД.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 19

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{L' = 0{,}9\,м}$.



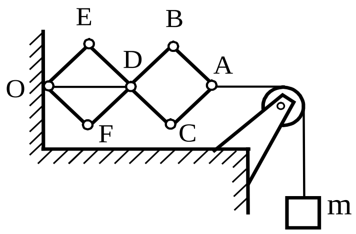
$$h = L_o \sin\alpha\,;\; b = L_o \cos\alpha\,, \qquad b' = b\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}$$

$$L' = \sqrt{h^2 + (b')^2} = \sqrt{L_O{}^2 \sin^2\alpha + L_O{}^2 \cos^2\alpha\left[1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2\right]}\,;$$

$$L' = L_o\sqrt{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\left[1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2\right]}\,; \qquad L' = 0{,}9L_O = 0{,}9\,м.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

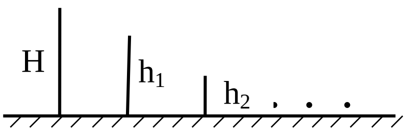
Ответ: $\boxed{T = 2mg}$.



При перемещается груза массы m на $\Delta\ell$ точка A смещается тоже на $\Delta\ell$, а точка D на $\frac{\Delta\ell}{2}$. Нить OD деформируется тоже на $\frac{\Delta\ell}{2}$ Длина всей шарнирной системы увеличивается на $\frac{\Delta\ell}{2}$ и, следовательно, центр масс смещается на $\frac{\Delta\ell}{2}$. Работа силы T натяжения нити равна $T\frac{\Delta\ell}{2}$. Очевидно, изменение потенциальной энергии груза должно быть равно работе силы натяжения нити. $mg\Delta\ell = T\frac{\Delta\ell}{2}$. Откуда $T = 2mg$.

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{S = H\frac{n^2+1}{n^2-1} = 1{,}25H}$.



$$\upsilon_o = \sqrt{2gH}\,;\; \upsilon_1 = \frac{\upsilon_o}{n}\,;\; \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{n} = \frac{\upsilon_o}{n^2}, \quad \text{где } n = 3.$$

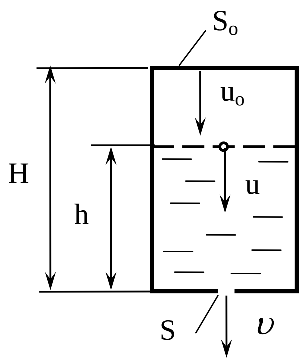
$$h_1 = \frac{\upsilon_1{}^2}{2g} = \frac{H^2}{n^2}\,;\; h_2 = \frac{\upsilon_2{}^2}{2g} = \frac{H}{n^4}\,;$$

$$S = H + 2(h_1 + h_2 + ...) = H + \frac{2H}{n^2}\left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} + .. +\right)$$

$$\sum = \frac{1}{1-\frac{1}{n^2}} = \frac{n^2}{n^2-1}; \qquad S = H + \frac{2H}{n^2-1}; \quad S = H\frac{n^2+1}{n^2-1};$$

$$S = \frac{5}{4}H = 1{,}25H\,.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)



Ответ**:** $\boxed{\tau \approx 0{,}13\left(\frac{S_o}{S}\right)\sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot}$.

Если вытекание происходит через малое отверстие, то согласно формуле Торричелли $\upsilon = \sqrt{2gh}$ (1), где h – высота уровня жидкости в сосуде. Связь между скоростью истечения жидкости из отверстия и скоростью опускания уровня жидкости в сосуде получим, используя условие неразрывности $uS_o = \upsilon S$, где u – скорость опускания жидкости в сосуде. Отсюда $u = \upsilon\frac{S}{S_o}$ (2). Подставляя (1) в (2), получим $u = \sqrt{2gh}\cdot\frac{S}{S_o}$;

$u^2 = 2gh\cdot\left(\frac{S}{S_o}\right)^2$. Следовательно, уровень жидкости движется равнозамедленно с ускорением

$$a = g\cdot\left(\frac{S}{S_o}\right)^2.$$

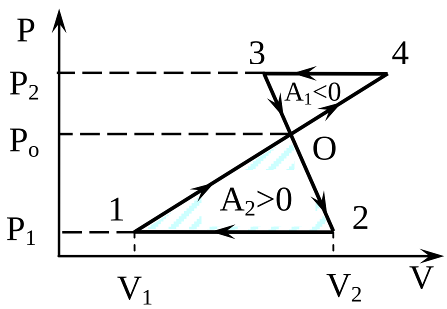
Если τ - время вытекания жидкости из сосуда, то $u = u_o - a\tau$, откуда

$$\tau = \frac{u_o - u}{a} = \frac{1}{g\cdot\left(\frac{S}{S_o}\right)^2}\left[\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh}\right]\cdot\frac{S}{S_o} = \left(\frac{S_o}{S}\right)\sqrt{\frac{2}{g}}\cdot\left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right).$$ Для $h = \frac{3}{4}H$

$$\tau = \left(\frac{S_o}{S}\right)\sqrt{\frac{2}{g}}\cdot\left(\sqrt{H} - \sqrt{\frac{3}{4}H}\right) = \left(\frac{S_o}{S}\right)\sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 0{,}13\left(\frac{S_o}{S}\right)\sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)

Ответ**:** $\boxed{A = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2}\left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) \approx 750\,Дж}$



Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна я, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом). Найдём работу A_1, совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = 0.$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0 , подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

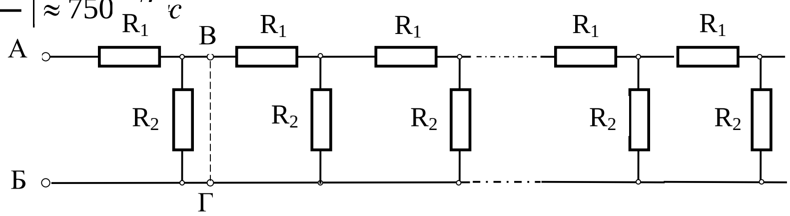
$$A_2 = -A_1\frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}$$

Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = A_1\left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2}\left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2}\right) =$$

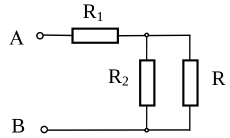
$$= \frac{(3\cdot10^5 - 10^5)\cdot10\cdot10^{-3}}{2}\left(1 - \frac{(4\cdot10^5 - 3\cdot10^5)^2}{(3\cdot10^5 - 10^5)^2}\right) \approx 750\,Дж$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)



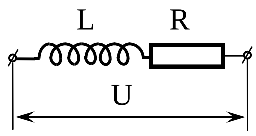
Ответ: $\boxed{R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{R_2}{R_1}}\right) = 4\ Ом}$.

Отрежем от рассматриваемой схемы первую секцию по пунктирной линии CD. По-прежнему справа останется бесконечное число секций, так что сопротивление между точками C и D должно равняться искомому сопротивлению. Тогда схема будет иметь вид:



Этот участок цепи эквивалентен исходной схеме и его сопротивление должно равняться искомому сопротивлению R. $R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$. Получили квадратное уравнение относительно R: $R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$. Решая его, находим $R = \frac{R_1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{R_2}{R_1}}\right)$.

Подставив числовые значения, получим $R = \frac{2}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{4}{2}}\right) = 4\ Ом$.



З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{P_{\max} = \frac{U^2{}_o}{4\omega L} = 62{,}5\ Вт}$ при $R = \omega L = 0{,}4\ Ом$.

1). Мощность переменного тока $P = I_D{}^2 R$, где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

2) Амплитуда тока $I_o = \frac{U_o}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$. Тогда мощность тока $P = \frac{U_o{}^2 R}{2(R^2 + \omega^2 L^2)}$ **(*)**

3) Исследуем выражение (*) на экстремум и найдём R. .

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(R^2 + \omega^2 L^2)\cdot 1 - R\cdot 2R}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(R^2 + \omega^2 L^2 - 2R^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2}; \quad \frac{dP}{dR} = 0$$

$$\frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \quad \frac{U^2{}_o}{2}\frac{(\omega^2 L^2 - R^2)}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = 0; \quad \omega^2 L^2 - R^2 = 0; \quad R = \omega L$$

4) $P_{\max} = \frac{U_o{}^2 \omega L}{2(\omega^2 L^2 + \omega^2 L^2)} = \frac{U^2{}_o}{4\omega L}$ достигается при $R = \omega L$.

Подставив числовые значения , получим $R = \omega L = 4 \cdot 10^2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} = 0{,}4\ Ом$

$$P_{\max} = \frac{U^2{}_o}{4\omega L} = \frac{10^2}{4 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^3}{16} = 62{,}5\ Вт.$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{m_2 = m_1\frac{n-1}{n+1} = \frac{m_1}{3}}$.

Используя закон сохранения энергии и закон сохранения импульса в проекциях на направление движения частицы, запишем:

$$\frac{m_1 \upsilon_o{}^2}{2} = \frac{m_1 \upsilon_1{}^2}{2} + \frac{m_2 \upsilon_2{}^2}{2} \quad \textbf{(1)}, \qquad m_1\upsilon_o = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \quad \textbf{(2)},$$

где υ_o - скорость, с которой первая частица налетает на покоящуюся частицу, υ_1 - скорость первой частицы после столкновения, υ_2 - скорость второй частицы после столкновения . Из этих равенств найдём скорость первой частицы после столкновения $\upsilon_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o$ **(3)**. Длины волн де Бройля первой частицы до и после столкновения равны $\lambda_1 = \dfrac{h}{m\upsilon_o}$; $\lambda_2 = \dfrac{h}{m\upsilon_1}$. По условию задачи $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = n$. То есть отношение скоростей $\dfrac{\upsilon_o}{\upsilon_1} = n$. Используя соотношение **(3)**, получим $\dfrac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = n$, откуда $m_2 = m_1\dfrac{n-1}{n+1} = m_1\dfrac{2-1}{2+1} = \dfrac{m_1}{3}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\lambda = -\dfrac{16}{3}\cdot\dfrac{\text{hc}}{E_1} = 4{,}89\cdot 10^{-7}\ м}$.

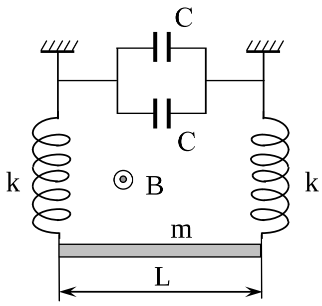
Энергия атома на n –ом энергетическом уровне $\mathrm{E}_n = \dfrac{E_1}{n^2}$. Тогда энергия атома на втором энергетическом уровне $\mathrm{E}_2 = \dfrac{E_1}{2^2} = \dfrac{E_1}{4}$. а на четвёртом $\mathrm{E}_4 = \dfrac{E_1}{4^2} = \dfrac{E_1}{16}$.

$h\nu = \mathrm{E}_4 - E_2$, откуда $\nu = \dfrac{\mathrm{E}_4 - E_2}{h}$. Тогда $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{ch}{E_4 - E_2}$.

$$\lambda = \frac{ch}{\dfrac{E_1}{16} - \dfrac{E_1}{4}} = -\frac{16ch}{3E_1} = -\frac{16\cdot 3\cdot 10^8\cdot 6{,}6\cdot 10^{-34}}{3(-13{,}53)\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} = 4{,}89\cdot 10^{-7}\ м$$

З А Д А Ч А 10. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m + B^2L^2 2C}{k}}}$.



При движении стержня в нём возникает ЭДС $E = \upsilon BL$, которая вызывает ток, заряжающий конденсатор. Заряд конденсатора $q = CE = C_{БАТ}\upsilon BL$, где $C_{БАТ} = 2C$. Ток, идущий в цепи, $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = C_{БАТ}BL\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = C_{БАТ}BL\cdot a$, где a- ускорение стержня.

При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BLI = C_{БАТ}B^2L^2a$, направленная, как и сила упругости к положению равновесия стержня. Запишем уравнение движения стержня в магнитном поле:

$ma = -kx - a\cdot C_{БАТ}B^2L^2$ или в таком виде:

$(m + \cdot C_{БАТ}B^2L^2)a = -kx$.

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать колебания с циклической частотой

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m + B^2L^2C_{БАТ}}}$, а период колебаний будет равен $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m + B^2L^2 2C}{k}}$.