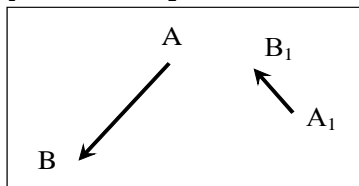


ЗАДАЧА 1.

Точка А движется согласно уравнениям $x_1 = 2t$, $y_1 = t$, а точка В – согласно уравнениям $x_2 = 10 - t$, $y_2 = 2t$, где x , y – в метрах, t – в секундах. Определите расстояние S между двумя точками в момент их максимального сближения.

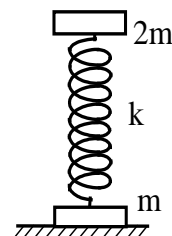


ЗАДАЧА 2.

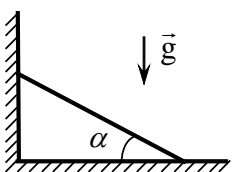
На рисунке показаны предмет АВ и его изображение A_1B_1 , полученное с помощью линзы. Определите построением положение главных фокусов линзы.

ЗАДАЧА 3.

Система, состоящая из двух шайб, прочно соединённых пружиной жёсткости k , стоит неподвижно на горизонтальном столе. Масса нижней шайбы равна m , масса верхней шайбы равна $2m$. Найдите величину Δl , на которую нужно опустить верхнюю шайбу, чтобы после её освобождения нижняя шайба подскочила. Массой пружины и силами трения пренебречь.



ЗАДАЧА 4.



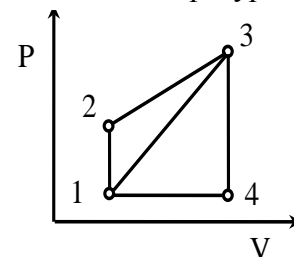
Однородный стержень опирается о вертикальную плоскость, образуя с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения между стержнем и горизонтальной плоскостью $\mu_1 = 0,5$. Чему равна минимальная величина коэффициента трения μ_2 между стержнем и вертикальной плоскостью, при которой стержень будет находиться в равновесии?

ЗАДАЧА 5.

Один моль идеального газа расширяется в процессе 1–2, для которого $pV^3 = \text{const}$, от давления $p_1 = 8 \cdot 10^5$ Па и объёма $V_1 = 1$ л до объёма $V_2 = 2$ л. Определите изменение температуры газа в этом процессе.

ЗАДАЧА 6.

На $P - V$ диаграмме изображены 2 цикла тепловой машины, рабочим телом которой является идеальный газ. Определите коэффициент полезного действия цикла 1-2-3-4-1, если КПД цикла 1-2-3-1 равен $\eta_1 = 8,7\%$, а цикла 1-3-4-1, $\eta_2 = 9,5\%$.



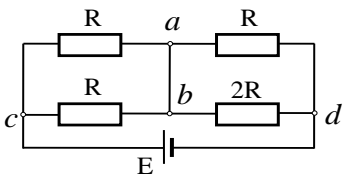
ЗАДАЧА 7.

Плоский воздушный конденсатор, ёмкость которого равна $C_0 = 500$ пФ, расстояние между пластинами $d = 1$ см; подключен к источнику постоянного тока с напряжением $U = 1$ кВ. Пространство между пластинами конденсатора заполнили двумя слоями диэлектрика одинаковой толщины $d/2$ с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 3$ и $\epsilon_2 = 5$. Найдите напряжённость электрического поля в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 и работу, которую совершит источник тока при удалении из конденсатора диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 .

ЗАДАЧА 8.

Какой максимальный заряд q может накопиться на удаленном от других тел медном шарике радиуса $r = 3$ см при облучении его электромагнитным излучением с длиной волны $\lambda = 0,14$ мкм?

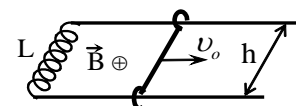
Работа выхода для меди $A = 4,47$ эВ.



ЗАДАЧА 9.

Найдите ток через переключку ab в схеме, представленной на рисунке. Сопротивления переключки, проводящих проводов и внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

ЗАДАЧА 10. Горизонтальный контур образован двумя замкнутыми на катушку индуктивности L параллельными проводниками, находящимися на расстоянии h друг от друга. По проводникам без трения может скользить переключка. Контур помещен в вертикальное однородное магнитное поле с индукцией B . В начальный момент времени неподвижной переключке сообщают скорость v_0 . Определите массу переключки и время t_1 , за которое скорость переключки уменьшится в два раза, если известно расстояние S , которое пройдет переключка до первой остановки. Сопротивлением всех элементов контура пренебречь.



**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СОРЕВНОВАНИЯ ОЛИМПИАДЫ
«ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ» ФИЗИКА
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 1**

ЗАДАЧА 1. (4 балла)

Ответ: $S = \sqrt{10} \approx 3,2 \text{ м}$.

Перейдём в систему отсчёта, связанную с точкой А. В этой системе отсчёта координаты точки В будут $x' = \Delta x = x_2 - x_1 = 10 - t - 2t = 10 - 3t$ (1)

$$y' = \Delta y = y_2 - y_1 = 2t - t = t \quad (2)$$

Запишем выражение для определения расстояния S между точками А В

$$S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(10 - 3t)^2 + t^2} = \sqrt{10t^2 - 60t + 100}.$$

Данное выражение является функцией независимой переменной – времени t. Известно, что функция принимает экстремальное значение в точке, где её первая производная равна нулю.

$$\frac{dS}{dt} = \frac{20t - 60}{2\sqrt{10t^2 - 60t + 100}}; \quad \frac{dS}{dt} = 0; \quad 20t - 60 = 0, \quad \text{откуда } t = 3. \quad \text{Чтобы узнать, какое экстремальное}$$

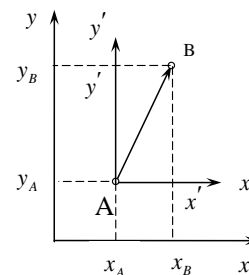
значение (минимальное или максимальное) будет иметь функция расстояния S при, Возьмём вторую

производную от выражения S. Получили $S'' = \left(\frac{20t - 60}{2\sqrt{10t^2 - 60t + 100}} \right)' > 0$. Значит при $t = 3$ с функция S

принимает минимальное значение, то есть наступает момент максимального сближения точек А и В. Подставим $t = 3$ с в выражение расстояния, найдём значение минимального расстояния

$$S = \sqrt{10t^2 - 60t + 100} = \sqrt{10 \cdot 3^2 - 60 \cdot 3 + 100} = \sqrt{10} \approx 3,2 \text{ м}.$$

Так как первая производная расстояния по времени – это скорость движения точки В относительно точки А, то в момент $t = 3$ с скорость равна нулю. При дальнейшем движении точки будут удаляться друг от друга.



ЗАДАЧА 2. (4 балла)

ЗАДАЧА 3. (5 баллов)

Ответ: $\Delta l_{MAX} = \Delta l_1 + A = \frac{5mg}{k}$.

Пусть длина недеформированной пружины равна l_0 .

1) В положении равновесия пружина деформирована на

$$\text{величину } \Delta l_1 = \frac{2mg}{k}.$$

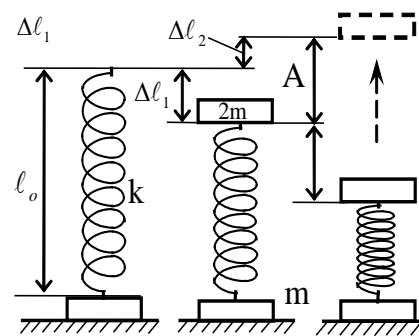
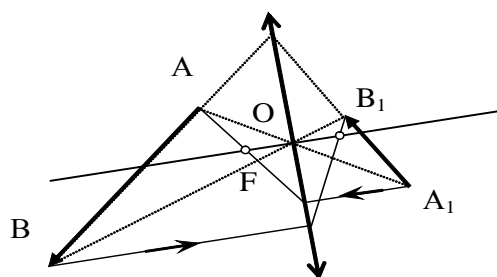
2) Если сместить верхнюю шайбу массы 2m вниз от положения равновесия без начальной скорости на Δl и отпустить, то груз будет колебаться с амплитудой $\Delta l = A$.

3) Для того, чтобы нижняя шайба массы m могла оторваться от горизонтальной плоскости, верхняя шайба должна сместиться вверх от положения равновесия на величину начальной деформации $\Delta l_1 = \frac{2mg}{k}$. При этом пружина окажется недеформированной и,

двигаясь далее вверх, растянуть её на $\Delta l_2 = \frac{mg}{k}$, то есть на столько, чтобы сила упругости стала равна силе тяжести нижнего груза массы m: $k \cdot \Delta l_2 = mg$. То есть амплитуда колебаний должна быть

$$\text{равна } A = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{2mg}{k} + \frac{mg}{k}.$$

4) При этом максимальное сжатие пружины (относительно недеформированного состояния l_0)



$$\Delta \ell_{MAX} = \Delta \ell_1 + A = \frac{2mg}{k} + \frac{2mg}{k} + \frac{mg}{k} = \frac{5mg}{k}$$

ЗАДАЧА 4. (5 баллов) № 73-2008

Ответ: $\mu_2 = 0,85$.

Пусть масса стержня равна m , а его длина равна ℓ .

Условия равновесия стержня: $\sum \vec{F}_i = 0$; $\sum M_i = 0$.

$$x: N_2 = F_{TP1} \quad (1)$$

$$y: N_1 = mg - F_{TP2} \quad (2), \text{ где}$$

$$F_{TP1} = \mu_1 \cdot N_1 \quad (3)$$

$$F_{TP2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 F_{TP1} \quad (4)$$

Подставляя выражение для N_1 в (3) и (4), получим:

$$F_{TP1} = \frac{\mu_1}{1 + \mu_1 \mu_2} mg; \quad F_{TP2} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{1 + \mu_1 \mu_2} mg$$

Условие равенства нулю суммы моментов сил относительно точки В:

$$\frac{mg\ell}{2} \cos \alpha = F_{TP2} \ell \cos \alpha + N_2 \ell \sin \alpha \quad \text{Подставляя в последнее равенство выражения для } F_{TP2} \text{ и}$$

$$N_2 = F_{TP1}, \text{ после преобразований получим: } \mu_2 = \frac{\cos \alpha - 2\mu_1 \sin \alpha}{\mu_1 \cos \alpha} \quad \text{Подставляя } \alpha = 30^\circ \text{ и } \mu_1 = 0,5,$$

получим $\mu_2 = 0,85$.

ЗАДАЧА 5. (5 баллов)

Ответ: $T_2 - T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right] = -72 K$

В процессе 1-2 газ охлаждается.

Используя уравнение состояния идеального газа $pV = \nu RT$ (1) и уравнение процесса

$$pV^n = const, \text{ перепишем уравнение процесса в виде } pV^n = pVV^{n-1} = \nu RTV^{n-1} = const,$$

$$\text{то есть } T_1 V_1^{n-1} = T_2 V_2^{n-1}, \text{ следовательно, } T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \text{ и тогда } T_2 - T_1 = T_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right].$$

$$\text{Из (1) следует } T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}; \text{ тогда } T_2 - T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right].$$

Подставив числовые значения $\nu = 1$; $p_1 = 8 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $V_1 = 1 \text{ л}$; $V_2 = 2 \text{ л}$; $n = 3$, получим

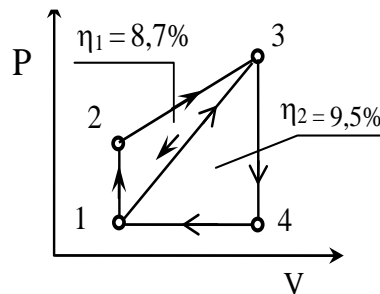
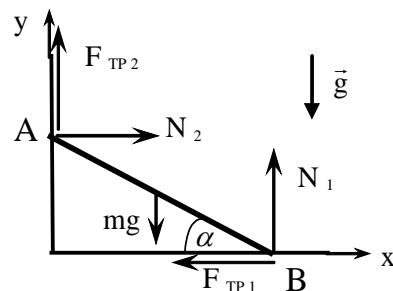
$$T_2 - T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right] = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 8,31} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{3-1} - 1 \right] = -72 K$$

ЗАДАЧА 6. (5 баллов)

Ответ: $\eta = \eta_1 + \eta_2(1 - \eta_1) = 0,17 = 17\%$.

$$1) \text{ Для цикла } 1-2-3-1: \eta_1 = \frac{A_1}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1};$$

где A_1 - полезная работа цикла 1-2-3-1, Q_1 и Q_2 - теплота, подводимая и отводимая в этом цикле. Откуда $A_1 = \eta_1 Q_1$ и $Q_2 = Q_1(1 - \eta_1)$.



2) Для цикла 1-3-4-1 : $\eta_2 = \frac{A_2}{Q_2}$; откуда $A_2 = \eta_2 Q_2 = \eta_2 Q_1 (1 - \eta_1)$; и $Q_2 = Q_1 (1 - \eta_1)$,

где A_2 - полезная работа цикла 1-3-4-1, а Q_2 - теплота, подводимая в этом цикле.

3) Для цикла 1-2-3-4-1 : $\eta = \frac{A_1 + A_2}{Q_1} = \frac{\eta_1 Q_1 + \eta_2 Q_1 (1 - \eta_1)}{Q_1}$; $\eta = \eta_1 + \eta_2 (1 - \eta_1)$.

Либо $\eta = \eta_2 + \eta_1 (1 - \eta_2)$.

Подставив числовые значения, получим $\eta = \eta_1 + \eta_2 (1 - \eta_1) = 0,087 + 0,095(1 - 0,087) = 0,17 = 17\%$.

ЗАДАЧА 7. (5 баллов)

Ответ: $A_{ист} = \Delta q \cdot U = (C_2 - C_1)U^2 = -10,45 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$

$$E_2 = \frac{2\varepsilon_1 U}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)d} = 0,75 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Данный конденсатор можно рассматривать как два конденсатора ёмкостью

$C'_1 = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_o \cdot S}{\frac{d}{2}} = 2\varepsilon_1 \cdot C_o$ и $C''_1 = \frac{\varepsilon_2 \cdot \varepsilon_o \cdot S}{\frac{d}{2}} = 2\varepsilon_2 \cdot C_o$, соединённых последовательно, где

$C_o = \frac{\varepsilon_o \cdot S}{d}$ - ёмкость воздушного конденсатора.

Ёмкость конденсатора до извлечения диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_1 равна

$$C_1 = \frac{C'_1 \cdot C''_1}{C'_1 + C''_1} = \frac{2\varepsilon_1 C_o \cdot 2\varepsilon_2 C_o}{2\varepsilon_1 C_o + 2\varepsilon_2 C_o} = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} C_o = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3} \cdot 500 \cdot 10^{-12} = 18,75 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}, \quad (1)$$

При последовательном соединении конденсаторов, подаваемое на них напряжение U равно сумме напряжений на первом и втором слоях диэлектриков: $U = U_1 + U_2$.

Поскольку поля в диэлектриках однородные, то $U_1 = E_1 \frac{d}{2}$; $U_2 = E_2 \frac{d}{2}$ и, следовательно,

$$U = (E_1 + E_2) \frac{d}{2}. \quad (2)$$

При наложении на диэлектрик внешнего поля напряжённостью E_o , напряжённость в каждой среде уменьшается, соответственно, в ε_1 и ε_2 раз, то есть $E_1 = \frac{E_o}{\varepsilon_1}$ и $E_2 = \frac{E_o}{\varepsilon_2}$, откуда

$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$ (3). Из уравнений (2) и (3) находим

$$E_1 = \frac{2\varepsilon_2 U}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)d} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 100}{(3+5) \cdot 10^{-2}} = 1,25 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{2\varepsilon_1 U}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)d} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 100}{(3+5) \cdot 10^{-2}} = 0,75 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

После извлечения диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_1 , ёмкость конденсатора C'_1

изменится и станет равной $C'_2 = \frac{\varepsilon_o \cdot S}{\frac{d}{2}} = 2C_o$, а ёмкость всего конденсатора станет равной

$$C_2 = \frac{C'_2 \cdot C''_1}{C'_2 + C''_1} = \frac{2C_o \cdot 2\varepsilon_2 C_o}{2C_o + 2\varepsilon_2 C_o} = \frac{2\varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2} C_o = \frac{2 \cdot 5}{1+5} 0,5 \cdot 10^{-9} = 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}.$$

Заряд $\Delta q = U(C_2 - C_1)$.

Работа источника напряжения : $A_{ист} = \Delta q \cdot U = (C_2 - C_1)U^2$,

$$A_{ист} = (C_2 - C_1)U^2 = (8,3 - 18,75) \cdot 10^{-10} \cdot 10^4 = -10,45 \cdot 10^{-10} \cdot 10^4 = -10,45 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$$

Так как ёмкость конденсатора при извлечении диэлектрика уменьшается ($\Delta C < 0$), то уменьшается и заряд конденсатора ($\Delta q < 0$). Последнее означает, что заряд прошёл через источник

против направления действия сторонних сил, и источник совершил отрицательную работу:

$$A_{ист} = \Delta q \cdot U, \text{ где } \Delta q = U(C_2 - C_1).$$

ЗАДАЧА 8. (5 баллов)

Ответ:
$$q = 4\pi\epsilon_0 r \frac{h \frac{c}{\lambda} - A}{e} = 1,45 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}.$$

$q = C\phi$, где $C = 4\pi\epsilon_0 r$ – электрическая ёмкость шарика; $\phi = \frac{h\nu - A}{e} = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - A}{e}$ – максимальный потенциал шарика. Тогда, подставив числовые значения для меди, получим -

$$q = 4\pi\epsilon_0 r \cdot \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - A}{e} = 4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{hc}{e \cdot 0,14 \cdot 10^{-6}} - 4,47 \right) = 1,45 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$$

ЗАДАЧА 9. (6 баллов)

Ответ: $I = \frac{E}{7R}$. Ток течёт от точки **b** к точке **a**.

По закону Ома для замкнутого контура $I_o = \frac{E}{R_\Sigma}$,

где $R_\Sigma = \frac{R}{2} + \frac{2R}{3} = \frac{7}{6}R$ и $I_o = \frac{6E}{7R}$ (1).

Воспользуемся уравнением Кирхгофа для узла **c**:

$$I_o = I_1 + I_2 \quad (2) \quad \text{для контура } abca: I_1 R - I_2 R = 0 \quad (3). \quad \text{Из (2) и (3) получим } I_1 = I_2 = \frac{I_o}{2} \quad (4)$$

для узла **d**:

$$I_o = I_3 + I_4 \quad (5) \quad \text{для контура } adba: I_3 R - I_4 2R = 0 \quad (6). \quad \text{Из (5) и (6) получим } I_3 = \frac{2}{3} I_o, \quad I_4 = \frac{1}{3} I_o \quad (7)$$

для узла **a**:

$$I_1 = I + I_3, \text{ где } I = I_1 - I_3 \quad (8)$$

Подставляя найденные значения токов (1), (4) и (7), найдём $I = \frac{I_o}{2} - \frac{2}{3} I_o = -\frac{I_o}{6} = -\frac{E}{7R}$.

Знак минус означает, что ток течёт от точки **b** к точке **a**.

ЗАДАЧА 10. (6 баллов)

Ответ: $m = \frac{S^2 B^2 h^2}{L v_o^2}; \quad t_1 = \frac{\pi S}{3 v_o}.$

Так как сопротивление контура $R = 0$, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину x , и в ней появился ток I , то изменение

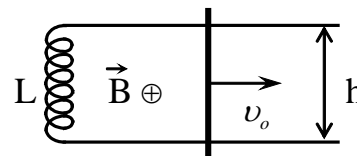
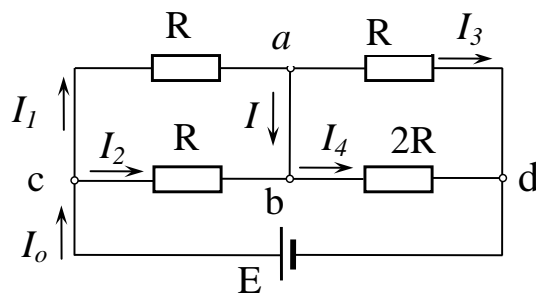
$$\text{суммарного магнитного потока } \Delta\Phi = Bhx + LI = 0. \quad \text{Отсюда } I = -\frac{Bh}{L} x.$$

По закону Ампера сила, действующая на перемычку с током $F_x = IBh = -\frac{B^2 h^2}{L} x.$

Ускорение перемычки $a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{B^2 h^2}{mL} x.$

Из последнего уравнения следует, что перемычка совершает колебательное движение с круговой

частотой $\omega = \frac{B h}{\sqrt{mL}}.$



Для колебательного движения максимальная скорость $v_{\max} = A\omega$.

В нашем случае $v_{\max} = v_o$ - максимальная скорость переключки,

$A = S$ - амплитуда колебаний, равная расстоянию, которое проходит переключка до первой остановки.

Поэтому $v_o = S\omega = \frac{SBh}{\sqrt{Lm}}$. Отсюда найдем $m = \frac{S^2 B^2 h^2}{Lv_o^2}$.

Скорость переключки описывается уравнением $v = v_o \cdot \cos(\omega t)$. $\omega = \frac{v_o}{S}$.

В момент времени $t = t_1$ скорость $v = \frac{v_o}{2}$. Тогда $\frac{v_o}{2} = v_o \cos \omega t_1$, $\cos \omega t_1 = \frac{1}{2}$;

$\omega t_1 = \frac{\pi}{3}$, откуда $t_1 = \frac{\pi}{3\omega}$, где $\omega = \frac{v_o}{S}$. Тогда $t_1 = \frac{\pi S}{3v_o}$.