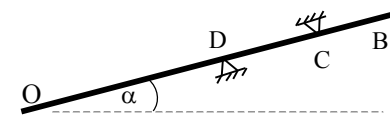


**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА**  
**ОСЕННЯЯ ФИЗИКО–МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2014 – 2015 г.г.**  
**I ТУР ФИЗИКА ВАРИАНТ № 8**

**ЗАДАЧА 1.**

После выстрела из пушки снаряд массы  $m = 10 \text{ кг}$ , упал на землю через 10 секунд. Определите модуль изменения импульса снаряда за седьмую секунду полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**ЗАДАЧА 2.**

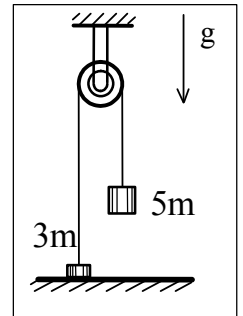


Однородный тонкий стержень  $OB$  лежит на двух опорах  $D$  и  $C$ , расстояние между которыми  $a = 0,1 \text{ м}$ . Коэффициент трения стержня об опоры равен  $\mu = 0,5$ . Угол наклона стержня к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ , длина участка  $CB = b = 0,2 \text{ м}$ . Найдите длину стержня  $L$ , при которой он будет находиться в

равновесии.

**ЗАДАЧА 3.**

Два груза, массы которых  $5m$  и  $3m$ , связаны невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок. В начальный момент груз массы  $3m$  удерживают, прижимая его к столу. Затем груз отпускают. На какую максимальную высоту поднимется этот груз над столом, если при ударе груза  $5m$  о стол выделяется количество теплоты, равное  $Q$ ? Удар абсолютно неупругий. Массой блока и силами трения в блоке пренебречь.



**ЗАДАЧА 4.**

Тонкий однородный стержень массы  $m$  и длины  $L$  лежит на дне сосуда с водой. За нить, привязанную к одному концу стержня, его медленно поднимают в вертикальное положение, в котором стержень, опираясь на дно сосуда, выступает над поверхностью воды на половину своей длины. Найдите работу, которую необходимо совершить при таком подъеме стержня. Плотность материала стержня в семь раз больше плотности воды. Силами сопротивления и массой нити пренебречь.

**ЗАДАЧА 5.**

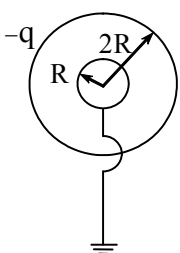
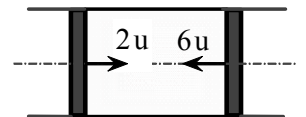
Точка подвеса математического маятника, длина нити которого равна  $L$ , движется горизонтально с постоянным ускорением  $a = g/4$  где  $g$  – ускорение свободного падения. Определите период малых колебаний маятника.

**ЗАДАЧА 6.**

Внутренняя энергия  $U$  некоторой массы аргона при температуре  $t = 27^\circ \text{C}$  равна  $5,0 \text{ Дж}$ . Сколько атомов  $N$  содержит эта масса газа?

**ЗАДАЧА 7.**

В длинной трубе между двумя поршнями массы  $M$  каждый находится моль идеального одноатомного газа при температуре  $T_0$ . Масса газа много меньше массы поршней. В остальном пространстве трубы – вакуум. В начальный момент левый поршень имеет скорость  $2u$ , а правый –  $6u$ . Определите максимальную температуру газа при дальнейшем движении поршней. Система теплоизолирована, теплоемкостями поршней и трубы, а также трением пренебречь.

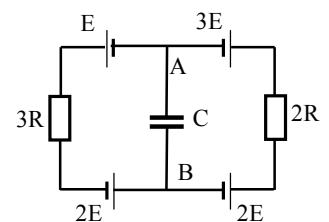


**ЗАДАЧА 8.**

Две концентрические металлические сферы радиусами  $R$  и  $2R$  жестко закреплены. Внутренняя сфера соединена с землей, а внешняя сфера заряжена отрицательным зарядом  $-q$ . Какую минимальную скорость должен иметь точечный отрицательный заряд  $-q$  массы  $m$  на бесконечно большом расстоянии от сфер, чтобы двигаясь к их центру, достигнуть точки  $A$ , находящейся на расстоянии  $3R$  от центра сфер. Перераспределением зарядов на сферах под действием точечного заряда пренебречь.

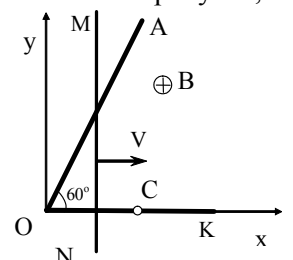
**ЗАДАЧА 9.**

В схеме, приведенной на рисунке, найдите энергию конденсатора. Параметры элементов схемы, изображенных на рисунке, считать известными. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



**ЗАДАЧА 10.**

Проводник  $AOK$ , согнутый под углом  $60^\circ$ , расположен в плоскости  $xy$ , как показано на рисунке, в постоянном однородном магнитном поле индукции  $B$ , перпендикулярной плоскости  $xy$ . По проводнику из начала координат  $O$  перемещают поступательно вдоль оси  $x$  с постоянной скоростью  $v$  перемычку  $MN$ , параллельную оси  $y$ . Сопротивление единицы длины перемычки равно  $\rho$ . Пренебрегая сопротивлением проводника и скользящих контактов, а также индуктивностью контура, найдите полное количество



**ОСЕННЯЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 2014-2015 г.г.**

**I ТУР**

**РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 8**

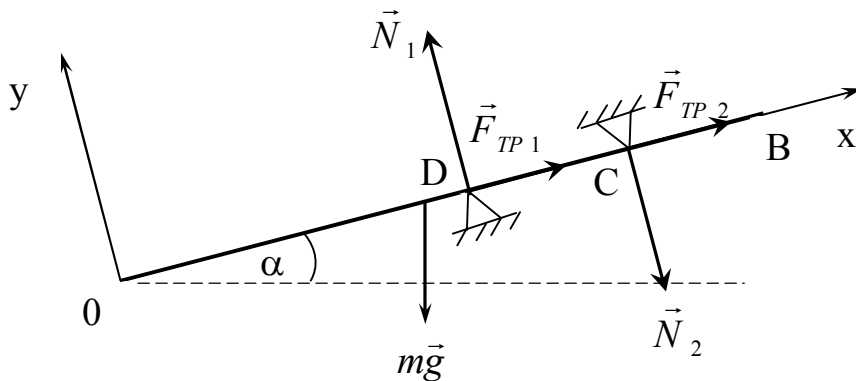
**ЗАДАЧА 1.** (8 баллов)

Ответ:  $\Delta p = mg\Delta t = 10 \cdot 9,8 \cdot 1 = 98 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

**ЗАДАЧА 2.** (8 баллов)

Ответ:  $L \geq 2b + a \left( 1 + \frac{\text{tg}\alpha}{\mu} \right) \geq 0,62 \text{ м}$ .

На стержень  $OB$  действуют:



$mg$  - сила тяжести;  $N_1$  и  $N_2$  - силы нормальной реакции опор  $D$  и  $C$ ;  $F_{\text{ТР}1}$  и  $F_{\text{ТР}2}$  - силы трения. Силы трения направлены вдоль стержня вверх, так как стержень стремится соскользнуть вниз.

Стержень будет находиться в равновесии, если будут выполняться два условия: Равенства нулю всех сил, действующих на стержень  $\sum F_i = 0$  и равенства нулю моментов всех сил,

действующих на стержень, относительно оси проходящей, например, через опору  $C$ ,  $\sum M_C(F_i) = 0$ .

Напишем для стержня первое условие равновесия:

$$mg + N_1 + F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} + N_2 = 0 \quad (1)$$

Направим ось  $x$  вдоль стержня, ось  $y$  перпендикулярно ей, и спроецируем на них уравнение (1).

$$F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} - mg \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

Принимая во внимание, что  $F_{\text{ТР}} \leq \mu N$ , перепишем уравнения (2) и (3) в виде

$$\mu N_1 + \mu N_2 - mg \sin \alpha \geq 0 \quad (4)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

Напишем для стержня второе условие равновесия относительно оси, проходящей через точку  $C$ :

$$M_1 - M_2 = 0 \quad (6), \text{ где } M_1 = mgl_1, \quad M_2 = N_1 l_2 - \text{ моменты сил } mg \text{ и } N_1$$

относительно выбранной оси, где  $l_1 = (L/2 - b) \cos \alpha$  и  $l_2 = a$  - плечи сил  $mg$  и  $N$ . Подставим выражения для  $M_1$  и  $M_2$  в (6), получим

$$mg(L/2 - b) \cos \alpha - N_1 a = 0 \quad (7).$$

Из уравнение (5) и (7) найдём

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b)}{a} \quad N_2 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b - a)}{a}, \text{ а затем из уравнения (4) выразим длину}$$

$$\text{стержня: } L \geq 2b + a \left( 1 + \frac{\text{tg}\alpha}{\mu} \right).$$

Подставим  $a = 0,1$ ;  $b = 0,2$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\text{tg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,578$ , найдём

$$L \geq 2 \cdot 0,2 + 0,1 \left( 1 + \frac{0,578}{0,5} \right) = 0,4 + 0,1 \cdot (1 + 1,156) = 0,62 \text{ м}$$

**ЗАДАЧА 3.** (10 баллов)

Ответ:  $H = \frac{Q}{mg}$ .

1)  $H = h_1 + h_2$  (1), где  $h_1$  – высота груза  $m_1$  над столом до начала движения;  $h_2$  – высота подъема груза  $m_2$  над столом после удара груза  $m_1$  о стол.

2) Используя закон сохранения энергии и уравнение равнопеременного движения, получим

$$Q = W_{k_1} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (2), \quad \text{откуда} \quad v^2 = \frac{2Q}{m_1}$$

$$3) \quad h_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{Q}{m_1 a} \quad (3); \quad 4) \quad h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q}{m_1 g} \quad (4)$$

5) Подставляя (3) и (4) в (1), получим

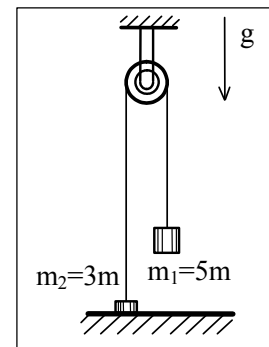
$$H = \frac{Q}{m_1} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{g} \right) \quad (5), \quad \text{где} \quad a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдем

$$H = \frac{Q}{m_1} \left( \frac{g+a}{ag} \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left( \frac{g}{a} + 1 \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} + 1 \right) = \frac{2Q}{(m_1 - m_2)g} \quad (7)$$

Подставим значения  $m_1 = 5 \text{ m}$   $m_2 = 3 \text{ m}$  в (7), найдем

$$H = \frac{2Q}{(5m - 3m)g} = \frac{Q}{mg}$$

**ЗАДАЧА 4.** (10 баллов)

Ответ:  $A_1 = 0,45mgL$ .

$\Delta W_{кин} = \sum A_i$ . По условию  $\Delta W_{кин} = 0$ , следовательно,  $A_1 + A_2 + A_3 = 0$ , где  $A_1$  – работа внешней силы,  $A_2$  – работа силы тяжести,  $A_3$  – работа силы Архимеда.

Искомая работа  $A_1 = -A_2 - A_3$ .  $A_2 = -mg \frac{L}{2}$ .

$$A_3 = \rho g 0,5V \cdot 0,5L + \rho g \cdot 0,5V \cdot 0,25L = (0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,25) \rho g VL = 0,375 \frac{m}{n} gL. \quad \text{При } n = 7$$

$$A_3 = \frac{0,375}{7} mgL = 0,0535mgL \approx 0,05mgL \quad A_2 = -\frac{mgL}{2}$$

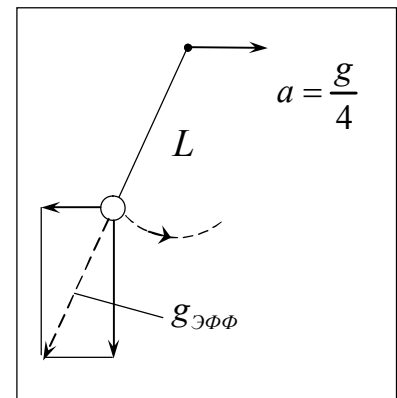
$$A_1 = 0,5mgL - 0,05mgL = (0,5 - 0,05)mgL = 0,45mgL$$

**ЗАДАЧА 5.** (10 баллов)

Ответ:  $T = 4\pi \sqrt{\frac{L}{g\sqrt{17}}}$ .

$$a = \frac{g}{4}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{эфф}}}, \quad (1) \quad \text{где}$$

$$g_{эфф} = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{g}{4}\right)^2} = \frac{g}{4} \sqrt{17}$$



Подставляя  $g_{эфф}$  в (1), получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4L}{g\sqrt{17}}} = 4\pi \sqrt{\frac{L}{g\sqrt{17}}}$$

8-3

**ЗАДАЧА 6.** (10 баллов)

Ответ: 
$$N = \frac{2U}{3kT} = 8,0 \cdot 10^{20}$$

Аргон – одноатомный газ, следовательно средняя кинетическая энергия одного атома

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT$$

Искомое число атомов 
$$N = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{2U}{3kT} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 8,0 \cdot 10^{20}$$

**ЗАДАЧА 7.** (10 баллов)

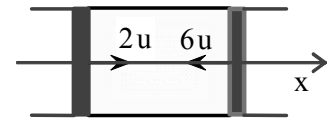
Ответ: 
$$T = T_0 + \frac{32Mu^2}{3R}$$

В системе отсчёта, связанной с центром масс поршней, они движутся навстречу друг другу с равными скоростями (так как по условию их массы одинаковые). При этом кинетическая энергия поршней, переходит во внутреннюю энергию газа.

$$E_{кин} + U_0 = U,$$

где  $U_0$  – начальная внутренняя энергия газа  $U_0 = \nu c_v T_0$ , где  $\nu = 1$ .

$U$  – внутренняя энергия газа при максимальном его сжатии  $U = \nu c_v T$ .



Скорость центра масс поршней

$$v_C = \frac{M \cdot 2u - M \cdot 6u}{2M} = -2u$$

Скорость левого поршня в системе центра масс

$$v = 2u - v_C = 2u + 2u = 4u$$

Скорость правого поршня в системе центра масс

$$v = 6u - v_C = -6u + 2u = -4u$$

Используя закон сохранения энергии, запишем

Используя закон сохранения энергии, запишем (при  $\nu = 1$ ):

$$2 \frac{M}{2} (4u)^2 + \frac{3}{2} RT_0 = \frac{3}{2} RT, \text{ откуда } T = T_0 + \frac{32Mu^2}{3R}$$

**ЗАДАЧА 8.** (10 баллов)

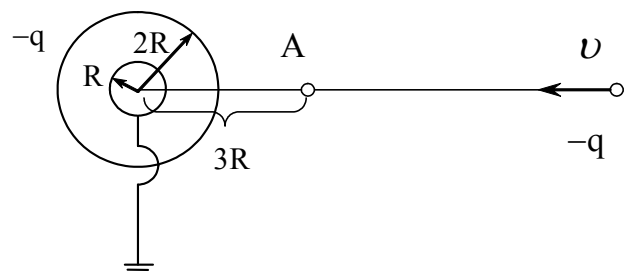
Ответ: 
$$v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{1}{3m\pi\epsilon_0 R}}$$

На заземлённой сфере наводится заряд  $q_x$ , который находится из условия равенства нулю потенциала внутренней сферы. Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\varphi = \frac{q_x}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2R} = 0,$$

откуда находим искомый заряд  $q_x = \frac{q}{2}$ .

Потенциал в точке А 
$$\varphi_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3R} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3R} = -\frac{1}{24} \frac{q}{\pi\epsilon_0 \cdot R}; \varphi_A = -\frac{1}{24} \frac{q}{\pi\epsilon_0 \cdot R}$$



По закону сохранения энергии  $\frac{m v_{\min}^2}{2} = q \varphi_A$ . Откуда  $v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{1}{3m\pi\epsilon_0 R}}$ .

8-4

**ЗАДАЧА 9.** (12 баллов)

Ответ:  $W = \frac{81}{50} CE^2$ .

Ток в цепи  $I = \frac{2E}{5R}$  (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок AB):

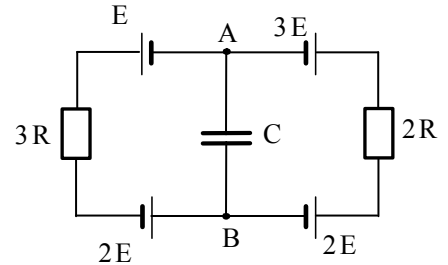
$-I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) + 3E - 2E}{2R}$  (2)

Из (1) и (2) найдем

$\varphi_A - \varphi_B = -E - I(2R) = -E - \frac{2E}{5R} \cdot 2R = E \frac{-5R - 4R}{5R} = -E \frac{9R}{5R} = -\frac{9}{5} E$ .

Обозначим  $\varphi_A - \varphi_B = U$ , тогда энергия конденсатора

$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left(\frac{9}{5} E\right)^2 = \frac{81}{50} CE^2$



**ЗАДАЧА 10.** (12 баллов)

Ответ:  $Q = \frac{\sqrt{3} B^2 v \cdot L^2}{2 \rho}$ .

1) ЭДС индукции  $E = Bv \cdot l$ ,  
где длина перемычки  $l = x \cdot \operatorname{tg}\alpha$   
При  $x = C$   $l_{\max} = L \cdot \operatorname{tg}\alpha$

2) Сопротивление перемычки  $R = \rho \cdot l$   $R_{\max} = \rho \cdot l_{\max} = \rho \cdot L \cdot \operatorname{tg}\alpha$

3) Тепловая мощность, выделившаяся в перемычке

$P = \frac{E^2}{R} = \frac{B^2 v^2 l^2}{\rho l} = \frac{B^2 v^2 l}{\rho}$   $P_{\max} = \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$ .

4) Средняя мощность  $P_{\text{cp}} = \frac{1}{2} P_{\max}$  за время  $t_o = \frac{L}{v}$ .

5) Полное количество теплоты, выделившейся в перемычке,

$Q = P_{\text{cp}} t_o = \frac{1}{2} \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho} \cdot \frac{L}{v} = \frac{1}{2} \frac{B^2 v \cdot L^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$

$Q = P_{\text{cp}} t_o = \frac{1}{2} \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho} \cdot \frac{L}{v} = \frac{1}{2} \frac{B^2 v \cdot L^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$

Итак, при  $\alpha = 60^\circ$   $\operatorname{tg}60^\circ = \sqrt{3}$ .  $Q = \frac{\sqrt{3} B^2 v L^2}{2 \rho}$ .

