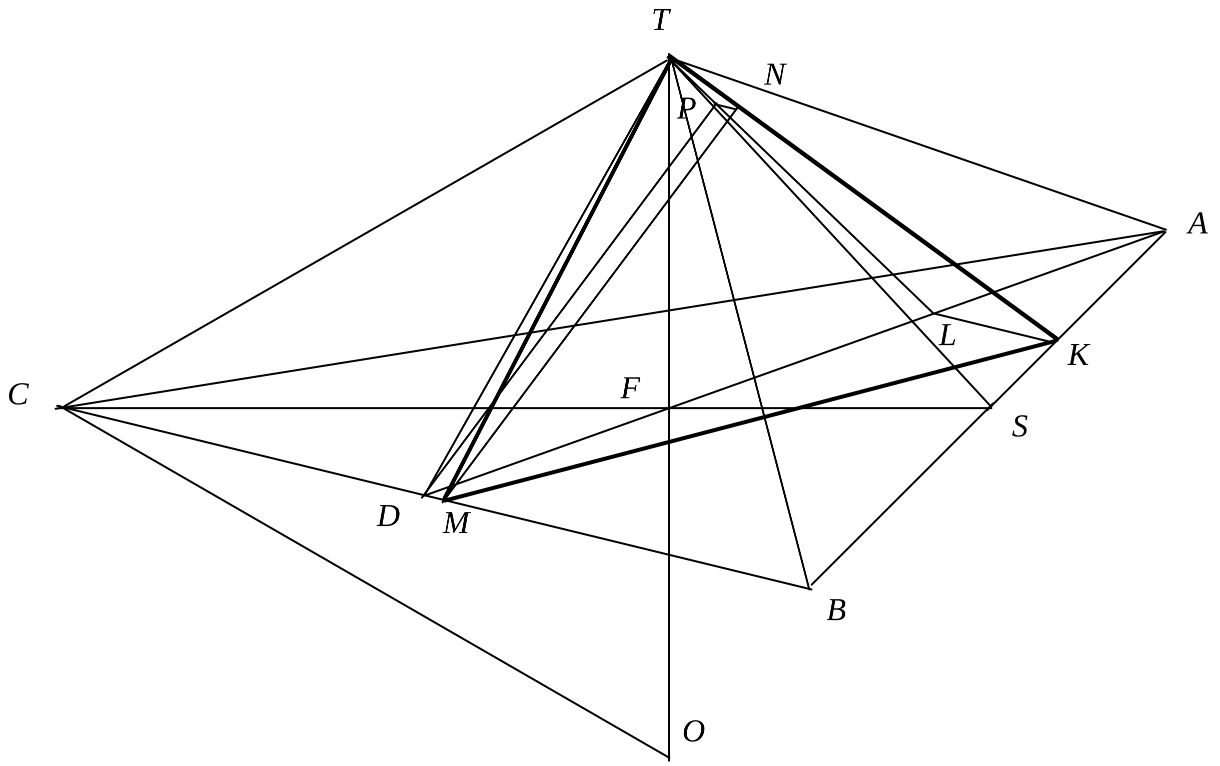
10. Во всех шести вариантах задана одна и та же пирамида, поэтому используется один и тот же чертеж.



Введем обозначения: $AT = BT = CT = l,\ AB = BC = AC = a,\ TF = h$.

Вариант № 13. По условию $a = 3h,\ BK = 2/3\,AB$.

Так как $AF = a/\sqrt{3} = \sqrt{3}\,h,\ \left(\sqrt{3}h\right)^2 = h\left(2R - h\right),\ 2h = 2R - h,\ h = R/2$.

$l^2 = h^2 + \left(\sqrt{3}\,h\right)^2,\ l = 2h,\ l = R,\ a = 3/2\,l = 3/2\,R$.

Вариант № 14. По условию $h = R/2,\ BK = 2AK$.

$\left(a/\sqrt{3}\right)^2 = h\left(2R - h\right),\ \left(a/3\right)^2 = h\left(4h - h\right),\ a = 3h$. (далее как в № 1).

Вариант № 15. По условию $l = R,\ BK = BT$.

$R = 2h,\ 4h^2 - h^2 = a^2/3,\ h = a/3.\ BK = BT = l = \sqrt{h^2 + a^2/3} = \sqrt{a^2/9 + a^2/3} = 2/3a$.
(далее как в № 1).

Вариант № 16. По условию $l = 2h,\ BK = BT$.

$l^2 - h^2 = a^2/3,\ 4h^2 - h^2 = a^2/3,\ a = 3h.\ BK = BT = l = \sqrt{h^2 + a^2/3} = \sqrt{a^2/9 + a^2/3} = 2/3a$.
(далее как в № 1).

Вариант № 17. По условию $\angle ATF = 60°,\ BK = 2AK$.

$AF = h\sqrt{3},\ a = AB = \sqrt{3}AF = 3h.\ BK = 2/3\,AB$. (далее как в № 1).

Вариант № 18 . По условию $a = 3/2\,l,\ BK = 2AK$.

$l^2 - h^2 = a^2/3,\ 4/9\,a^2 - h^2 = a^2/3,\ a = 3h.\ BK = 2/3\,AB$ (далее как в № 1).

Построение сечения наименьшей площади.

Через точку K $(BK = 2/3\,AB)$ проводим $KL \parallel BC,\ L \in AD$. Затем в плоскости ATD, проходящей через высоту пирамиды TF, проведем $DP \perp TL,\ P \in TL$.

Далее, $PN \parallel BC, N \in TK$, и $NM \parallel DP, M \in BC$. NM – общий перпендикуляр к TK и BC, его длина равна расстоянию между этими прямыми. Треугольник TKM – искомое сечение наименьшей площади.

Вычисление площади ΔTKM.

В треугольнике DTL $TF \cdot DL = DP \cdot TL$, отсюда $DP = \dfrac{FT \cdot DL}{TL}$.

$$TL = \sqrt{FL^2 + TF^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{3R\sqrt{3}}{2\cdot 2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}R}{4}.\quad DL = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

$$MN = DP = \frac{FT \cdot DL}{TL} = \frac{R \cdot R\sqrt{3}\cdot 4}{2\cdot 2\sqrt{7}\cdot R} = \sqrt{\frac{3}{7}}R.\quad TK = \sqrt{TL^2 + LK^2} = \sqrt{\frac{7}{16}R^2 + \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}R\right)^2} = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{\text{сеч}} = S_{\Delta TKM} = \frac{1}{2}\cdot TK \cdot MN = \frac{1}{2}\cdot\frac{R}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{3}{14}}R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{14}}R^2.$$

Ответ: $\min S_{\text{сеч}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3}{14}}R^2$.