

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ
«ПРОФЕССОР ЖУКОВСКИЙ»
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»
ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ»**

ЗАДАЧА 1.

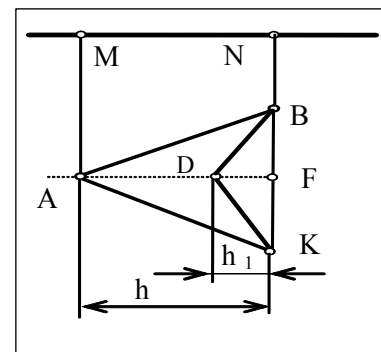
При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков накладываются друг на друга. Найдите длину волны в спектре второго порядка, на которую накладывается фиолетовая линия ($\lambda_{\phi} = 400 \text{ нм}$) спектра третьего порядка.

ЗАДАЧА 2.

Идеальный колебательный контур состоит из двух конденсаторов ёмкостями $C_1 = 2 \text{ пФ}$ и $C_2 = 4 \text{ пФ}$, соединённых параллельно, и катушки индуктивности. При скорости изменения силы тока в катушке, равной 2 А/с , в ней возникает ЭДС самоиндукции $E = 0,02 \text{ В}$. Определите длину λ электромагнитного излучения контура.

ЗАДАЧА 3.

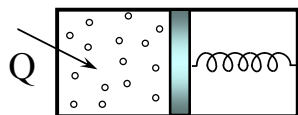
Однородной тонкая пластина $ABDK$ массы m , подвесили за углы A и B на двух невесомых нитях AM и BN так, что её ось симметрии AF расположена горизонтально. Пренебрегая массой нитей, найдите силу натяжения T нити BN , если $h = 6 h_1$.



ЗАДАЧА 4.

В стенке открытого бака с водой просверлены одно под другим два небольших отверстия. Одно отверстие расположено на глубине h от поверхности воды, второе – на глубине $2h$. Уровень воды в баке поддерживается постоянным. Найдите расстояние от стенки бака до точки пересечения струй, вытекающих из отверстий.

ЗАДАЧА 5.



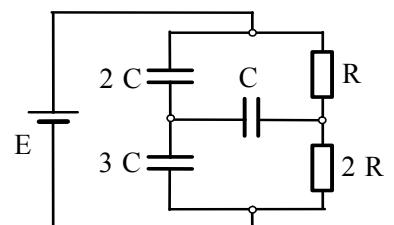
Один моль гелия и три моля аргона находятся в левой половине цилиндра, показанного на рисунке. Справа от поршня вакуум. В отсутствие газов поршень расположен вплотную к левому торцу цилиндра и пружина в этом положении не деформирована. Боковые стенки цилиндра и поршень адиабатные (нетеплопроводные). Газ нагревают через левый торец цилиндра. Пренебрегая трением, найдите теплоёмкость газовой смеси.

ЗАДАЧА 6.

Две частицы, имеющие массу m и заряд q каждая, летят из бесконечности навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 2v$ и $v_2 = 3v$. Определите без учета гравитационного взаимодействия минимальное расстояние r , на которое эти частицы могут сблизиться.

ЗАДАЧА 7.

Определите заряд конденсатора C в схеме, представленной на рисунке. Параметры элементов схемы указаны на рисунке. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



ЗАДАЧА 8.

Жёсткое тонкое однородное проводящее кольцо радиуса R и массы m лежит на горизонтальной непроводящей поверхности и находится в однородном магнитном поле, линии индукции которого горизонтальны. Индукция магнитного поля равна B . Найдите силу тока I , который нужно пропустить по кольцу, чтобы оно начало подниматься.

ЗАДАЧА 9.

Через блок, укрепленный на потолке комнаты, перекинута нить, на концах которой подвешены грузы, массы которых $2m$ и m . Пренебрегая силами трения, массами нити и блока, найдите ускорение центра масс этой системы.

ЗАДАЧА 10.

Фокусное расстояние тонкой плосковыпуклой линзы равно F . На плоскую поверхность этой линзы нанесли абсолютно отражающее покрытие и направили на выпуклую поверхность узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $E = 4$ Дж и длительностью импульса $\tau = 10^{-4}$ с. Падающий пучок распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии $h = F/2$ от оси. Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы без покрытия пренебречь.

РЕШЕНИЕ

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\lambda = \frac{3}{2} \lambda_\phi = 600 \text{ нм}$.

$2\lambda = 3\lambda_\phi; \quad \lambda = \frac{3}{2} \lambda_\phi = \frac{3}{2} 400 = 600 \text{ нм}$.

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $\lambda = c \cdot 2\pi \sqrt{LC} = 461 \text{ м}$.

$\lambda = cT. \quad T = 2\pi \sqrt{LC}, \quad \text{где} \quad C = C_1 + C_2 = 6 \text{ нФ}. \quad \text{Так как} \quad |E| = L \frac{dI}{dt}, \quad \text{то}$

$L = \frac{E}{\frac{dI}{dt}} = \frac{0,02}{2} = 10^{-2} \text{ Гн}.$

$T = 2\pi \sqrt{6 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 2\pi \sqrt{6} \cdot 10^{-7} \text{ с}. \quad \lambda = cT = 3 \cdot 10^8 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{6} \cdot 10^{-7} = 461 \text{ м}.$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $T_2 = \frac{11}{18} mg$.

1). Масса однородной плоской фигуры пропорциональна её площади.

2) Дополним фигуру $ABDK$ треугольником BDK , обозначив его массу m_1 . Пусть $\frac{h}{h_1} = 6$,

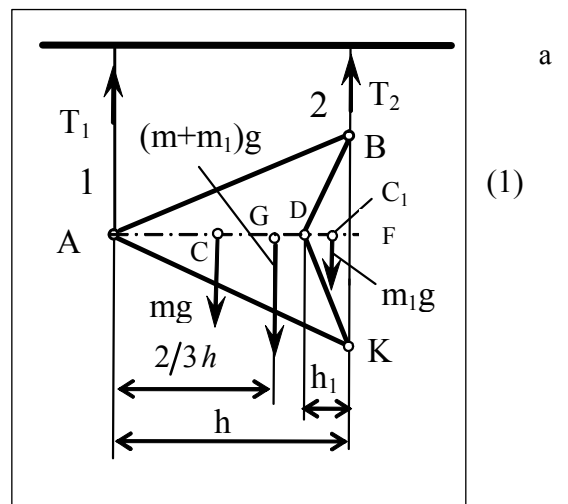
тогда $\frac{m + m_1}{m_1} = 6$ и, следовательно, $m_1 = \frac{m}{5}$.

3) Обозначим центр масс фигуры $ABDK$ точкой C , треугольника ABK точкой G , а треугольника BDK - точкой C_1 . Тогда

$AG = \frac{m \cdot AC + m_1 \cdot AC_1}{m + m_1} = \frac{2}{3} h$

где

$AC_1 = h - \frac{1}{3} h_1 = h - \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{6} = \left(\frac{3n-1}{3n} \right) h = \frac{17}{18} h \quad (2)$



4) Подставляя (2) в (1), находим AC

$$AC = \left[\frac{2}{3}h(m + m_1) - m_1 AC_1 \right] \frac{1}{m} = \frac{11}{18}h$$

5). Используя условие равновесия пластины, находим силу натяжения нити

$$T_2 h = mgAC . \quad T_2 = \frac{mgAC}{h} = \frac{11}{18}mg .$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

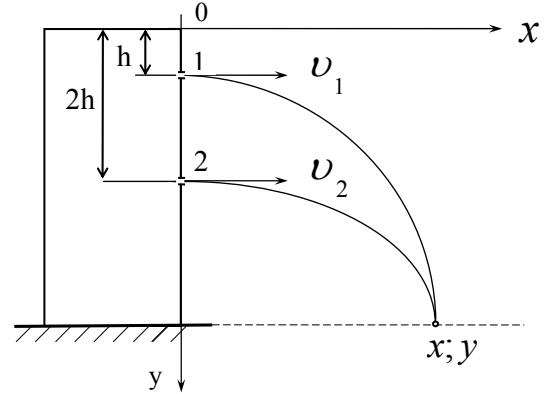
Ответ: $x = 2h\sqrt{2}$.

Струи воды, вытекающие из отверстий 1 и 2 расположены в плоскости x, y . Координаты точки пересечения струй определяются кинематическими соотношениями:

$$x = v_1 t_1 = v_2 t_2 \quad (1)$$

$$y = h + \frac{gt^2_1}{2} = 2h + \frac{gt^2_2}{2} \quad (2)$$

где скорости $v_1 = \sqrt{2gh}$; $v_2 = \sqrt{2g2h} = 2\sqrt{gh}$ находим, используя уравнение Бернулли. Из этих соотношений находим $x = 2h\sqrt{2}$.



ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $C = 2\nu R = 8R$.

1). Подводимая к газу теплота ΔQ идет на изменение внутренней энергии газа и изменение потенциальной энергии сжатой пружины :

$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2)$ (1), где x – величина деформации пружины; ν – число молей газовой смеси; k – коэффициент жёсткости пружины.

2) Состояние идеального газа описывается уравнением: $pV = \nu RT$ (2)

Из условия равновесия поршня следует, что $p = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$ (3), где F – сила

упругости, S – площадь поршня. Кроме того $V = xS$ (4). Подставив (3) и (4) в левую часть уравнения (2), получим: $\frac{kx}{S}xS = \nu RT$. То есть $kx^2 = \nu RT$ (5).

И для двух положений поршня имеем: $kx_2^2 - kx_1^2 = \nu R\Delta T$ (6).

Подставляя (6) в (1), получим

$$\Delta Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{1}{2}\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T .$$

И теплоёмкость системы $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2\nu R$

По условию задачи в левой половине цилиндра находятся один моль гелия и три моля аргона, то есть $\nu_{\Sigma} = 4$. Тогда $C = 2 \cdot 4 \cdot R = 8R$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $r = \frac{q^2}{\pi \epsilon_0 m \cdot 25 v^2}$.

Кинетическая энергия частиц на бесконечности равна потенциальной энергии их электростатического взаимодействия на минимальном расстоянии r плюс кинетической энергии этих частиц при движении со скоростью их центра масс.

$$\frac{m(v_1)^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{2m}{2} v_C^2, \quad (1)$$

где v_C - скорость центра масс частиц $v_C = \frac{m v_1 - m v_2}{2m} = \frac{v_1 - v_2}{2}$.

Подставляя выражение для v_C в (1), получим:

$$\frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{2m}{2} \left(\frac{v_1 - v_2}{2} \right)^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{m}{4}(v_1 - v_2)^2$$

После преобразований получим $\frac{m}{4}(v_1 + v_2)^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, отсюда найдём

$$r = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 m (v_1 + v_2)^2}.$$

Подставляя значения скоростей $v_1 = 2v$ и $v_2 = 3v$, получим

$$r = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 m (2v + 3v)^2} = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 m \cdot 25v^2}.$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $q_1 = \frac{2}{9} EC$.

Обозначим заряды конденсаторов C , $2C$ и $3C$ через q_1 , q_2 и q_3 соответственно.

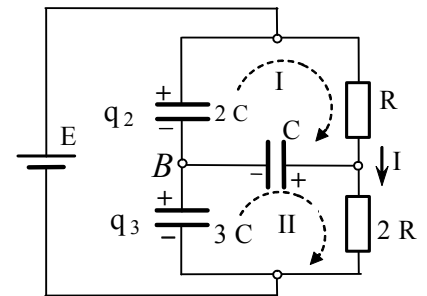
Предположим, что знаки зарядов на пластинах конденсаторов соответствуют указанным на рисунке. Падения напряжения на сопротивлениях R и $2R$ равны $\frac{E}{3}$ и $\frac{2E}{3}$ соответственно. Вследствие потенциальности

электрического поля для любого замкнутого контура работа сил поля по перемещению заряда вдоль контура равна нулю, т.е. $\sum U_i = 0$. Из закона сохранения заряда для точки

B имеем $\sum q_i = 0$.

$$\left. \begin{aligned} \frac{q_1}{C} - \frac{q_2}{2C} + \frac{E}{3} &= 0 \\ -\frac{q_1}{C} - \frac{q_3}{3C} + \frac{2}{3}E &= 0 \\ -q_1 - q_2 + q_3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Решая эту систему, находим $q_1 = \frac{2}{9} EC$.



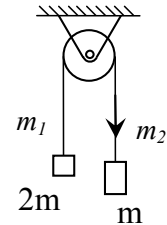
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $I = \frac{mg}{\pi RB}$.

Из условия равновесия кольца $I\pi R^2 B = mgR$ находим $I = \frac{mg}{\pi RB}$.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $a_c = \frac{(2m - m)^2}{(2m + m)^2} g = \frac{1}{9} g$.



Проекция вектора ускорения центра масс a_c этой системы на ось y

с учётом того, что $|\vec{T}|_1 = |\vec{T}|_2 = T$ и $F = 2T$; определяется из уравнения

$$(m_1 + m_2)a_c = m_1g + m_2g - 2T \quad (1)$$

Уравнение второго закона Ньютона для грузов в проекциях на ось y , с учётом того, что $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$, имеет вид:

$$\begin{cases} m_1g - T = m_1a \\ m_2g - T = -m_2a \end{cases} \quad (2)$$

Из последних соотношений выразим $T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} g$.

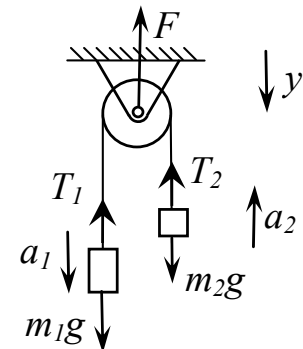
(3)

Подставляя (3) в (1), найдём

$$a_c = \frac{m_1g + m_2g - 2T}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g.$$

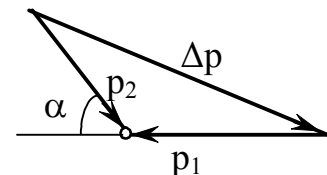
Подставляя значения $m_1 = 2m$ и $m_2 = m$, получим

$$a_c = \frac{(2m - m)^2}{(2m + m)^2} g = \frac{1}{9} g.$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $N = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{E\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}}{2\tau \cdot c} \approx 1,86 \cdot 10^{-4} H$.



Параллельный главной оптической оси пучок света проходит линзу, затем отражается от зеркального покрытия и снова проходит линзу. С помощью формулы линзы и законов отражения света от плоского зеркала находим, что выходящий из линзы пучок пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии $F/2$ от линзы, образуя с осью угол $\alpha = 45^\circ$. Абсолютная величина суммарного импульса фотонов, падающих на линзу, равна $p_1 = \frac{E}{c}$, а импульс пучка на выходе из линзы равен $p_2 = \frac{E}{2c}$.

На рисунке изображена векторная диаграмма, на которой построен вектор изменения

импульса фотонов после прохождения линзы: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Изменение импульса фотонов по абсолютной величине равно

$$\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos\alpha} = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} + \frac{E^2}{4c^2} + 2\frac{E}{c} \cdot \frac{E}{2c} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{E}{2c} \sqrt{5 + 2\sqrt{2}}.$$

Средняя сила, которая действовала на фотоны, равна

$$N = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{E\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}}{2\tau \cdot c} \approx 1,86 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Сила, равная ей по величине, но направленная в противоположную сторону, будет средней силой, которая действует на линзу со стороны фотонов.