XVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 10 класс 2 тур 2013-2014 уч. год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- **Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.**
- **За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.**
- **Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.**
- **Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.**
- **Верные решения задач могут отличаться от авторских.**
- **За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.**
- **В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.**

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1-1. Два десятиклассника Ваня Иванов и Петя Петров играют мячом в спортивном зале. Сначала Ваня кидает мяч, а Петя ловит его через t = 1 с. Затем мальчики разбегаются, и, когда расстояние между ними увеличивается в 2 раза, они останавливаются, и Петя бросает мяч Ване, но со скоростью вдвое большей, чем сообщил мячу Ваня в первом случае. Ваня ловит мяч также через одну секунду. Зная, что оба мальчика бросают и ловят мяч на одной и той же высоте h = 1,5 м, определите высоту потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка. Удар мяча о потолок спортзала считать упругим. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

1. При втором броске дальность броска увеличивается в 2 раза, а время движения мяча остается неизменным, поэтому проекция начальной скорости мяча на горизонтальную ось x v_{0x} увеличивается в 2 раза. Этот результат не зависит от того, ударился мяч о потолок или нет.

2. Во втором броске модуль начальной скорости мяча увеличивается вдвое, значит, проекция скорости мяча на вертикальную ось y v_{0y} тоже увеличивается в 2 раза.

3. Т.к. в обоих случаях время полета мяча t одинаково, угол броска также одинаков, а начальная скорость отличается в два раза, то в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок.

4. Первый бросок (Вани) в проекции на вертикальную ось y

$$v_{0y} - g\frac{t}{2} = 0, \Rightarrow \ v_{0y} = g\frac{t}{2}. \quad (4)$$

5. Второй бросок (Петя). Мяч ударяется о потолок.

$$H - h = 2v_{0y}\cdot\frac{t}{2} - \frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{8} = \frac{3gt^2}{8}. \qquad (5)$$

6. $H = h + \dfrac{3gt^2}{8} = 5{,}25$ м.

Ответ. $H = h + \dfrac{3gt^2}{8} = 5{,}25$ м.

1-2. Два десятиклассника Ваня Иванов и Петя Петров играют мячом в спортивном зале. Сначала Ваня кидает мяч, а Петя ловит его через некоторое время t. Затем мальчики разбегаются, и, когда расстояние между ними увеличивается в 2 раза, они останавливаются, и Петя бросает мяч Ване, но со скоростью вдвое большей, чем сообщил мячу Ваня в первом случае. Ваня ловит мяч также через время t. Чему равно это время t, если известно, что оба мальчика бросают и ловят мяч на одной и той же высоте h = 1,4 м от пола, а высота потолка спортзала, т.е. расстояние от пола до потолка, равно H = 5,0 м. Удар мяча о потолок спортзала считать упругим. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Решение аналогично решению задачи 2-1 варианта 1 (см. пп. 1-5)

6. $t = \sqrt{\dfrac{8(H-h)}{3g}} = 0{,}98$ с. (5)

Ответ. $t = \sqrt{\dfrac{8(H-h)}{3g}} = 0{,}98$ с.

Критерии оценивания задачи 1.

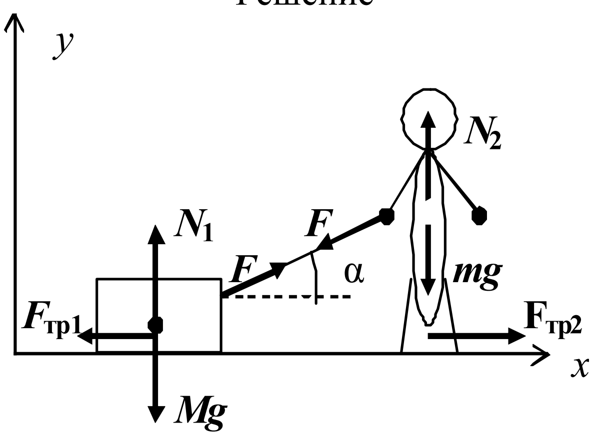
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Указано, что проекция начальной скорости	2 балла

	мяча на горизонтальную ось увеличивается в 2 раза при втором броске.	
2	Указано, что проекция скорости мяча на вертикальную ось тоже увеличивается в 2 раза при втором броске.	2 балла
3	Указано, что в обоих случаях бросок происходит под одинаковым углом к горизонту	2 балла
4	Указано, что в первом случае мяч не долетает до потолка, а во втором ударяется о потолок	от 1 до 2 баллов
5	Получена формула (4) для v_{0y} в первом случае	от 1 до 4 баллов
6	Получена формула (5), связывающая высоту потолка и время движения для второго случая	от 1 до 6 баллов
7	Проведен правильный численный расчет и полученный числовой ответ	От 1 до 2 баллов

2-1. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней в 2 раза больше массы человека. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0.20$, человека $\mu_2 = 0.30$. Под каким углом к горизонту нужно тянуть за веревку?

2-2. Стоя на льду, человек пытается сдвинуть тяжелые сани за привязанную к ним веревку. Масса саней в 3 раза больше массы человека. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0.15$, человека $\mu_2 = 0.30$. Под каким углом к горизонту нужно тянуть за веревку?

Решение



1. Уравнения динамики для человека массой m (см. рисунок)

$F\cos\alpha - F_{ðð2} = 0$, (1-1)

$N_2 - mg - F\sin\alpha = 0$. (1-2)

2. Человек не сдвигается с места, когда тянет санки, поэтому на него действует сила трения покоя

$F_{\text{òð}2} \le \mu_2 N_2$.   (2)

3. Уравнения динамики для санок массой M (см. рисунок)

$F\cos\alpha - F_{\text{òð}1} = 0$,   (3-1)

$N_1 - Mg + F\sin\alpha = 0$. (3-2)

4. Чтобы санки сдвинулись

$F_{\text{òð}1} = \mu_1 N_1$,   (4)

5. Решаем полученную систему.

$$\mathrm{tg}\,\alpha \ge \frac{\mu_1 M - \mu_2 m}{\mu_1\mu_2(M+m)}$$

Ответ.

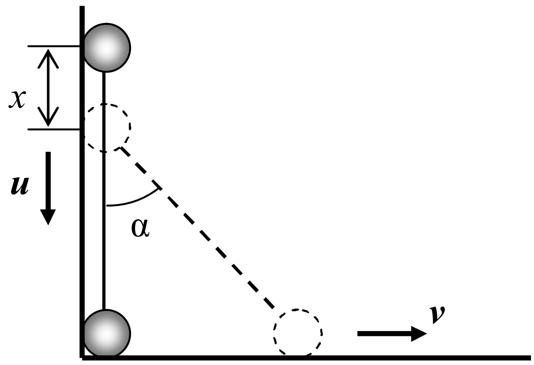
В случае варианта 1 $M = 2m : \mathrm{tg}\,\alpha \ge \dfrac{2\mu_1 - \mu_2}{3\mu_1\mu_2} = \dfrac{5}{9} = 0{,}555$, $\alpha \ge 29^\circ$.

В случае варианта 2 $M = 3m : \mathrm{tg}\,\alpha \ge \dfrac{3\mu_1 - \mu_2}{4\mu_1\mu_2} = \dfrac{5}{6} = 0{,}833$, $\alpha \ge 39{,}8^\circ$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Сделан рисунок и правильно расставлены все силы, действующие на человека и на санки	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты рисунка
2	Записаны уравнения динамики для человека (1-1) и (1-2)	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
3	Записано неравенство для силы трения покоя (2) (или равенство для максимальной силы трения)	1 балл
4	Записаны уравнения динамики для санок (3-1) и (3-2)	по 2 баллу за каждую формулу (всего 4 балла)
5	Записано уравнение для силы трения скольжения (4)	1 балл
8	Приведено решение полученной системы и получена правильная формула для tgα.	от 1 до 6 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
9	Проведен правильный численный расчет и записан числовой ответ для tgα или угла α в виде неравенства	от 1 до 2 баллов

3.1 Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной l = 60 см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости (см. рисунок). При небольшом смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние эта система приходит в движение в плоскости рисунка. Определите скорость нижнего шарика в момент, когда верхний шарик сместится по вертикальной плоскости вниз на расстояние x = 10 см. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь.



Решение

1. Обозначим массу шарика m, скорости верхнего и нижнего шариков u и v соответственно (см. рис.). Запишем закон сохранения энергии.

$$mg(l-x)+\frac{mu^2}{2}+\frac{mv^2}{2}=mgl, \ (1), \qquad \Rightarrow u^2+v^2=2gx.$$

2. Запишем условие жесткости стержня:

$$u\cos\alpha = v\sin\alpha \quad (2), \qquad \Rightarrow u = v\,\mathrm{tg}\,\alpha .$$

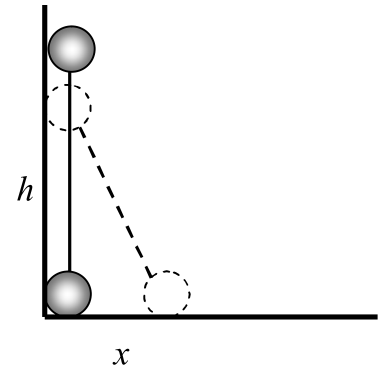
3. Подставляя уравнение (2) в (1), получим $v=\cos\alpha\sqrt{2gx}$.

4. $\cos\alpha=\dfrac{l-x}{l}$ (4)

5. Запишем окончательную формулу и проведем численный расчет. $v=\dfrac{l-x}{l}\sqrt{2gx}=1{,}2$ м/с.

Ответ. $v=\dfrac{l-x}{l}\sqrt{2gx}=1{,}2$ м/с.

3.2 Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной l = 13 см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости (см. рисунок). При небольшом смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние эта система приходит в движение в плоскости рисунка. Определите скорость верхнего шарика в момент, когда нижний шарик сместится по горизонтальной плоскости на расстояние x = 5 см. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь.



Решение

1. Обозначим массу шарика m, скорости верхнего и нижнего шариков u и v соответственно (см. рис.), h – высоту, на которой находится верхний шарик. Запишем закон сохранения энергии.

$$mgh+\frac{mu^2}{2}+\frac{mv^2}{2}=mgl\text{, (1),} \qquad \Rightarrow u^2+v^2=2g(l-h)\text{, где } h=\sqrt{l^2-x^2}\,.$$

2. Запишем условие жесткости стержня:

$u\cos\alpha=v\sin\alpha$ (2), $\Rightarrow v=u\operatorname{ctg}\alpha$.

3. Пользуясь уравнениями (1) и (2), получим $u=\sin\alpha\sqrt{2g(l-h)}$.

4. $\sin\alpha=\dfrac{x}{l}$ (4)

5. Запишем окончательную формулу и проведем численный расчет. $u=\dfrac{x}{l}\sqrt{2g\left(l-\sqrt{l^2-x^2}\right)}=0{,}17$ м/с.

Ответ. $u=\dfrac{x}{l}\sqrt{2g\left(l-\sqrt{l^2-x^2}\right)}=0{,}17$ м/с.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записан закон сохранения энергии (1)	от 1 до 5 баллов
2	Записано условие жесткости стержня (2)	от 1 до 5 баллов
3	Записаны необходимые геометрические соотношения, типа (4)	от 1 до 2 баллов
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получен аналитический ответ	от 1 до 6 баллов
5	Проведен численный расчет и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

4-1. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис. 1). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии l = 28 см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. Сколько грамм ртути нужно долить в правую часть трубки, чтобы разность уровней ртути в левой и правой частях трубки оказалась равной Δl = 9 см? Площадь сечения трубки равна S = 1 см^2. Атмосферное давление p_0 = 750 мм. рт. ст., плотность ртути ρ = 13,6 г/см^3. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.

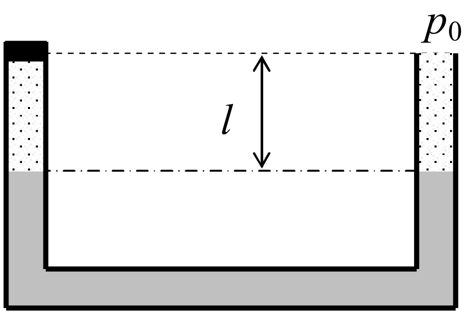


Рис. 1

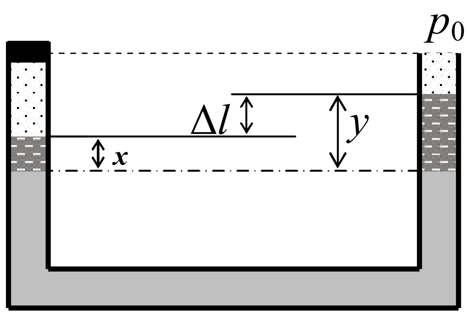


Рис. 2

Решение

1. Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно p_0.

2.Предположим, что уровень ртути в правой части трубки поднялся на y, а в левой на x (рис. 2), тогда $\Delta l = y - x$, $\Rightarrow$ $y = x + \Delta l$ (2).

3. Давление воздуха p в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта.

$$p(l-x)S = p_0 lS \quad (3\text{-}1), \quad \Rightarrow \; p = \frac{p_0 l}{(l-x)} \quad (3\text{-}2).$$

4. Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне.

$$p + \rho g x = p_0 + \rho g y. \quad (4)$$

5. Подставляя формулы (2) и (3-2) в (4), можно найти x.

$$x = \frac{\rho g l \cdot \Delta l}{p_0 + \rho g \Delta l} \quad (5)$$

6. Удобно упростить (5), пользуясь формулой

$p_0 = \rho g H$ (6-1), где H = 0,75 м. Тогда

$$x = \frac{l \cdot \Delta l}{H + \Delta l} = 0{,}03\,\text{м}. \quad (6\text{-}2)$$

7. Масса ртути, которую нужно долить в левую часть трубки, равна

$\Delta m = \rho S(2x + \Delta l) = 0{,}204$ кг.

Ответ. $\Delta m = \rho S \Delta l \left(\dfrac{2l}{H + \Delta l} + 1 \right) = 204\,\text{г}.$

4-2. В U-образную трубку налита ртуть (см. рис.1). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии l = 18 см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. В правую часть трубки аккуратно доливают ртуть, так что она заполняет полностью всю правую часть. На сколько сантиметров поднимется при этом уровень ртути в левой части трубки? Атмосферное давление p_0 = 750 мм. рт. ст., плотность ртути ρ = 13,6 г/см^3. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.

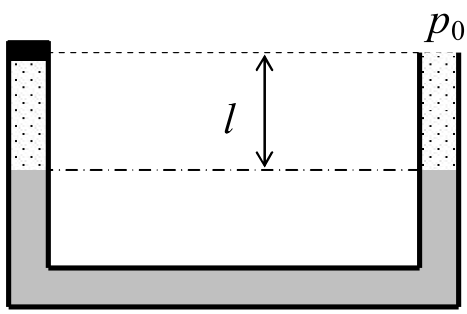


Рис. 1

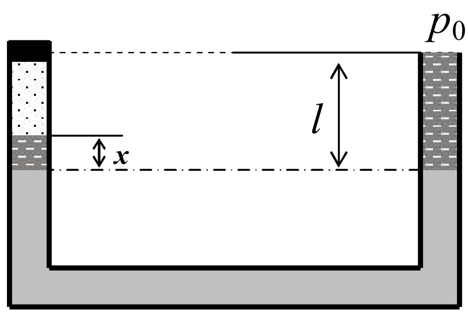


Рис. 2

Решение

1. Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно p_0.

2.Предположим, что после доливания ртути ее уровень в левой части трубки поднялся на x. (рис. 2).

3. Давление воздуха p в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта.

$$p(l-x)S = p_0 lS \quad (3\text{-}1), \quad \Rightarrow \; p = \frac{p_0 l}{(l-x)} \quad (3\text{-}2).$$

4. Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне.

$$p + \rho g x = p_0 + \rho g l . \quad (4)$$

5. Подставляя формулу (3-2) в (4), получим квадратное уравнение для нахождения x.

$$p_0 x = \rho g (l-x)^2 . \ (5)$$

6. Удобно упростить (5), пользуясь формулой

$p_0 = \rho g H$ (6-1), где H = 0,75 м. Тогда

$$Hx = (l-x)^2 \;\Rightarrow\; x^2 - (2l+H)x + l^2 = 0 . \ (6.2)$$

7. Решение квадратного уравнения

$$x = \frac{H + 2l - \sqrt{H(H+4l)}}{2} = 0{,}03 \text{ м.}$$

Из двух возможных корней квадратного уравнения выбираем тот, в котором перед квадратным корнем стоит знак минус. Это связано с тем, что, при $l = 0$, именно этот корень дает правильный ответ $x = 0$.

Ответ. $x = \dfrac{H + 2l - \sqrt{H(H + 4l)}}{2} = 3$ см.

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Указано, что давление воздуха в левой части равно атмосферному	2 балла
2	Записаны закон Бойля-Мариотта или уравнения состояния воздуха и найдено давление в левой части сосуда (3-2)	от 1 до 4 баллов
3	Записано уравнение для нахождения давления воздуха в левой части (4).	от 1 до 3 баллов
4	При решении используется формула (6-1) для атмосферного давления	1 балл
5	Проделаны необходимые преобразования и получен ответ	от 1 до 8 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	от 1 до 2 баллов

5.1. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, совершает замкнутый цикл 1-2-3-1. Известно, что теплоемкости всех процессов, входящих в цикл, постоянны и равны соответственно $C_{1-2} = 2R$ для процесса 1-2, $C_{2-3} = \dfrac{3}{2}R$ для процесса 2-3 и $C_{3-1} = \dfrac{5}{2}R$ для процесса 3-1, где R – универсальная газовая постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур за цикл равно n = 4. Определите КПД цикла.

Решение

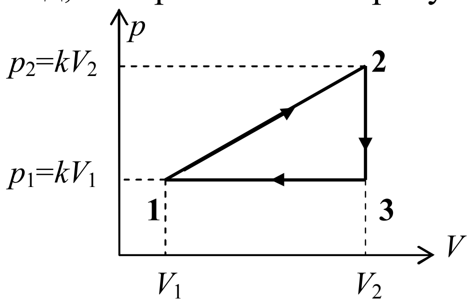
1. Несложно доказать, что в случае изохорного процесса $V = const$, происходящего с 1 молем идеального одноатомного газа теплоемкость равна $C_\mu = C_{\mu V} = \dfrac{3}{2}R$.

2. Аналогично для изобарного процесса $p = const$: $C_\mu = C_{\mu p} = \dfrac{5}{2}R$.

3. Для процесса, в котором давление p прямо пропорционально объёму V: $p \sim V$, молярная теплоемкость равна $C_\mu = 2R$.

4. Тогда, согласно условию, процесс 1-2: $p = kV$, где $k = const$; процесс 2-3: $V = const$; процесс 3-1: $p = const$.

5. Т.к. замкнутый цикл 1-2-3-1 совершается тепловой машиной, то он идет с положительной работой, т.е. по часовой стрелке, поэтому график процесса однозначно имеет вид, изображенный на рисунке.



6. Указано, что искомое отношение температур есть $\dfrac{T_2}{T_1} = n = 4$.

7. Работа за цикл равна $A = \dfrac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \dfrac{1}{2}k(V_2 - V_1)^2$.

Пользуясь уравнением состояния 1 и с учетом зависимости между давлением и объемом $p_1 = kV_1$, получим

$$p_1V_1 = RT_1, \Rightarrow kV_1^2 = RT_1, \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{RT_1}{k}}. \quad (6\text{-}1)$$

Аналогично $V_2 = \sqrt{\dfrac{RT_2}{k}}$. (6-2)

Тогда $A = \dfrac{1}{2}R\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)^2$. (6-3)

8. Газ получает тепло в процессе 1-2.

$Q_{ïîë} = Q_{12} = C_{1-2}(T_2 - T_1) = 2R(T_2 - T_1)$.

9. КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q_{ïîë}} = \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{4\left(\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}\right)} = \frac{\sqrt{n} - 1}{4\left(\sqrt{n} + 1\right)} = \frac{1}{12} = 8{,}3\%.$$

Ответ. $\eta = \dfrac{\sqrt{n} - 1}{4\left(\sqrt{n} + 1\right)} = \dfrac{1}{12} = 8{,}3\%$.

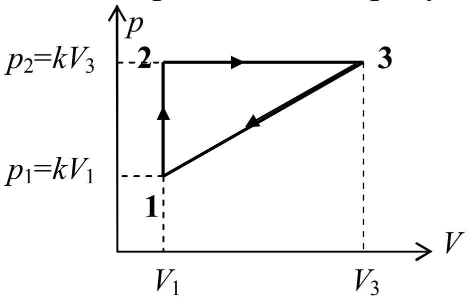
5.2. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, совершает замкнутый цикл 1-2-3-1. Известно, что теплоемкости всех процессов, входящих в цикл, постоянны и равны соответственно $C_{1-2}=\dfrac{3}{2}R$ для процесса 1-2, $C_{2-3}=\dfrac{5}{2}R$ для процесса 2-3 и $C_{3-1}=2R$ для процесса 3-1, где R – универсальная газовая постоянная. Отношение максимальной и минимальной температур за цикл равно n = 4. Определите КПД цикла.

Решение

Решение во многом аналогично решению задачи 5-1 варианта 1, различаются только некоторые результаты. Ниже приведены эти различия.

4. Согласно условию, процесс 1-2: $V=const$; процесс 2-3: $p=const$; процесс 3-1: $p=kV$, где $k=const$.

5. Т.к. замкнутый цикл 1-2-3-1 совершается тепловой машиной, то он идет с положительной работой, т.е. по часовой стрелке, поэтому график процесса однозначно имеет вид, изображенный на рисунке.



6. Указано, что искомое отношение температур есть $\dfrac{T_3}{T_1}=n=4$.

7. Работа за цикл равна $A=\dfrac{1}{2}(p_2-p_1)(V_3-V_1)=\dfrac{1}{2}k(V_3-V_1)^2$.

Пользуясь уравнением состояния 1 и с учетом зависимости между давлением и объемом $p_1=kV_1$, получим

$V_1=\sqrt{\dfrac{RT_1}{k}}$, (6-1) $\qquad V_3=\sqrt{\dfrac{RT_3}{k}}$. (6-2)

Тогда $A=\dfrac{1}{2}R\left(\sqrt{T_3}-\sqrt{T_1}\right)^2$. (6-3)

8. Газ получает тепло в процессах 1-2 и 2-3.

$Q_{ïîë}=Q_{12}+Q_{23}=A_{23}+\Delta U_{13}$,

где $A_{23}=p_2(V_3-V_1)=kV_3(V_3-V_1)=R\sqrt{T_3}\left(\sqrt{T_3}-\sqrt{T_1}\right)$, $\Delta U_{13}=\dfrac{3}{2}R\left(T_3-T_1\right)$.

$$\Rightarrow Q_{ïîë}=R\sqrt{T_3}\left(\sqrt{T_3}-\sqrt{T_1}\right)+\frac{3}{2}R\left(T_3-T_1\right)=R\left(\sqrt{T_3}-\sqrt{T_1}\right)\left\{\sqrt{T_3}+\frac{3}{2}\left(\sqrt{T_3}+\sqrt{T_1}\right)\right\}$$

9. КПД цикла равен

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{ïîë}}} = \frac{\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}}{5\sqrt{T_3} + 3\sqrt{T_1}} = \frac{\sqrt{n} - 1}{5\sqrt{n} + 3} = \frac{1}{13} = 7,7\% .$$

Ответ. $\eta = \dfrac{\sqrt{n} - 1}{5\sqrt{n} + 3} = \dfrac{1}{13} = 7,7\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Показано, чему равна теплоемкость 1 моля идеального одноатомного газа в изохорном процессе	1 балл
2	Показано, чему равна теплоемкость 1 моля идеального одноатомного газа в изобарном процессе	1 балл
3	Показано, чему равна молярная теплоемкость одноатомного идеального газа в процесса $p = kV$	есть только указание на правильный ответ – 1 балл; Получен правильный ответ – 2 балла
4	Правильно указаны процессы, входящие в цикл 1-2-3-1.	по 1 баллу за каждый процесс (всего 3 балла)
5	Построен график цикла	1 балл
6	Правильно указаны минимальная и максимальная температуры	по 1 баллу за каждую (всего 2 балла)
7	Получено выражение (6-3) для работы газа за цикл	от 1 до 4 баллов
8	Посчитано полученное газом тепло в цикле	от 1 до 4 баллов
9	Получена формула для КПД цикла	1 балл
	Проведен численный расчет и получен правильный ответ	1 балл