

ХVII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 10 класс 1 тур (заочный) 2013-2014 учебный год

10 класс

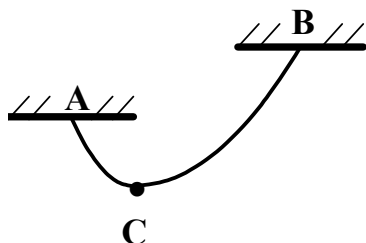
1. Десятиклассник Иван Иванов вышел из дома в 8^{29} и пошел в школу. Сначала он третью часть своего пути шел со скоростью $V_1 = 4$ км/ч. Поняв, что не успевает, Иван побежал со скоростью $V_2 = 9$ км/ч и бежал с этой скоростью третью часть всего своего времени движения. Устав бежать, десятиклассник оставшуюся часть пути шел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Найдите эту скорость.

Получит ли замечание завуча за опоздание Иван Иванов, если занятия начинаются в 9^{00} , а весь путь от дома до школы составляет 3 км?

(20 баллов)

2. Мяч брошен с земли со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение a в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение a , если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Какова скорость мяча в момент падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

(20 баллов)

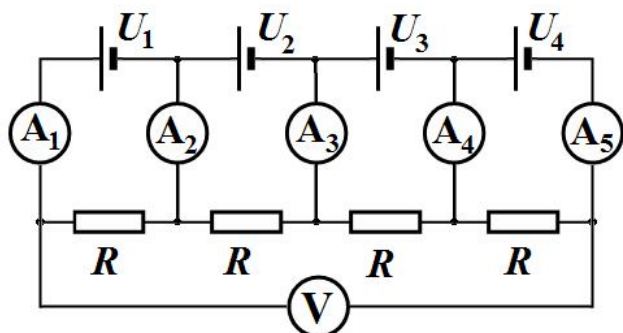


3. Однородная тонкая веревка свободно висит так, что ее концы закреплены в точках А и В (см. рисунок). При этом самая нижняя точка веревки (точка С) делит веревку в отношении 1:3. Силы натяжения веревки в точках закрепления равны $T_A = 3$ Н и $T_B = 7$ Н соответственно. Определите массу веревки и силу натяжения веревки в точке С.

(20 баллов)

4. Космонавт, высадившись на поверхность астероида, бросил в горизонтальном направлении камень массы $m = 500$ г. Какую максимальную горизонтальную скорость относительно астероида космонавт может сообщить этому камню, не рискуя, что сам станет спутником астероида? Масса космонавта со скафандром $M = 100$ кг. Про астероид известно, что он имеет практически сферическую форму, его диаметр $D = 1$ км, а средняя плотность $\rho = 2$ г/см³.

(20 баллов)



5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0$ Ом. Все

измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников одинаковы и равны $U_0 = 1,0$ В.

а) Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.

б) Каковы показания всех амперметров?

в) Какое напряжение показывает вольтметр?

(20 баллов)

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ.

- Максимальный балл за каждую задачу – 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

1. Десятиклассник Иван Иванов вышел из дома в 8-29 и пошел в школу. Сначала он третью часть своего пути шел со скоростью $v_1 = 4$ км/ч. Поняв, что не успевает, Иван побежал со скоростью $v_2 = 9$ км/ч и бежал с этой скоростью третью часть всего своего времени движения. Устав бежать, десятиклассник оставшуюся часть пути шел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Найдите эту скорость.

Получит ли замечание завуча за опоздание Иван Иванов, если занятия начинаются в 9-00, а весь путь от дома до школы составляет 3 км?

Решение.

Обозначения: s – весь путь, t – все время движения школьника.

1. Средняя скорость на третьем участке и, соответственно на всем пути

$$v_{\text{н\ddot{o}}} = v_3 = \frac{s}{t}, \quad (1.1)$$

2. Параметры движения школьника на каждом участке его пути представлены в таблице

Участок пути	Скорость	Путь	Время
1	v_1	$\frac{s}{3}$	$\frac{s}{3v_1}$ (2-1)
2	v_2	$\frac{v_2 t}{3}$ (2-2)	$\frac{t}{3}$
3	$v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{s}{t}$	s_3	t_3

3. Пользуясь таблицей, найдём путь и время движения на третьем участке: $s_3 = s - \frac{s}{3} - v_2 \frac{t}{3} = \frac{2s}{3} - \frac{v_2 t}{3}$, (3-1)

$$t_3 = t - \frac{t}{3} - \frac{s}{3v_1} = \frac{2t}{3} - \frac{s}{3v_1}. \quad (3-2)$$

4. Уравнение для нахождения средней скорости $v_{\text{н\ddot{o}}} = v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{s}{t}$

$$\frac{s}{t} = \frac{\frac{2}{3}s - \frac{1}{3}v_2 t}{\frac{2}{3}t - \frac{s}{3v_1}}, \quad (4.1) \Rightarrow v_{cp} = \frac{\frac{2}{3}v_{cp} - \frac{1}{3}v_2}{\frac{2}{3} - \frac{v_{cp}}{3v_1}} \Rightarrow v_{cp} = \frac{(2v_{cp} - v_2)v_1}{2v_1 - v_{cp}}. \quad (4.2)$$

5. Решая полученное уравнение для v_{cp} , найдем $v_{cp} = \sqrt{v_1 v_2}$. (5)

6. Расчет средней скорости $v_{cp} = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$ км/ч. (6)

7. Т.к путь школьника $s = 3$ км, то время его движения

$$t = \frac{s}{v_{cp}} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ ч.} \quad (7) \text{ Успеет за одну минуту до начала занятий.}$$

Ответ. $v_3 = v_{cp} = \sqrt{v_1 v_2} = 6$ км/ч. Замечание за опоздание школьник не получит.

Критерии оценивания задачи 1.

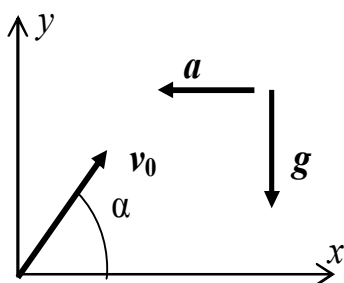
	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Записана формула для средней скорости на всем пути (1.1)	1 балл

2	Присутствуют выражения для времени прохождения первого участка (2.1) и длины второго участка (2.2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
3	Присутствуют выражения для длины третьего участка (3.1) и времени его прохождения (3.2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
4	Записаны уравнения для нахождения средней скорости (4.1) или (4.2)	1-3 балла
5	Представлено решение уравнения (4.2) получена конечная формула для средней скорости (5)	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
6	Проведен расчет средней скорости и получен ответ (6)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
7	Посчитано время движения школьника (7) и сделан правильный вывод	от 1 до 4 баллов в зависимости от наличия расчета и вывода
	Записан (выделен) ответ на оба вопроса задачи	1 балл

2. Мяч брошен с земли со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. На мяч во время полета действует встречный горизонтальный ветер, сообщая мячу постоянное ускорение a в горизонтальном направлении. Чему равно ускорение a , если известно, что мяч вернулся в исходную точку? Какова скорость мяча в момент падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

1. Выберем оси координат, как на рисунке. Уравнения движения мяча:



$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{at^2}{2}, \quad (1-1)$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \quad (1-2)$$

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha - at, \quad (1-3)$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt. \quad (1-4)$$

2. Условия падения мяча на землю: $x(t_n) = 0$, $y(t_n) = 0$ (2-1), где t_n – время падения на землю. Подставим условия падения в уравнения движения, получим следующую алгебраическую систему:

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha \cdot t_i - \frac{at_i^2}{2} = 0, \\ v_0 \sin \alpha \cdot t_i - \frac{gt_i^2}{2} = 0 \end{cases} \quad (2-2)$$

3. Решим систему, получим $t_i = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (3-1), $a = g \operatorname{ctg} \alpha = \frac{g}{\sqrt{3}}$. (3-2)

4. Возьмем $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ и произведем числовой расчет ускорения.

$$a = \frac{9,8}{\sqrt{3}} = 5,7 \text{ м/с}^2. \quad (4)$$

5. Чтобы найти скорость мяча в момент падения, подставим формулу (3-1) для времени падения в уравнения (1-3) и (1-4) для проекций скорости.

$$v_{ix} = v_x(t_i) = -\frac{v_0}{2} \quad (5-1),$$

$$v_{iy} = v_y(t_i) = -\frac{v_0 \sqrt{3}}{2}. \quad (5-2)$$

Окончательно скорость мяча в момент падения

$$v_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2} = v_0 = 10 \text{ м/с}. \quad (5-3)$$

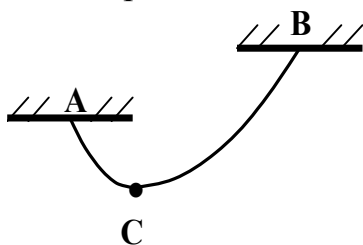
Ответ. $a = g \operatorname{ctg} \alpha = \frac{g}{\sqrt{3}} = 5,7 \text{ м/с}^2$, $v_i = v_0 = 10 \text{ м/с}$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок и записаны уравнения движения мяча (1-1) – (1-4).	по 1 баллу за рисунок и каждое уравнение (всего 5 баллов)
2	Записаны или есть понимание как записать условия падения на землю (2-1) и получена алгебраическая система (2-2)	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
3	Приведено решение системы (2-2).	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Записаны решения системы: формулы (3-1) и (3-2)	по 1 баллу за каждую формулу (всего 2 балла)
4	Проделан расчет и получено числовое значение ускорения (4)	1 балл
5	Получены формулы для проекций скорости	от 1 до 2 баллов за каждую

падения (5-1) и (5-2)	формулу в зависимости от правильности и полноты решения (всего 4 балла)
Получена формула и числовое значение (5-3) для скорости падения	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
Записан (выделен) ответ на оба вопроса задачи	1 балл

3. Однородная тонкая веревка свободно висит так, что ее концы закреплены в точках А и В (см. рисунок). При этом самая нижняя точка веревки (точка С) делит веревку в отношении 1:3. Силы натяжения веревки в точках закрепления равны $T_A = 3 \text{ Н}$ и $T_B = 7 \text{ Н}$ соответственно. Определите массу веревки и силу натяжения веревки в точке С.



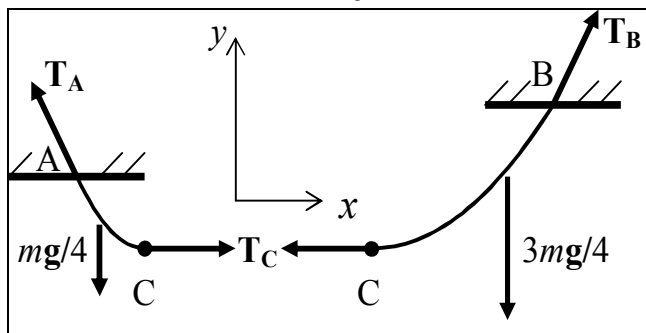
Решение

1. Расставим силы, действующие на части AC и BC веревки (см. рис.).
2. Уравнения для левой

части веревки

$$\begin{cases} T_{Ax} = -T_C, \\ T_{Ay} = -\frac{1}{4}mg. \end{cases} \quad (2-1) \Rightarrow$$

$$T_A^2 = T_{Ax}^2 + T_{Ay}^2 = T_C^2 + \frac{1}{16}m^2g^2 \quad (2-2)$$



3. Аналогично уравнения для правой части веревки

$$\begin{cases} T_{Bx} = -T_C, \\ T_{By} = -\frac{3}{4}mg. \end{cases} \quad (3-1) \quad \Rightarrow \quad T_B^2 = T_{Bx}^2 + T_{By}^2 = T_C^2 + \frac{9}{16}m^2g^2 \quad (3-2).$$

4. Решим систему уравнений (2-2) и (3-2), получим

$$m = \frac{\sqrt{2(T_B^2 - T_C^2)}}{g} = 0,9 \text{ кг} \quad (4-1), \quad T_C = \sqrt{\frac{9T_A^2 - T_B^2}{8}} = 2 \text{ Н.} \quad (4-2)$$

$$\text{Ответ. } m = \frac{\sqrt{2(T_B^2 - T_C^2)}}{g} = 0,9 \text{ кг}, \quad T_C = \sqrt{\frac{9T_A^2 - T_B^2}{8}} = 2 \text{ Н.}$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Сделан рисунок, на котором указаны все необходимые для решения задачи силы	от 1 до 2 баллов
2	Записаны уравнения динамики для левой части веревки (2-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
	Получено уравнение (2-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Записаны уравнения динамики для левой части веревки (3-1).	по 1 баллу за каждое уравнение (всего 2 балла)
	Получено уравнение (3-2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
4	Приведено решение системы уравнений (2-2) и (3-2)	от 1 до 3 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Записана формула для массы веревки	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение массы веревки (4-1)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записана формула для силы натяжения веревки в точке С (4-2)	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение T_C	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия

	числового расчета и его точности
Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

4. Космонавт, высадившись на поверхность астероида, бросил в горизонтальном направлении камень массы $m=500$ г. Какую максимальную горизонтальную скорость относительно астероида космонавт может сообщить этому камню, не рискуя, что сам станет спутником астероида? Масса космонавта со скафандром $M = 100$ кг. Про астероид известно, что он имеет практически сферическую форму, его диаметр $D = 1$ км, а средняя плотность $\rho=2$ г/см³.

Решение

1. Обозначим скорость камня v , а скорость космонавта, полученную в результате отдачи, u . Воспользуемся законом сохранения импульса.

$$mv - Mu = 0, \quad (1-1) \Rightarrow v = \frac{Mu}{m}. \quad (1-2)$$

2. Чтобы космонавт не стал спутником астероида, его скорость отдачи должна быть меньше первой космической скорости для этого астероида.

$$u < v_I = \sqrt{\frac{GM_a}{R}} \quad (2). \quad M_a - \text{масса астероида, } R - \text{его радиус.}$$

$$3. \text{ Формула для массы астероида. } M_a = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (3)$$

4. Подставим формулы для массы астероида и первой космической скорости в уравнение (1-2), получим окончательную формулу для максимальной скорости камня.

$$v_{\max} = \frac{MD}{m} \sqrt{\frac{\pi G \rho}{3}} \quad (4-1)$$

5. Возьмем гравитационную постоянную $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² и проведем числовой расчет.

$$v_{\max} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,5} \sqrt{\frac{\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^3}{3}} = 74,7 \text{ м/с.} \quad (5)$$

$$\text{Ответ. } v_{\max} = \frac{MD}{m} \sqrt{\frac{\pi G \rho}{3}} = 74,7 \text{ м/с.}$$

Критерии оценивания задачи 4.

Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
---	--

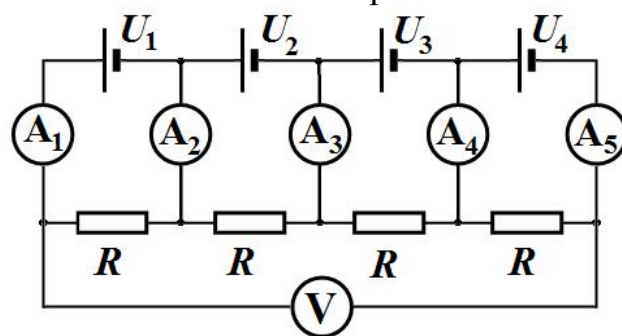
1	Записан закон сохранения импульса (1-1) и получена связь (1-2) скорости камня и космонавта	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
2	Правильно понято и записано условие, при котором космонавт не может стать спутником астероида	от 1 до 2 баллов
	Получена и записана формула для первой космической скорости (2)	от 1 до 4 баллов в зависимости от правильности и полноты решения За формулу без вывода 1 балл
3	Формула для массы астероида (3)	1 балл
4	Проделаны необходимые преобразования и получена формула (4-1) для максимальной скорости камня	от 1 до 5 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
5	Указано значение гравитационной постоянной, которое берется для расчета	1 балл
	Проделан расчет и получено правильное числовое значение скорости (5)	от 1 до 2 баллов в зависимости от наличия числового расчета и его точности
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл

5. В цепи, показанной на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 1,0$ Ом. Все измерительные приборы идеальные, внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Напряжения источников одинаковы и равны $U_0 = 1,0$ В.

а) Укажите направления токов через все резисторы и амперметры.

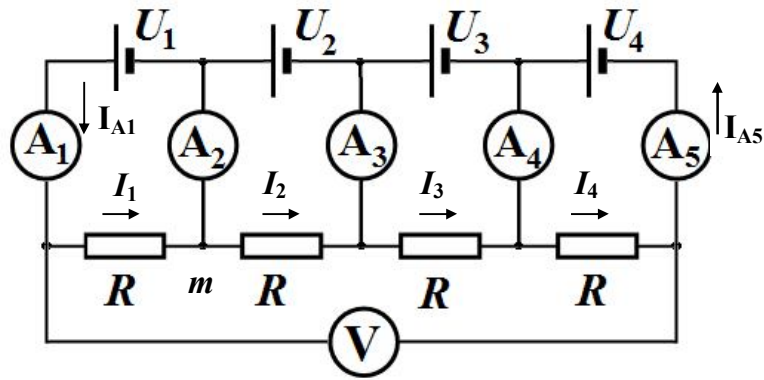
б) Каковы показания всех амперметров?

в) Какое напряжение показывает вольтметр?



Решение

1. На рисунке показаны правильные направления токов



2. Так как амперметры и вольтметр идеальные, напряжения источников одинаковы и сопротивления всех резисторов тоже одинаковы, то силы токов через них тоже будут одинаковы и равны $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{U_0}{R} = 1,0 \text{ А}$. (2)

3. Токи через амперметры A_1 и A_5 равны $I_{A1} = I_{A5} = I_1 = \frac{U_0}{R} = 1,0 \text{ А}$. (3-1)

Токи через амперметры A_2 , A_3 и A_4 не идут: $I_{A2} = I_{A3} = I_{A4} = 0$ (3.2), в силу первого правила Кирхгофа, например, в узле m : $I_{A2} = I_1 - I_2 = 0$.

4. Вольтметр показывает напряжение равное сумме напряжений на резисторах: $U = I_1R + I_2R + I_3R + I_4R = 4I_1R = 4U_0 = 4 \cdot 1 = 4,0 \text{ В}$. (4)

Ответ. $I_{A1} = I_{A5} = \frac{U_0}{R} = 1,0 \text{ А}$, $I_{A2} = I_{A3} = I_{A4} = 0$, $U = 4U_0 = 4,0 \text{ В}$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.
1	Указаны правильные направления токов через все резисторы и амперметры	по 1 баллу за каждый элемент (всего 9 баллов)
2	Посчитаны токи через резисторы (2)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
3	Посчитаны токи через амперметры (3-1), (3-2)	по 1 баллу за каждый ток (всего 5 баллов)
3	Получена формула для вычисления напряжения U , которое показывает вольтметр (4)	от 1 до 2 баллов в зависимости от правильности и полноты решения
	Проведен расчет и получено числовое значение напряжения U	1 балл
	Записан (выделен) ответ к задаче	1 балл