

Возможные решения и критерии оценивания олимпиады
МГТУ им. Н. Э. Баумана, 8 класс, 2014-15 учебный год

1. Девочки вылепили из пластилина бюст победителя школьной олимпиады по физике и поручили мальчикам отлить из золота его точную копию, но в 2 раза бóльшей высоты. Какую массу будет иметь отливка, если на изготовление образца пошло $V = 100 \text{ см}^3$ пластилина? Плотность золота $19,3 \text{ г/см}^3$. (10 баллов)

Возможное решение.

Объёмы подобных тел относятся как кубы их линейных размеров.

$$\text{Таким образом, } m = \rho V_{\text{копии}} = \rho \frac{h_{\text{копии}}^3}{h_{\text{оригинала}}^3} V_{\text{пластилина}} = 15,4 \text{ кг}$$

Возможные критерии частично верных решений:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записана формула расчёта массы	2
Записано отношение объёмов подобных тел как кубов линейных размеров	2
Выведена конечная формула в общем виде, но при этом допущена ошибка в расчётах	8
Верное решение	10

2. Удав ползет по джунглям со скоростью $V = 4 \text{ м/мин}$, а рядом с ним ходит Мартышка и меряет его длину в попугаях. За 3 минуты Мартышка успевает пройти от головы Удава до его хвоста и обратно, и объявить, что длина Удава – 45 попугаев. Найдите, с какой скоростью ходила Мартышка относительно земли, если в одном попугае - 0,2м.

Возможное решение.

Время, за которое Мартышка посчитала Удава, можно выразить следующим образом:

$$\tau = \frac{S}{U+V} + \frac{S}{U-V} = \frac{2SU}{U^2 - V^2}, \text{ где } S \text{ – длина Удава, а } U \text{ – скорость Мартышки.}$$

Тогда скорость Мартышки можно найти из квадратного уравнения:

$$U^2 - \frac{2S}{\tau}U - V^2 = 0$$

$$U = \frac{2S}{\tau} \pm \sqrt{\frac{4S^2}{\tau^2} + 4V^2} = \frac{S}{\tau} \pm \sqrt{\frac{S^2}{\tau^2} + V^2}, \text{ очевидно, что корень с минусом нам не}$$

подходит. т.к. соответствует отрицательной скорости. Таким образом:

$$U = \frac{S}{\tau} + \sqrt{\frac{S^2}{\tau^2} + V^2}.$$

Подставляя длину Удава в метрах (45попугаев = 9м), получаем:

$$U = \frac{9\text{м}}{3\text{с}} + \sqrt{\frac{(9\text{м})^2}{(3\text{мин})^2} + (4\text{м/мин})^2} = 8\text{м/мин}$$

Критерии частично верных решений:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записан закон сложения скоростей отдельно для движения «туда» и «Обратно»	По 2 балла за каждый
Верно выведено выражение для общего времени движения мартышки	10
Получено верное квадратное уравнение	15
Верное решение квадратного уравнения в общем виде	18
Получен верный ответ	30

3. Если полностью открыть только горячий кран, то ведро объёмом 10 л наполняется за 100 с, а если полностью открыть только холодный кран, то банка объёмом 3 л наполняется за 24 с. Температура горячей воды 70 °С, холодной – 20 °С. Определите, за какое время наполнится водой кастрюля ёмкостью 4,5 л, если оба крана открыты полностью и тепловое равновесие устанавливается, пока вода находится в смесителе. Найдите температуру воды, которая установится в смесителе.

Возможное решение

Введём скорости наполнения ёмкости водой из каждого крана:

$$v_1 = \frac{V_1}{\tau_1}, : v_2 = \frac{V_2}{\tau_2}$$

Объём наполняемой ёмкости обоими кранами: $V = (v_1 + v_2)\tau$, а значит

$$\tau = \frac{V}{\frac{V_1}{\tau_1} + \frac{V_2}{\tau_2}} = 20 \text{ с}$$

Для ответа на второй вопрос составим уравнение теплового баланса:

$c\rho v_1\tau(\vartheta - t_{гор}) + c\rho v_2\tau(\vartheta - t_{хол}) = 0$. Решая полученное уравнение, получаем температуру равновесия $42,2^\circ$

Критерии частично верных решений:

Каждый правильный ответ – 15 баллов.

Этапы решения задачи	Баллы
Введены выражения для скоростей наполнения бака	1 балл за каждую
Верно записано выражение для расчёта объёма наполняемого бака обоими кранами	6 баллов
Верно получено выражение для расчёта времени наполнения	8 баллов
Верно рассчитано время	15 баллов
Верно составлено уравнение теплового баланса	5 баллов
Получен второй ответ в общем виде	8 баллов
Верно рассчитана температура	15 баллов

4. В калориметр, содержащий 1 кг воды неизвестной начальной температуры, друг за другом бросают одинаковые кубики льда, каждый массой 100 г с температурой 0°C , каждый раз дожидаясь установления теплового равновесия. Первый и второй кубики растаяли полностью, третий – частично. Четвёртый кубик плавиться так и не стал. В каком интервале могла находиться начальная температура воды? Удельная теплота плавления льда 335 кДж/кг , удельная теплоёмкость воды $4,2 \text{ кДж/кг град}$.

Возможное решение

- 1) Минимальная температура соответствует условию, когда два кубика льда растаяли:

$$c_в m_в (t_{нл} - t_в) + 2\lambda m_л = 0 \quad , \text{ откуда } t_в = t_{нл} + \frac{2\lambda m_л}{c_в m_в} = 16^\circ\text{C}$$

- 2) Максимальная температура соответствует условию, когда два кубика льда растаяли:

XVIII физико-математическая олимпиада для учащихся 8 – 10 классов
ФИЗИКА 8 класс 1 тур (заочный) 2014-2015 уч. год

$$c_6 m_6 (t_{нл} - t_6) + 3\lambda m_l = 0 \quad , \text{откуда } t_6 = t_{нл} + \frac{3\lambda m_l}{c_6 m_6} = 23,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Критерии оценивания частично верного решения:

За каждую верно найденную границу – 15 баллов, из них:

Этапы решения задачи	Баллы
Верно записано уравнение теплового баланса	5 баллов
Выведена формула для температуры	8 баллов
Верный расчёт	15 баллов