

**Заключительный (очный) этап научно-образовательного соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Инженерное дело» специализации
«Профессор Жуковский» (общеобразовательный предмет физика), весна 2019 г.
9 класс**

Вариант 4

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускорено двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся позади, равно a . Какое максимальное ускорение должна иметь первая точка, чтобы ее могла догнать вторая за время, не превышающее τ ?

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда. Затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Когда лед растает, вода будет занимать $\eta = 0,95$ объема сосуда. Определите первоначальную массу льда. Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³.

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной воды. В воду бросили маленький кристаллик льда массой $m_l = 25$ г. До какой температуры была переохлаждена вода? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки закоротить, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Определите число N .

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 4$ минуты. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20$ % количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для полной кристаллизации содержимого сосуда. Кристаллизация начнется, когда будет отдано 60 % всего количества теплоты, отдаваемого при полном замораживании содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в начальной и конечной точках моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V = 30$ м/с. Какую максимальную скорость V_1 должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Решение варианта 4

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускорено двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся позади, равно a . Какое максимальное ускорение должна иметь первая точка, чтобы ее могла догнать вторая за время, не превышающее τ ?

Возможное решение:

Поместим начало отсчета в первоначальное положение первой точки. Тогда начальная координата второй точки будет равна $-L$. Ускорение первой точки может быть вычислено из условия

$$\frac{a\tau^2}{2} - L = \frac{a_1\tau^2}{2}$$

и

$$a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}.$$

Ответ: $a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}$.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж, выбрана система отсчета	2
Правильно записано условие встречи частиц	3
Получен результат, но есть ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	2
Задание выполнено полностью, получен результат в общем виде	3
Всего баллов	10

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда. Затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Когда лед растает, вода будет занимать $\eta = 0,95$ объема сосуда. Определите первоначальную массу льда. Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³.

Возможное решение:

Масса воды в начале процесса таяния льда может быть рассчитана как

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

После того, как лед растаял, объем воды в сосуде стал

$$V' = \frac{m_{\text{л}} + m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{m_{\text{л}} + \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)}{\rho_{\text{в}}} = V - m_{\text{л}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)$$

Отношение объемов равно

$$\eta = 1 - \frac{m_{\text{л}}}{V} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right).$$

Масса льда

$$m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$$

Ответ: $m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для массы воды в начале процесса	3
Записано выражение для объема воды по окончании таяния льда	2
Записано выражение для отношения объемов	1
Получен результат в общем виде	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной воды. В воду бросили маленький кристаллик льда массой $m_{\text{л}} = 25$ г. До какой температуры была переохлаждена вода? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Составим уравнение уравнения теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = cm\Delta T.$$

Тогда

$$\Delta T = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{ct} = 2 \text{ К.}$$

Ответ: вода была переохлаждена до $(-2)^\circ\text{C}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Указано, что идет процесс лавинообразной конденсации	от 1 до 4
Составлены уравнения, сделаны верные рассуждения, необходимые для решения задачи	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки закоротить, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Определите число N .

Возможное решение: Первое измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 1$ резистора. Значит,

$$R_1 = \frac{(N - 1)R^2}{NR} = \frac{(N - 1)R}{N}$$

Второе измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 2$ резисторов. Значит,

$$R_2 = \frac{(N - 2)R^2}{(N - 1)R} = \frac{(N - 2)R}{(N - 1)}.$$

Из полученных выражений можно получить количество резисторов в цепочке:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N - 1)^2}{N(N - 2)};$$

$$(R_1 - R_2)N^2 - 2(R_1 - R_2)N - R_2 = 0$$

$$N = \frac{2(R_1 - R_2) + \sqrt{4(R_1 - R_2)^2 + 4(R_1 - R_2)R_2}}{2(R_1 - R_2)} = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

Ответ: $N = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Нарисована схема цепи для первого измерения	2
Нарисована схема цепи для второго измерения	2
Записано выражение для R_1	2
Записано выражение для R_2	2
Записано выражение для количества резисторов в цепочке	4
Рассчитано значение искомого количества резисторов	3
Всего баллов	15

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 4$ минуты. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20\%$ количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для полной кристаллизации содержимого сосуда. Кристаллизация начнется, когда будет отдано 60% всего количества теплоты, отдаваемого при полном замораживании содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

Возможное решение: Пусть Q – количество теплоты, которое нужно отдать для полного замораживания содержимого сосуда в начале процесса. Тогда за первую минуту будет потеряно количество теплоты, равное ηQ . К началу второй минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)Q$ теплоты, а за вторую минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)Q$. За две минуты будет отдано $\eta Q(2 - \eta)$. К началу третьей минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)^2 Q$ теплоты, а за третью минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)^2 Q$. Для отданного за минуту количества теплоты получаем убывающую геометрическую прогрессию с первым членом ηQ и знаменателем $1 - \eta$. Складывая первые 4 члена этой прогрессии, получим

$$Q_{\text{отд}} = \eta Q \frac{(1 - \eta)^4 - 1}{(1 - \eta) - 1} = \eta Q \frac{1 - (1 - \eta)^4}{\eta} = Q[1 - (1 - \eta)^4] \approx 0,59 < 0,6Q.$$

Количество отданной теплоты меньше, чем количество теплоты, отдаваемой для начала замораживания жидкости.

Ответ: сотрудники станции успеют перенести сосуд, не заморозив содержимого, но им нужно поторопиться.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для количества теплоты, отданного за первую минуту	4
Получено выражение для количества теплоты, требующееся отдать для замораживания жидкости в начале второй и каждой из последующих минут	4
Получено выражение для количества теплоты, отданного за вторую и каждой из последующих минут	4
Указано, что количество отданной теплоты может быть вычислено как сумма членов геометрической прогрессии	4
Получено выражение для количества отданной теплоты за 4 минуты	5
Сделан вывод о возможности переноса жидкости без замораживания	4
Всего баллов	25

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в начальной и конечной точках моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V = 30$ м/с. Какую максимальную скорость V_1 должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Возможное решение: Двигаясь по параболе таким образом, что в каждой ее точке водитель и автомобиль находится в невесомости, тела движутся с постоянным полным ускорением, равным ускорению свободного падения. Значит, в начале и конце моста модуль вертикальной проекции скорости равен

$$V_y = \sqrt{2g(H - h)},$$

и скорость автомобиля равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)}.$$

В верхней точке моста вертикальная проекция скорости равна нулю, а значит

$$V_1 = V_x$$

и

$$V_1 = \sqrt{V^2 - 2g(H - h)} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V_1 = \sqrt{V^2 - 2g(H - h)} = 20$ м/с.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж к решению задачи с указанием всех необходимых элементов	2
Установлено, что при движении по параболе в заданных условиях тела находятся в невесомости во всех точках траектории	4
Установлено, полное ускорение – это ускорение свободного падения	4
Получено выражение для вертикальной проекции скорости	5
Получено выражение для скорости	5
Рассчитано значение скорости	5
Всего баллов	25