МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2018–2019»
«ИНЖЕНЕРНОЕ ДЕЛО: ПРОФЕССОР ЖУКОВСКИЙ, ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»

ФИЗИКА ВАРИАНТ № 2

З А Д А Ч А 1.

Человек в лодке переплывает реку шириной 1 км. Скорость течения реки в 2 раза больше скорости лодки относительно воды. Найдите минимальное расстояние, на которое снесёт лодку вниз по течению реки за время переправы.

З А Д А Ч А 2.

Муравей сидит в нижней точке внутренней поверхности тонкостенного обруча радиуса R = 0,5 м, который катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Определите радиус кривизны траектории муравья в метрах в тот момент, когда муравей окажется в верхней точке обруча.

З А Д А Ч А 3.

Два однородных свинцовых стержня длиной L = 1,3 м каждый, могут свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг общей горизонтальной оси, проходящей через края этих стержней. Стержни отклонили в разные стороны на 90^0 от вертикали и отпустили без начальной скорости. Определите, на сколько градусов нагреются стержни после столкновении, считая его абсолютно неупругим. Принять, что вся теплота, выделившаяся при столкновении стержней, идёт на их нагревание. Сопротивление воздуха не учитывать. Теплоёмкость свинца с = 130 Дж / кг⋆град. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \ м/с^2$.

З А Д А Ч А 4.

По наклонной плоскости, расположенной под углом 45^0 к горизонту, одновременно начинают скатываться без проскальзывания обруч и соскальзывать брусок. Найдите коэффициент трения μ между бруском и плоскостью, при котором оба тела будут двигаться, не обгоняя друг друга.

З А Д А Ч А 5.

В вертикально расположенном цилиндре под поршнем находится моль гелия. На поршне лежит груз. При этом объём газа V_1=10 л , а давление P_1= $4 \cdot 10^5$ Па . В некоторый момент времени груз с поршня убрали. В результате газ под поршнем адиабатически изменил свой объём, и давление газа уменьшилось в два раза. Определите температуру газа после установления термодинамического равновесия. Силами трения при перемещении поршня в цилиндре пренебречь. Ответ указать в градусах Кельвина.

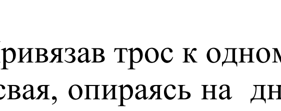
З А Д А Ч А 6.

На гвозде, вбитом в стену, висит гибкий трос длиной 20 м так, что его концы находятся на одном уровне. В начальный момент трос покоится. В некоторый момент, в результате небольшого толчка трос начинает скользить по гвоздю. Определите скорость троса в м/с в момент времени, когда отношение длин троса по разные стороны гвоздя будет равно 3:1. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

З А Д А Ч А 7.

Бетонная однородная свая массы m и длины L лежит на дне водоема. Привязав трос к одному концу сваи, её медленно поднимают в вертикальное положение, в котором свая, опираясь на дно, выступает над поверхностью воды на одну третью часть своей длины. Найдите работу, которую необходимо совершить при таком подъеме сваи. Плотность бетона в n = 4 раз больше плотности воды. Силами сопротивления и массой троса пренебречь.

З А Д А Ч А 8.



Батарея конденсаторов, состоящая из четырёх одинаковых металлических пластин, расположенных в воздухе на равных расстояниях d друг от друга , подключена к источнику постоянного тока с ЭДС, равной E, как показано на рисунке. Площадь каждой из пластин равна S. Пластина 1 соединена проводником с пластиной 3. Определите величину заряда, который пройдёт через источник тока, если пространство между пластинами 2 и 3 заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

З А Д А Ч А 9.

Металлический шар радиуса R_1 = 4 см окружён концентрической проводящей оболочкой радиуса R_2 = 10 см. Пространство между шаром и оболочкой заполнено однородным диэлектриком. Определите величину максимального напряжения, которое можно подвести к такому сферическому конденсатору, если пробой диэлектрика происходит при напряжённости электрического поля в нём E = 100 кВ/см.

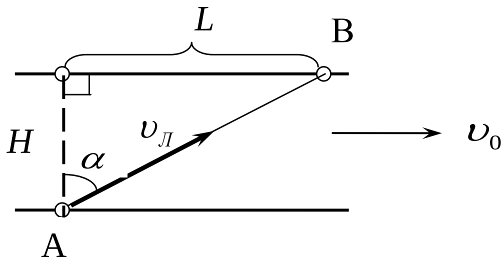
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2018–2019»
«ИНЖЕНЕРНОЕ ДЕЛО: ПРОФЕССОР ЖУКОВСКИЙ, ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ» ФИЗИКА

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 2

З А Д А Ч А 1.

Ответ: $\boxed{L = H\dfrac{\sqrt{\upsilon_0^{\,2} - u^2}}{u} = 1{,}73\ км}$.

Пусть ширина реки равна H, а расстояние, на которое снесёт лодку вниз по течению за время переправы, равно L. Скорость лодки относительно берега $\upsilon_Л$ будет направлена от точки А к точке В. Она складывается из скорости лодки u относительно воды и скорости течения реки υ_o. То есть $\vec{\upsilon}_Л = \vec{u} + \vec{\upsilon}_o$.



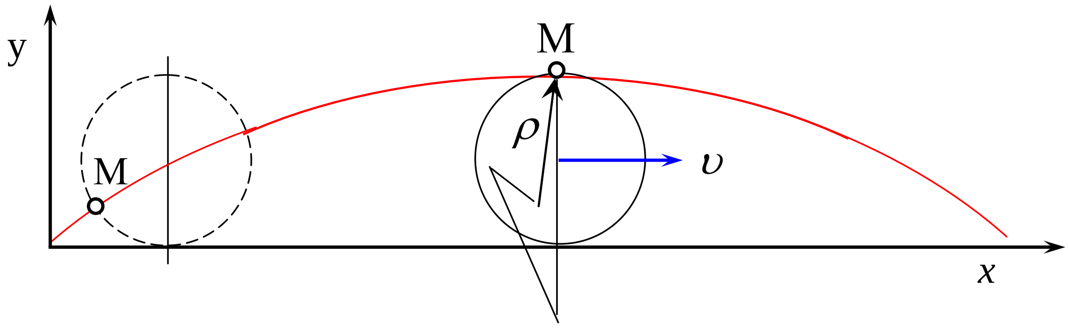
Расстояние, на которое снесёт лодку вниз по течению за время переправы, будет минимальным, если вектор $\vec{u}$ будет перпендикулярен вектору $\vec{\upsilon}_Л$, т.е. $\vec{u} \perp \vec{\upsilon}_Л$. Тогда, как видно из рисунка, $\dfrac{H}{L} = \dfrac{u}{\upsilon_Л}$, откуда

$$L = H\frac{\upsilon_Л}{u} = H\frac{\sqrt{\upsilon_0^{\,2} - u^2}}{u} = H\frac{\sqrt{4u^2 - u^2}}{u} = H\sqrt{3} = 1{,}73\ км.$$

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{\rho = 4R = 2м}$.

Ускорение муравья в системе отсчёта, связанной с центром обруча, который катится по горизонтальной поверхности, является центростремительным и равно $\alpha_1 = \dfrac{\upsilon^2}{R}$. В вершине циклоиды скорость точки М равна 2υ. Ускорение муравья в системе отсчёта, связанной с точкой касания обруча с горизонтальной поверхностью, может быть представлено в виде $\alpha_2 = \dfrac{(2\upsilon)^2}{\rho}$. Так как $a_1 = \alpha_2$, то $\dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{(2\upsilon)^2}{\rho}$. Отсюда $\rho = \dfrac{(2\upsilon)^2 \cdot R}{\upsilon^2} = 4R$. При R = 0,5м $\rho = 4 \cdot 0{,}5 = 2м$



З А Д А Ч А 3.

Ответ: $\boxed{\Delta T = 0{,}05K}$.

Количество теплоты Q, выделяющееся при абсолютно неупругом столкновении стержней, равно уменьшению потенциальной энергии системы, считая при этом, что вся теплота идёт на нагревание стержней.

$Q = \Delta U = 2mg\dfrac{L}{2} = mgL$, где $L = 1{,}3$ *м* - длина стержня.

Из уравнения теплового баланса найдём, на сколько градусов повысится температура стержней

$\Delta T = \dfrac{Q}{2mc} = \dfrac{mgL}{2mc} = \dfrac{gL}{2c} = \dfrac{10 \cdot 1{,}3}{2 \cdot 130} = 0{,}05K$, где $c = 130\,\dfrac{Дж}{кг \cdot град}$ - теплоёмкость свинца.

З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\mu = 0{,}5$.

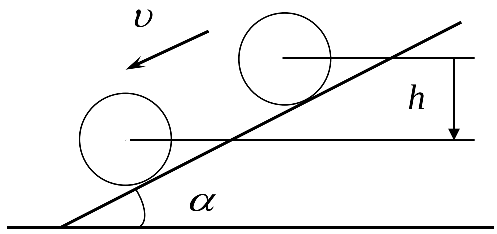
Брусок и обруч будут двигаться, не обгоняя друг друга, если ускорение бруска и ускорение центра масс обруча будут равны между собой.

Запишем второй закон Ньютона для бруска:

$m\alpha_1 = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$ (1),

где μ - коэффициент трения между бруском и плоскостью. Из (1) выразим $a_1 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (2) .

Ускорение центра масс обруча a_2 найдём, используя закон сохранения энергии и кинематические соотношения:



$mgh = m\upsilon^2$ (3),

где υ - скорость центра масс обруча,

$h = \dfrac{\upsilon^2}{2a_2}\sin\alpha$ (4).

Из полученных соотношений найдём $a_2 = \dfrac{g}{2}\sin\alpha$.

Из равенства $a_2 = a_1$ найдём $\mu = 0{,}5tg\alpha$. Для $\alpha = 45^0$, $\mu = 0{,}5$.

З А Д А Ч А 5.

Ответ: 385 К .

Количество теплоты, полученное газом при адиабатическом расширении, равно нулю. Работа , совершённая газом, $A = P_2\Delta V$, поэтому $\Delta U + P_2\Delta V = 0$.

Так как $\Delta UV = c_V(T_2 - T_1)$, то $c_V(T_2 - T_1) + P_2(V_2 - V_1) = 0$.

Так как $P_2V_2 = RT_2$, то $T_2(c_V + R) = c_VT_1 + P_2V_1$, где $P_2 = 0{,}5P_1$. Тогда

$$T_2 = \frac{c_VT_1 + 0{,}5P_1V_1}{c_V + R} = \frac{1{,}5RT_1 + 0{,}5P_1V_1}{1{,}5R + R} = \frac{2P_1V_1}{2{,}5R} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 8{,}31} \approx 385K$$

З А Д А Ч А 6.

Ответ: $\boxed{\upsilon = \sqrt{2g\Delta\ell} = 5м/с}$.

При движении троса его центр масс опускается к моменту времени, когда соотношение длин троса по разные стороны гвоздя будет равно 3 : 1 , на $\Delta\ell = 1{,}25$ *м* .

За счёт убыли потенциальной энергии троса, он приобретает кинетическую энергию.

По закону сохранения энергии $\dfrac{m\upsilon^2}{2} = mg\Delta\ell$, откуда $\upsilon = \sqrt{2g\Delta\ell} = 5 м/с$

З А Д А Ч А 7.

Ответ: $\boxed{A_1 = \dfrac{7}{18} mgL}$.

$\Delta W_{КИН} = \sum A_i$. По условию $\Delta W_{КИН} = 0$, следовательно, $A_1 + A_2 + A_3 = 0$,
где A_1-работа внешней силы, A_2- работа силы тяжести, A_3- работа силы Архимеда.
Искомая работа $A_1 = -A_2 - A_3$.

$$A_2 = -mg\frac{L}{2} \quad ; \quad A_3 = \rho g\frac{V}{3}\cdot\frac{2}{3}L + \rho g\cdot\frac{2}{3}V\cdot\frac{L}{3} = \frac{4}{9}\rho gVL = \frac{4}{9}\frac{m}{n}gL.$$

При n = 4 $A_3 = \dfrac{mgL}{9}$; $\boxed{A_1 = \dfrac{mgL}{2} - \dfrac{mgL}{9} = \dfrac{7}{18}mgL}$.

З А Д А Ч А 8.

Ответ: $\boxed{\Delta q = \varepsilon_0 \dfrac{SE}{6\cdot d}}$.

Образовавшийся сложный конденсатор (рис.1) можно рассматривать как батарею из трех конденсаторов одинаковой емкости $C_o = \dfrac{\varepsilon_o S}{d}$: конденсатор I (пластины 2 и 3) , конденсатор II (пластины 1 и 2) и конденсатор III (пластины 3 и 4). Конденсаторы I и II соединены параллельно: пластины 1 и 3 имеют равные потенциалы (т.к. они соединены проводником), а пластина 2 у них общая; конденсатор III присоединен к этой паре последовательно.

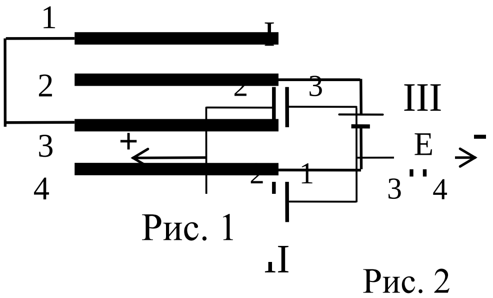


Рис. 1

Рис. 2

Ёмкость конденсатора $C_1 = \dfrac{2}{3}C_0 = \dfrac{2}{3}\dfrac{\varepsilon_o S}{d}$. После заполнения конденсатора I диэлектриком ёмкость батареи станет равна $\boxed{C_2 = \dfrac{1+\varepsilon}{2+\varepsilon}C_0.}$

Заряд батареи до заполнения конденсатора диэлектриком $q_1 = C_1 E = \dfrac{2}{3}C_0 E$.

Заряд батареи после заполнения конденсатора диэлектриком $q_2 = C_2 E = \dfrac{1+\varepsilon}{2+\varepsilon}C_0 E$.

Разница зарядов батареи $\Delta q = q_2 - q_1 = \dfrac{1+\varepsilon}{2+\varepsilon}C_0 E - \dfrac{2}{3}C_0 E = C_0 E\dfrac{\varepsilon - 1}{(2+\varepsilon)3}$.

Этот заряд пройдёт через источник тока. При $\varepsilon = 4$, $\Delta q = \varepsilon_0 \dfrac{SE}{6\cdot d}$.

З А Д А Ч А 9.

Ответ: $\boxed{U = 240\ \kappa B}$.

Ёмкость сферического конденсатора $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ (1).

1) Напряжённость поля максимальная вблизи внутренней обкладки конденсатора

$$E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot R_1^{\ 2}} \qquad (2)$$

2) Максимальный заряд конденсатора $q = CU$ (3)

3) Из (2) выразим заряд конденсатора $q = E_0 \cdot 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot R_1^{\ 2}$.

4) Из (3) выразим U и подставим в неё q, получим:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{E_0 \cdot 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot R_1^{\ 2}(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2} = \frac{E_0 \cdot R_1(R_2 - R_1)}{R_2} = 240 \cdot 10^3\, B = 240\,\kappa B.$$