Первый (заочный) этап научно-образовательного соревнования Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по профилю «Инженерное дело» специализации «Профессор Жуковский», осень 2019 г.
10 класс

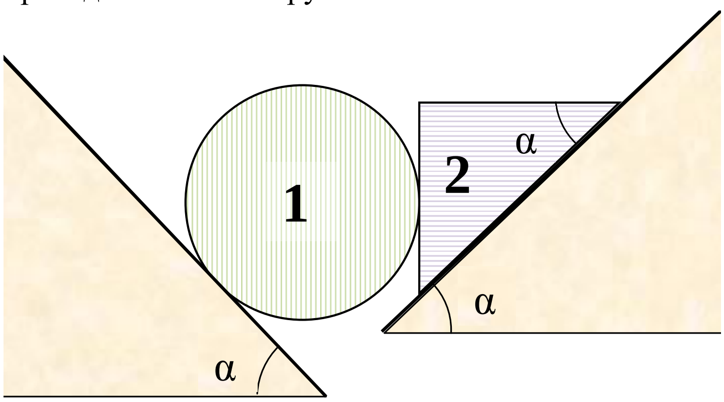
Вариант – 1

1. Автомобиль проходит три неравных отрезка пути, которые относятся как 5:3:2. При этом интервалы времени, затраченные на прохождение каждого из отрезков, относятся соответственно как 1:2:3. Чему равна средняя скорость автомобиля на первом отрезке пути, если средняя скорость прохождения всего пути равна v = 36 км/ч? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с). Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.
2. Брусок массой m = 2 кг положили на наклонную плоскость, синус угла наклона которой равен 0,3. Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ = 0,4. Чему равна сила трения, действующая на брусок? Ускорение свободного падения g = 10 м/с2. Ответ дайте в ньютонах (Н). Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.
3. Окно закрыто рольставнями. Их ширина 1500 мм, удельная масса 1 м2 материала рольставней составляет 4,2 кг. Чтобы полностью поднять рольставни, свернув их в рулон, нужно совершить работу А = 126 Дж. Чему равна высота рольставней? Силой трения пренебречь. Диаметр образовавшегося рулона считать малым, по сравнению с высотой рольставней. Ускорение свободного падения g = 10 м/с2. Ответ дайте в метрах (м). Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.
4. Два камушка находятся на одинаковой высоте от поверхности земли. Камушкам одновременно сообщили одинаковые по модулю начальные скорости, направленные вертикально вниз и вертикально вверх соответственно. Спустя время τ после начала движения второй камушек достигает крайнего верхнего положения. Чему равно отношение пути, пройденного первым камушком, к пути, пройденному вторым камушком, за одно и то же время $t = 4\tau$, отсчитанное от начала движения? Считать, что за указанное время камушки не долетают до поверхности земли, а ускорение свободного падения остается неизменным в процессе их движения. Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.
5. На гладкой горизонтальной платформе лежат три одинаковых шарика, массой m = 300 г каждый, соединенные друг с другом тремя невесомыми стержнями так, что центры шариков и стержни находятся в одной плоскости и образуют равносторонний треугольник со стороной l = 50 см. Платформа вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр этого треугольника. Определите угловую скорость вращения платформы, если при вращении шарики не смещаются относительно платформы, а в стержнях возникают упругие силы F = 0,2 Н. Ответ дайте в радианах в секунду (рад/с). Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.

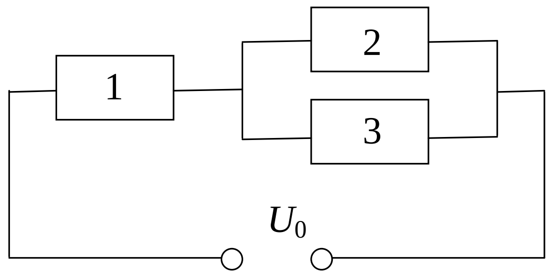
6. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два груза массами m и $3m$, связанные невесомой недеформированной пружиной жесткости k = 50 Н/м. Груз массой m удерживают, а грузу массой $3m$ сообщают скорость v_0 = 0,2 м/с по направлению к легкому грузу. В тот момент, когда тяжелый груз останавливается, легкий груз отпускают. Найдите максимальную скорость груза массой m в процессе движения. Ответ дайте в метрах в секунду (м/с). Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.

7. Тонкая плоская деталь оторвалась от спутника и движется в космическом пространстве. Деталь имеет форму четырехугольника ABCD. В некоторый момент времени оказалось, что векторы скоростей точек A и B одинаковы по модулю и направлению – $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}$ – и лежат в плоскости детали, а скорости точек C и D равны соответственно $v_C = v\sqrt{2}$ и $v_D = v\sqrt{5}$. Определите длину высоты h_2, проведенной из вершины D к стороне AB четырехугольника, если длина высоты, проведенной из вершины C к стороне AB равна h_1 = 20 см. Ответ дайте в сантиметрах (см) Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.

8. Две заготовки, имеющие форму цилиндра (заготовка 1) и треугольной призмы (заготовка 2), положили, соприкасаясь друг с другом, на две гладкие закрепленные наклонные плоскости (см. рисунок), и отпустили. Наклонные плоскости и треугольная призма образуют одинаковые углы α с горизонтом. Заготовка 1 в такой системе движется вниз по наклонной плоскости с ускорением a = 0,8 м/с^2. Если убрать заготовку 1, то оставшаяся заготовка 2 будет двигаться с ускорением a_0 = 1 м/с^2. Чему равно отношение массы заготовки 1 к массе заготовки 2? Трением между заготовками пренебречь. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.



9. Нелинейный элемент (НЭ) имеет нелинейную вольтамперную характеристику (зависимость силы тока I, проходящего через НЭ от напряжения U на этом НЭ), описываемую формулой $I = k\sqrt{U}$, где k – постоянная величина. Три одинаковых нелинейных элемента 1,2 и 3 соединили, как показано на рисунке и подключили к источнику постоянного напряжения U_0. Сопротивление источника пренебрежимо мало. Найдите отношение мощности, выделяемой на нелинейном элементе 1, к мощности, выделяемой на нелинейном элементе 2. Если ответ получается в виде бесконечной десятичной дроби, округлите его до сотых, если ответ – конечная десятичная дробь или целое число, приведите его без округления.



Решения варианта 1.

1. **Решение.** Обозначим s_0, t_0 – единицы пути и времени соответственно. Тогда средняя скорость на всем пути равна $v=\frac{10s_0}{6t_0}=\frac{5}{3}\cdot\frac{s_0}{t_0}$, средняя скорость на первом отрезке пути $v_1=\frac{5s_0}{t_0}=5\cdot\frac{3}{5}v=3v=30$ м/с.
Ответ: 30

2. **Решение.** Сравним проекцию силы тяжести $mg\sin\alpha=2\cdot10\cdot0,3=6$ Н и силы трения скольжения $F_{тр.}=\mu mg\cos\alpha=0.4\cdot2\cdot10\cdot0,954=7,632$ Н. Т.к. $mg\sin\alpha<F_{тр.ск.}$, тело покоится и $F_{тр.}=mg\sin\alpha=6$ Н.
Ответ: 6

3. **Решение.** Работа $A=\frac{1}{2}mgh$, где $m=\rho_\sigma S=\rho_\sigma ah$, $\Rightarrow$ $A=\frac{1}{2}\rho_\sigma gah^2$, $\Rightarrow$ $h=\sqrt{\frac{2A}{\rho_\sigma ga}}=2$ м.
Ответ: 2

4. **Решение.** Найдем начальную скорость камушков: $v_0=g\tau$. За время τ второй камушек, движущийся вверх, проходит путь $s_0=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{g\tau^2}{2}$. Путь, пройденный за время $t=4\tau$ первым камушком $s_1=v_0\cdot4\tau+\frac{g(4\tau)^2}{2}=12g\tau^2$; путь, пройденный за то же время вторым камушком $s_2=2s_0+v_0\cdot2\tau+\frac{g(2\tau)^2}{2}=5g\tau^2$. Их отношение $\frac{s_1}{s_2}=\frac{12g\tau^2}{5g\tau^2}=2,4$.
Ответ: 2,4

5. **Решение.** Радиус окружности, по которой движутся шарики, $R=\frac{l}{\sqrt{3}}$. Направим ось *Ox*, от одного из шариков к центру треугольника, тогда $2F\cos30^\circ=m\omega^2R$. $\Rightarrow$ $\omega=\sqrt{\frac{3F}{ml}}=2$ рад/с.

Ответ: 2

6. Решение. При начальном движении тяжелого груза к легкому пружина деформируется и, ее максимальная деформация равна x: $\frac{3mv_0^2}{2}=\frac{kx^2}{2}$.

После того, как легкий груз отпускают, начальные скорости обоих грузов равны нулю. Пружина распрямляется и сообщает грузам кинетическую энергию. Скорости грузов достигают максимальных значений u (груз массой m) и v (груз массой $3m$), когда пружина будет не деформирована.

$$\begin{cases} mu-3mv=0, \\ \frac{mu^2}{2}+\frac{3mv^2}{2}=\frac{kx^2}{2}=\frac{3mv_0^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow u=\frac{3}{2}v_0=0{,}3 \text{ м/с.}$$

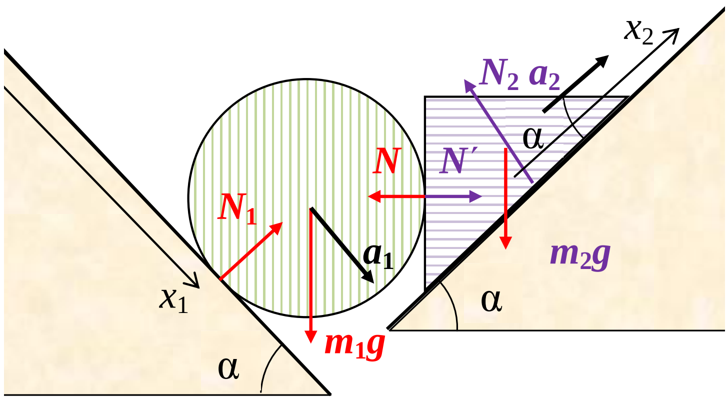
Ответ: 0,3

7. Решение. Т.к. скорости точек А и В одинаковы по модулю и направлению, то точки А и В лежат на оси вращения а $\vec{v}$ – поступательная скорость движения детали. Скорости точек С и D равны векторной сумме скоростей поступательного и вращательного движения вокруг оси АВ. Тогда

$$\begin{cases} v_C^2=\left(v\sqrt{2}\right)^2=v^2+\left(\omega h_1\right)^2, \\ v_D^2=\left(v\sqrt{5}\right)^2=v^2+\left(\omega h_2\right)^2. \end{cases} \Rightarrow h_2=2h_1=40 \text{ см.}$$

Ответ: 40

8. **Решение.** На рисунке показаны силы, действующие на заготовки 1 и 2. Запишем уравнения динамики в проекциях на оси x_1 и x_2.



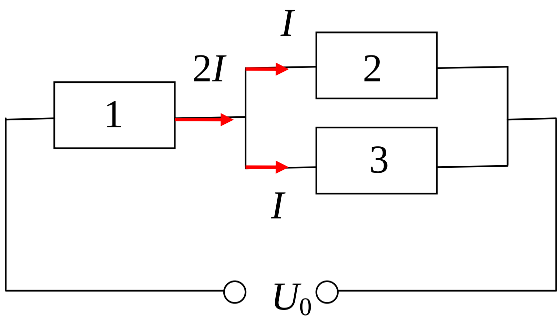
$$\begin{cases} x_1: m_1a_1=m_1g\sin\alpha-N\cos\alpha, \\ x_2: m_2a_2=-m_2g\sin\alpha+N'\cos\alpha. \end{cases}$$

Т.к. $N = N'$ и $a_1 = a_2 = a$, найдем ускорение $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \sin\alpha$. В отсутствие заготовки 1 ускорение заготовки 2 при движении по наклонной плоскости без трения равно $a_0 = g\sin\alpha$. Дальше легко получить окончательный ответ

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a + a_0}{a_0 - a} = 9.$$

Ответ: 9

9. **Решение.** На НЭ 2 и 3: $U_2 = U_3$, тогда $I_2 = I_3 = I$, $I_1 = I_2 + I_3 = 2I$ (см. рис).



$$\begin{cases} U_1 + U_2 = U_0, \\ I = k\sqrt{U_2}, \\ 2I = k\sqrt{U_1}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 + U_2 = U_0, \\ U_1 = 4U_2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \dfrac{4}{5}U_0, \\ U_2 = \dfrac{1}{5}U_2. \end{cases}$$

Запишем теперь формулы для мощности: $P_1 = I_1 U_1 = \dfrac{8}{5} I U_0$, $P_2 = I_2 U_2 = \dfrac{1}{5} I U_0$, и найдем их отношение $\dfrac{P_1}{P_2} = 8$.

Ответ: 8