

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ЦЕНТР ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ

**«Утверждаю»**  
**Первый проректор –**  
**проректор по учебной работе**  
**МГТУ им. Н.Э. Баумана**

\_\_\_\_\_ **Б.В. Падалкин**

**ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН**  
**для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы**

**Методические рекомендации**  
**по решению задач практической части предпрофессионального экзамена**

**ПРАКТИЧЕСКИЕ СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ**  
**(Направление программирование)**

*Авторы:*

**Калмыков Ю.В.**, старший преподаватель  
кафедры «Основы математики и  
информатики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э.  
Баумана, председатель методического  
объединения учителя информатики ГБОУ  
Лицей №1580;

**Локтев Д.А.**, к.т.н., доцент кафедры  
«Информационные системы и  
телекоммуникации» МГТУ им. Н.Э.  
Баумана;

**Митрофанов М.С.**, ассистент кафедры  
«Основы математики и информатики»  
СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана

Москва 2019

Рассмотрим темы, которые необходимо знать выпускникам.

## Системы счисления

Необходимо уметь переводить числа из одной системы счисления в другую.

### Правило перевода из произвольной системы счисления в десятичную:

Для того, чтобы перевести число из произвольной системы счисления в десятичную систему счисления, нужно сложить все произведения каждой цифры числа на основание системы счисления в степени соответствующего разряда.

*Пример*

$$1101_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 1 + 0 + 4 + 8 = 13_{10}$$

### Правило перевода целого числа из десятичной системы счисления в произвольную:

1. Последовательно делим данное число и получаемые целые частные (выраженные цифрами десятичной системы) на основание новой системы счисления до тех пор, пока частное не станет равным нулю.
2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, выражаем цифрами алфавита этой системы.
3. Составляем число в новой системе счисления, записав полученные остатки в обратной последовательности (т.е. начиная с последнего остатка).

### Пример 1.

Перевести число  $173_{10}$  в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r} \underline{173} \quad | \quad 8 \\ 168 \quad \underline{\phantom{00}} \quad 21 \quad | \quad 8 \\ 5 \quad \underline{\phantom{00}} \quad 16 \quad \underline{\phantom{00}} \quad 2 \quad | \quad 8 \\ \phantom{0} \quad \underline{\phantom{00}} \quad 5 \quad \underline{\phantom{00}} \quad 0 \quad \underline{\phantom{00}} \quad 0 \\ \phantom{00} \quad \phantom{00} \quad \phantom{00} \quad \underline{\phantom{00}} \quad 2 \end{array}$$

Ответ:  $255_8$

Можно записать по-другому.

173		8		5
21		8		5
2		8		2
0				

Ответ:  $255_8$

### Пример 2.

Перевести число  $173_{10}$  в шестнадцатеричную систему счисления



$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

**Пример 4.**

Перевести число  $173_{10}$  в двоичную систему счисления.

Строим таблицу со степенями двойки

128	64	32	16	8	4	2	1
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

Ближайшее число (степень 2) к 173 – это 128, значит  $173 = 128 + 45$

Ставим в таблицу в столбце 128 единичку

128	64	32	16	8	4	2	1
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
1							

Число 45 меньше 64, значит в этом столбце будет 0, но больше 32, значит в столбце 32 будет 1

128	64	32	16	8	4	2	1
$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
1	0	1					

$$173 = 128 + 32 + 13$$

Продолжая тем же образом, получим

<b>128</b>	<b>64</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
<b><math>2^7</math></b>	<b><math>2^6</math></b>	<b><math>2^5</math></b>	<b><math>2^4</math></b>	<b><math>2^3</math></b>	<b><math>2^2</math></b>	<b><math>2^1</math></b>	<b><math>2^0</math></b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

$$173_{10} = 128 + 45 = 128 + 32 + 13 = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 10101101_2$$

Таким образом, данный способ позволяет существенно сократить время выполнения задания и снизить вероятность ошибки, но требует запоминания степеней двойки. Если же запомнить и числа от 1 до 15 в двоичной системе, то время

ещё больше сократится. Так, в последнем примере, можно было при получении остатка 13 просто записать его двоичный вид сразу 1101.

Ещё проще переводить в двоичную систему числа, близкие к степеням 2.

### **Пример 5.**

Перевести число 517 в двоичную систему счисления

**Решение.**

$$517=512+5$$

$$512=2^9 \text{ это 1 и девять нулей}$$

$$512=2^9=1000000000_2$$

$$5=101_2$$

Соответственно, при сложении единички добавятся в нулевой и второй разряд  
Получим  $1000000101_2$

То есть, если число несколько больше степени 2, то его удобно представить, как сумму степени двойки (а это 1 и соответствующее число 0) и остатка, который мы можем сразу записать, если помним числа от 1 до 15 в двоичном виде.

Если число меньше степени двойки, то действуем почти так же

### **Пример 6.**

Перевести число 507 в двоичную систему счисления

**Решение.**

$$507=512-1-4$$

$$512=2^9=1000000000_2$$

$$512-1=2^9-1=111111111_2$$

$$4=100_2$$

Соответственно, при вычитании единичка удалится из в второго разряда  
Получим  $111111011_2$

Как видно из примера, если число меньше степени двойки, то удобно взять в качестве исходного число на 1 меньше, чем степень двойки. Тогда это число будет состоять только из соответствующего числа единиц, из которого будет очень удобно вычесть остаток.

## **Родственные системы счисления**

Системы счисления называют родственными, когда их основания являются степенями одного числа. Например, 2, 4, 8, 16.

В этом случае удобно пользоваться следующей таблицей:

10	2	4	8	16
0	0000	000	00	0
1	0001	001	01	1
2	0010	002	02	2
3	0011	003	03	3
4	0100	010	04	4
5	0101	011	05	5
6	0110	012	06	6
7	0111	013	07	7
8	1000	020	10	8
9	1001	021	11	9
10	1010	022	12	A
11	1011	023	13	B
12	1100	030	14	C
13	1101	031	15	D
14	1110	032	16	E
15	1111	033	17	F

Перевод из двоичной системы в родственную и наоборот очень прост.

Для перевода из двоичной системы следует разбить число на двойки (4-я), тройки (8-я) или четвёрки чисел (16-я), а затем подменить на соответствующие значения (из таблицы).

$$110100101_2 = 01.10.10.01.01 = 12211_4$$

$$110100101_2 = 110.100.101 = 645_8$$

$$110100101_2 = 0001.1010.0101 = 1A5_{16}$$

В этом случае, так же полезно помнить указанную таблицу.

Переход из одной родственной системы в другую осуществляется транзитом через наименьшее основание, в нашем случае через двойку.

Понятно, что все эти рассуждения применимы и для систем счисления

3, 9, 21, 81

5, 25, 125

и т.п.

**Пример из демонстрационного варианта**

Играя в интерактивный квест, команда должна была открыть сейф с цифровым кодовым замком. Найдя подсказки, команда выяснила, что кодом является минимальное нечётное четырёхзначное число в девятеричной системе счисления, троичная запись которого содержит одну двойку и три значащих нуля. Команда справилась с заданием. Какое значение кода она получила? Ответ приведите в троичной и девятеричной системах счисления.

Очевидно, что здесь родственные системы 2-я и 16-я.

Так как число четырёхзначное в шестнадцатеричной системе счисления, то в двоичной его можно представить в виде

abcd efgh ijkl mnop

Так как число должно быть минимальным, то нули должны располагаться как можно левее.

1 0000 0000 01112

100716

Соответственно, если необходимо найти максимальное число, то наоборот минимальные цифры смещаем вправо, а максимальные – влево.

### Рассмотрим модификацию этой задачи

Играя в интерактивный квест, команда должна была открыть сейф с цифровым кодовым замком. Найдя подсказки, команда выяснила, что кодом является минимальное нечётное четырёхзначное число в девятеричной системе счисления, троичная запись которого содержит одну двойку и три значащих нуля. Команда справилась с заданием. Какое значение кода она получила? Ответ приведите в троичной и девятеричной системах счисления.

Очевидно, что здесь родственные системы 3-я и 9-я.

Так как число четырёхзначное в девятеричной системе счисления, то в троичное его можно представить в виде  $ab\ cd\ ef\ gh$ , где  $a, b, c, d, e, f, g, h$  – цифры троичного представления числа.

Так как число должно быть минимальным, то нули должны располагаться как можно левее, а двойка правее (но не забыть, что число - нечётное).

1 00 01 12<sub>3</sub>

Соответственно, если необходимо найти максимальное число, то наоборот минимальные цифры смещаем вправо, а максимальные – влево

Признаки чётности в различных системах счисления:

- В системах счисления с **чётным** основанием чётными являются числа, **последняя цифра** которых делится на 2 без остатка;
- В системах счисления с **нечётным** основанием чётными являются числа, **сумма цифр** которых делится на 2 без остатка.

## Задачи на множества. Круги Эйлера

### Пример 1.

Каждая семья из нашего дома выписывает газету или журнал, или и то и другое. 27 семей выписывают журналы, 75 семей – газеты. Лишь 13 семей и журналы, и газеты.

Сколько семей в доме?

### Решение.

При решении данной задачи удобно воспользоваться кругами Эйлера



$$Г=75, Ж=27$$

$$\text{Только газеты} = 75-13=62$$

$$\text{Только журналы} = 27-13=14$$

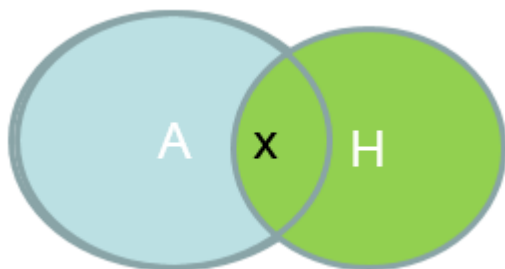
$$\text{Всего } 62+14+13=89 \text{ семей}$$

### Пример 2 (из демонстрационного варианта)

Поток из 100 студентов сдавал экзамены. 88 студентов сдали английский язык, 71 студент сдали немецкий язык, 11 студентов не сдали ни одного экзамена. Какое количество студентов сдало экзамены и по английскому, и по немецкому языкам?

### Решение.

Похоже на предыдущую задачу



$$А=88, Н=71.$$

$$\text{Так как 11 студентов не сдавало, то всего сдавало } 100-11=89$$

$$\text{Только английский} = 88-x$$

$$\text{Только немецкий} = 71-x$$

$$\text{Всего } (88-x)+(71-x)+x=89 \Rightarrow 159-x=89$$

$$\text{Ответ: } x=70.$$

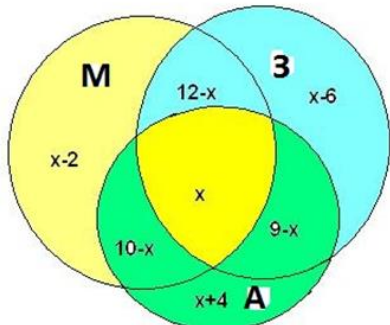
### Пример 3.



В классе 30 человек. 20 из них коллекционируют марки, 15 — значки, 23 — автографы, 10 — и марки, и автографы, 12 — и марки, и значки, 9 — и автографы, и значки. Сколько человек коллекционируют и марки, и значки, и автографы?

### Решение.

Для решения воспользуемся кругами Эйлера:



Пусть  $x$  человек коллекционируют и марки, и значки, и автографы. Тогда коллекционируют только марки и автографы —  $(10 - x)$  человек, только значки и автографы —  $(9 - x)$  человек, только марки и значки —  $(12 - x)$  человек.

Найдём, сколько человек коллекционируют только марки:

$$20 - (12 - x) - (10 - x) - x = x - 2$$

Аналогично получаем:  $x - 6$  — только значки и  $x + 4$  — только автографы, так как всего 30 человек, составляем уравнение:

$$x + (12 - x) + (9 - x) + (10 - x) + (x + 4) + (x - 2) + (x - 6) = 30.$$

Отсюда  $x = 3$ .

### Вероятностный подход к определению количества информации

За единицу измерения информации принимается уменьшение неопределённости знаний человека в 2 раза.

Эта единица называется битом и является минимальной единицей информации. Существует формула, которая связывает между собой количество возможных событий и количество информации.

$$N = 2^I, \text{ где } N \text{ — количество возможных вариантов, } I \text{ — количество информации.}$$

Если из этой формулы выразить количество информации, то получится  $I = \log_2 N$ .

### Не равновероятные события

В жизни же мы сталкиваемся не только с равновероятными событиями, но и событиями, которые имеют разную вероятность реализации.

Например:

Если в мешке лежат 20 белых шаров и 5 черных, то вероятность достать чёрный шар меньше, чем вероятность вытаскивания белого.

Как вычислить количество информации в сообщении о таком событии?  
Для этого необходимо использовать следующую формулу:

$$I = \log_2 \frac{1}{p} = -\log_2 p, \text{ где } I - \text{ количество информации, } p - \text{ вероятность}$$

события.

### **Пример 1.**

В корзине лежат 8 мячей разного цвета (красный, синий, желтый, зеленый, оранжевый, фиолетовый, белый, коричневый). Какое количество информации несет в себе сообщение о том, что из корзины будет вынут мяч красного цвета?

### **Решение.**

Так как возможности вынуть мяч каждого из возможных цветов равновероятны, то для определения количества информации, содержащегося в сообщении о выпадении мяча красного цвета, воспользуемся формулой  $I = \log_2 N$ .

Имеем  $I = \log_2 8 = 3$  бита.

Ответ: 3 бита.

### **Пример 2.**

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько информации несёт сообщение о том, что достали чёрный шар?

### **Решение.**

$8+24=32$  – общее количество шаров в корзине;

$8/32 = 0,25$  – вероятность того, что из корзины достали чёрный шар;

$I = -\log_2 0,25 = -(-2) = 2$  бита.

Ответ: 2 бита.

## **Информационная энтропия**

В кибернетике используется понятие информационной энтропии, которая определяется формулой

$$H = -\sum_i p_i \log_2 p_i$$

где  $H$  - информационная энтропия,  $p_i$  - вероятность каждого из возможных исходов.

### **Пример из демонстрационного варианта**

В корзине лежат 36 клубков шерсти, из них 9 красных, 18 синих и 9 зелёных. Какова информационная энтропия сообщения о том, что случайно выбран 1 клубок?

### **Решение.**

Информационная энтропия

$$9/36 * \log_2(9/36) + 18/36 * \log_2(18/36) + 9/36 * \log_2(9/36) = 2/4 + 1/2 + 2/4 = 1,5$$

## Прочие задачи

### Пример из демонстрационного варианта

Прибор регистрирует количество людей, прошедших через рамку металлоискателя путём добавления этого количества к величине, хранящейся в памяти сумматора. Каждый час (в момент времени  $nm$  часов 00 минут 01 секунда) число из сумматора выводится на печать. За 1 января 2017 года распечатка содержит следующий набор данных:

20512	20612	20662	20692	20699	20753	20756	20759
20766	20777	20777	20781	20789	20790	20811	20812
20819	20821	20832	20835	20842	20849	20853	20891

Сколько человек зарегистрировал прибор за период с 7 утра до 7 вечера 1 января 2017 года?

### Решение.

На начало 7-го часа (07:00:00) было зарегистрировано 20756 человек, на конец 18-го часа, то есть в 19 часов – 20832 человек

$$20832 - 20756 = 76 \text{ человек}$$

Ответ: 76.